

# 量子もつれ，シュレーディンガーの猫， デコヒーレンス

——S. Haroche, J. -M. Raimond 著 *Exploring the Quantum* を  
2022 年ノーベル物理学賞の文脈で読む——

原 田 雅 樹

## 1 はじめに

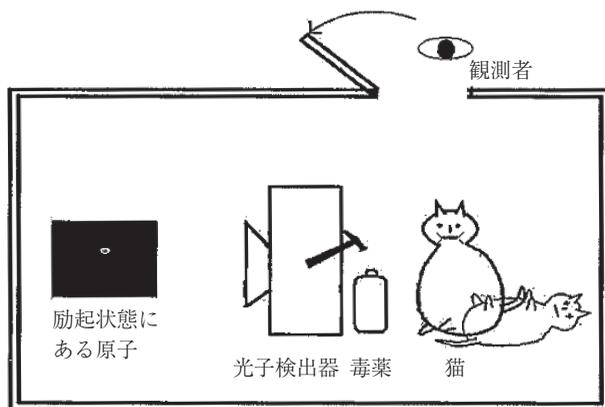
2022 年のノーベル物理学賞は，量子もつれ (quantum entanglement) についての業績に関して，A. アスベ (Alain Aspect)，J. クラウザー (John F. Clauser)，A. ツァイリンガー (Anton Zeilinger) の三氏に与えられた。量子もつれについては，量子力学の定式化のあらゆる場面に現れてくるものであり，そのパラドクサルな不思議さはアインシュタイン=ポドルスキー=ローゼンが 1935 年に提出したいわゆる EPR 論文 (A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen (1935)) の中で，量子力学が相対性理論の要請する局所性，物理的に観測できる量の実在性，隠れたパラメータの可能性などの問題とからめて顕わにされた。しかし，アインシュタイン (Albert Einstein) とボーア (Niels Bohr) の量子力学についての様々な論争においてボーアが勝利したように解される雰囲気とともに，ほとんどの物理学者は違和感を感じながらも EPR 論文の顕わにしたパラドクスは不問に付されてしまった。そして，そのことを答えない問いとして問わないまま，量子力学が用いられて，20 世紀の多くの物理学が進展してきた。その間に J. ベル (John S. Bell) が EPR 論文の提出した問題を明確にし，それを量子現象の局所性を検証するための実験の可能性への道を開くために，「ベルの不等式」を 1964 年に提出した。また，1980 年

には A. アスペがベルの不等式に対して, 実験によって否定的な答えを出した。とはいうものの, これらの成果は, 哲学的思考傾向をもつ物理学者や物理学の哲学をその生業としている哲学者は別として, 多くの物理学者の関心の外にあったと言ってもよい。しかし, 20 世紀の末にボーズ=アインシュタイン (Bose-Einstein) 凝縮が実験室で実現し, 21 世紀になって量子コンピュータや量子暗号といった技術の可能性が開かれると, この量子もつれに直接に関わる物理理論や現象が物理学者自身によって注目を浴び始めた。

EPR 論文がパラドクスを投じたのみならず, 量子力学は 1926 年のその誕生 (あるいはそれ以前) から様々なパラドクサルな問題を投じていた。電磁波・光子も電子も, 波動であるか, 粒子のどちらかであるのではなく, どちらも同時に波動であり粒子である。どういう観測をするかによって波動性が現れるか, 粒子性が現れるかが変わる。これをどう理解したらよいのか。シュレーディンガー方程式の解である波動関数をどう解釈すべきなのか。波動関数の二乗が実験によってその変数において見いだされる確率に対応すると解釈するとほとんどすべてのことがうまくいくが, 波動関数は物理的に実在する波動と何らかの関係があるのか。1932 年に出版されたフォン・ノイマン (John von Neumann) の『量子力学の数学的基礎』においては, 測定過程は量子力学の理論内部に収まらず, 「波束の収縮」といったようなことをいわば公理として量子力学の外から付け加えなければならないということが主張された。さらに, 1935 年にはシュレーディンガー (Ervin Schrödinger) が, いわゆる「シュレーディンガーの猫」(図 1.1) と言われるパラドクスを提出し, ミクロな量子力学に従う世界とマクロな古典物理学に従う世界の境界に横たわる根源的な違いを顕わにした。

2012 年のノーベル物理学賞は, 量子光学 (quantum optics)・共振器電磁量子力学 (cavity quantum electrodynamics) の業績について, S. アロッシュ (Serge Haroche) と D. ワインランド (David J. Wineland) の二氏に与えられた。この業績は 2022 年のノーベル物理学賞と非常に深い関係にある。アロッシュ氏は, 共振器 (cavity) 内に光子を閉じ込めて原子との量子もつれ

を作り出して, 様々な量子力学の基礎に関わる実験を実現した。それは, 量子世界に特有の干渉項が測定過程で消えて, 古典的世界が現れてくるデコヒーレンスという現象を, ミクロの世界とマクロの世界の間であるメソの世界において定量的に顕わにしたりした。また, メソの世界において, いわば「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」であるいわゆるシュレーディンガーの猫を光子の集まりのコヒーレント状態によって作り出すことにも成功した。



原子(または原子核)の励起状態から平均寿命で光子(放射線)を出して基底状態に落ちる。光子(放射線)は検出器で捕らえられ, その信号で毒薬の入ったピンが壊れて, 猫は死んでしまう。

図 1.1 「シュレーディンガーの猫」, 佐藤文隆, 2009, p.30

さて, 物理学の哲学者である森田邦久氏によって, 2011年に『量子力学の哲学-非実在性・非局所性・粒子と波の二重性』(講談社現代新書)が, 白井仁人氏によって2022年に『量子力学の諸解釈-パラドクスをいかに解決するか』(森北出版)が単著として, また彼らも執筆している『量子という謎』(勁草書房)が2012年に共著として出版された。しかし, どの著書でも現代の量子力学の観測問題の要であるデコヒーレンスについての記述が少なく, またほとんどの場合, 多世界解釈の文脈の中で記述されている。そこで, 本稿では, 現代の物理学がどこまで, これまで提示された量子力学の数々のパラドクスについて迫っているのかを紹介したい。特に, S. アロッシュ氏と J.-M. レイモ

ン氏が共に著した *Exploring the Quantum* (Haroche and Raimond, 2006) を参照しながら, 測定過程の解釈と出された「波束の収縮」の一部に光を投げかけているデコヒーレンス, EPR 論文のパラドクスな問いを顕わにした非局所的な性質をもつ量子もつれ, メソの世界で生み出されつつある「シュレーディンガーの猫」の三つがいかに関わり合っているのかを明確にしたい。その上で, 今日求められている「量子力学の解釈」や「量子力学の哲学」がどこから出発すべきかを考える素材を, 特に物理学の哲学ないし量子力学の哲学に興味を持つ若い人達に与えたいと考えている。

## 2 量子もつれ, 及びベルの不等式とその破れ

どちらも 0 と 1 という二つの値をとる二つの同一粒子  $A$  と  $B$  を考える。粒子  $A$  と  $B$  といっても同一粒子であると区別できないというのが量子の世界の特徴であり, その対称性ゆえに, 量子的にもつれる。ただし, 量子もつれのために, 同一粒子であることが本質的であるわけではない。 $|0_A\rangle$  と  $|1_A\rangle$  をヒルベルト空間  $\mathcal{H}_A$  の二つの正規直交の基底ベクトル,  $|0_B\rangle$  と  $|1_B\rangle$  をヒルベルト空間  $\mathcal{H}_B$  のそれらとする。すると  $\mathcal{H}_A$  と  $\mathcal{H}_B$  のテンソル積から生成されるヒルベルト空間  $\mathcal{H}_S$  は 4 次元であり, 正規直交の基底ベクトルとして最大に量子もつれ (entanglement) の状態になっている

$$|\phi^\pm\rangle = (|0_A 0_B\rangle \pm |1_A 1_B\rangle)/\sqrt{2}; \quad |\psi^\pm\rangle = (|0_A 1_B\rangle \pm |1_A 0_B\rangle)/\sqrt{2} \quad (2.1)$$

という四つのものでとることができる。ここで, たとえば,  $|1_A 1_B\rangle$  は,  $A$  が 1,  $B$  が 1 をとる状態  $|1_A\rangle|1_B\rangle = |1_A\rangle \otimes |1_B\rangle$  であるが, それがもつれていることを強調している。この基底ベクトルのような最大に量子もつれしている状態をベル状態と呼ぶ。すなわち, この時, もつれエントロピー (entanglement entropy) が最大値をとり, それぞれの基底ベクトルでは,  $|0_A\rangle$  か  $|1_A\rangle$  のどちらが観測されるかということと,  $|0_B\rangle$  と  $|1_B\rangle$  のどちらが観

測されるかということが完全な相関をもって決まっていると共に, 相関があるもののうち, どちらが観測されるかは等確率となっている。また, これらに基底変換をほどこすこともできる。たとえば,  $|\phi^+\rangle$  は

$$\begin{aligned} |0_{A/B}\rangle &\rightarrow (|0_{A/B}\rangle + |1_{A/B}\rangle)/\sqrt{2}, \\ |1_{A/B}\rangle &\rightarrow (|0_{A/B}\rangle - |1_{A/B}\rangle)/\sqrt{2} \end{aligned}$$

と基底変換して

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} [(|0_A\rangle + |1_A\rangle)(|0_B\rangle + |1_B\rangle) + (|0_A\rangle - |1_A\rangle)(|0_B\rangle - |1_B\rangle)] \quad (2.2)$$

とできる。

スピン  $1/2$  の電子の場合を考えよう。量子もつれにある二つの電子のスピンを同じ方向で測定すると, 逆方向に必ず相関関係がある。そこで,  $|0_A 1_B\rangle$  を,  $z$  方向で電子 **A** がスピン上向き (+) 状態かつ電子 **B** がスピン下向き (-) 状態,  $|1_A 0_B\rangle$  を電子 **A** がスピン下向き (-) 状態かつ電子 **B** がスピン上向き (+) 状態とする。すると, スピン一重項は, 上の二つの  $|0_A 1_B\rangle$  と  $|1_A 0_B\rangle$  とが重なり合った状態であり, かつ電子はフェルミオンであり粒子の入れ替えに関して反対称であるので,

$$|\text{スピン一重項}\rangle = (|0_A 1_B\rangle - |1_A 0_B\rangle)/\sqrt{2} \quad (2.3)$$

と書ける。

1935年に出されたいわゆる **EPR** 論文の提出したパラドクスを解くために, ベルは図 2.1 のような実験を考案した。ただし, **EPR** 論文は位置と運動量の量子もつれについての思考実験であるが, ベルはスピン  $1/2$  や光子の偏光についての実験を提出したが, 本質的には変わらないものである。源  $S$  で発生したもつれた状態の二つの電子 **1, 2** を左右に飛ばし, 離れた地点でスピンを観

測する。ここで、スピンの測定方向を  $(x, y, z)$  という座標系の  $z$  方向だけでなく、一般の方向で測定するとする。観測の際、検出角度を  $A$  については  $a, a', B$  については  $b, b'$  とする。すなわち、 $(a, b)$ ,  $(a', b)$ ,  $(a, b')$ ,  $(a', b')$  という四つの角度の組み合わせで検出実験をする。そして、 $\alpha(a)$  と  $\alpha(a')$  をそれぞれ電子  $A$  のスピンの  $a$  方向と  $a'$  方向での測定値、 $\beta(b)$  と  $\beta(b')$  をそれぞれ電子  $B$  のスピンの  $b$  方向と  $b'$  方向での測定値とする。また、これらの測定値は  $+1$  または  $-1$  のみをとる。

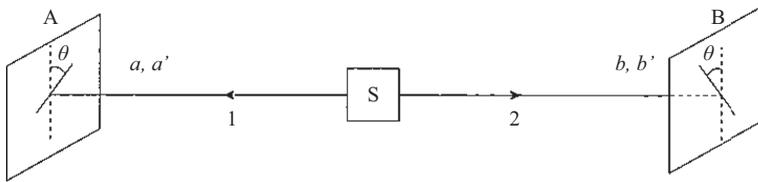


図 2.1 佐藤文隆, 2009, p.7

そこで、 $(a, b)$ ,  $(a', b)$ ,  $(a, b')$ ,  $(a', b')$  方向の組で、多数回  $i = 1, 2, \dots, N$  の測定値で

$$E(a, b) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(a) \beta_i(b) / N \quad (2.4)$$

という平均値 (期待値) を計算する。同様に、他の三つの平均値も求めて、

$$C = E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b') \quad (2.5)$$

という相関量を考えると、

$$-2 \leq C \leq 2 \quad (2.6)$$

であることが証明される。これをベルの不等式と呼ぶ。ベルの不等式にはいくつかのバージョンがあるが、はじめに J. ベルによって 1964 年に示された。

J. クラウザー (John Clauser), M. ホルン (Michael Horne), A. シモニー (Abner Shimony), R. ホルト (Richard Holt) による 1969 年のベルの不等式の改良型は, 実験可能性への道を拓いた (CHSH)。この不等式は, 測定値が  $+1$  と  $-1$  しかとらないという量子論の特徴, またどちらの値をとるかはランダムで測定回数を多くすればそれぞれが 50 パーセントになり, かつ  $A$  と  $B$  の測定値は完全に逆になっている事実から, 通常確率論を用いることで示される。ただし, その際, 測定値を決めるような一つの局所的なパラメータが存在することを前提としている。すなわち,  $A$  で起こる事象と  $B$  で起こる事象の間には, 光速よりも速く伝達するような因果関係は存在しないが,  $S$  から粒子が発せられる時点から, それぞれがすでにどのような値を  $A$  と  $B$  でとるかを決定するようなパラメータが存在していて, 観測される時点でその値が決定されるのではないということを前提としている。

ところが, 量子力学を用いると, スピン  $1/2$  は  $SU(2)$  というリー群の構造をもっている。すなわち,  $SU(2)$  の生成子を

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

とすると, 図 2.2 のような球面座標を用いたブロッホ球面の  $u$  方向のスピン行列は

$$\sigma_u = \cos \theta \sigma_z + \sin \theta \cos \phi \sigma_x + \sin \theta \sin \phi \sigma_y = \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\phi} \sin \theta \\ e^{i\phi} \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

となる。そして, スピン  $1/2$  について, 量子力学的には

$$C = \langle \sigma_a \sigma_b \rangle + \langle \sigma_a \sigma_{b'} \rangle + \langle \sigma_{a'} \sigma_b \rangle - \langle \sigma_{a'} \sigma_{b'} \rangle \quad (2.9)$$

と求まるので, 各  $E(a, b)$  は方向  $a$  と  $b$  の間の角度  $\theta_{a,b}$  で決まり,  $\phi = 0$  の

時,  $\sigma_Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  として,

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \text{trace} \left( \sigma_Z \left( \begin{pmatrix} \cos \theta_{a,b} & \sin \theta_{a,b} \\ \sin \theta_{a,b} & -\cos \theta_{a,b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta_{a,b'} & \sin \theta_{a,b'} \\ \sin \theta_{a,b'} & -\cos \theta_{a,b'} \end{pmatrix} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \begin{pmatrix} \cos \theta_{a',b} & \sin \theta_{a',b} \\ \sin \theta_{a',b} & -\cos \theta_{a',b} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \theta_{a',b'} & \sin \theta_{a',b'} \\ \sin \theta_{a',b'} & -\cos \theta_{a',b'} \end{pmatrix} \right) \right) \\ &= \cos \theta_{a,b} + \cos \theta_{a,b'} + \cos \theta_{a',b} - \cos \theta_{a',b'} \end{aligned} \quad (2.10)$$

となる。ここで,  $a$  と  $b$  を同じ方向に取り, その両側に同じ大きさの角度  $\theta$  で  $a'$  と  $b'$  をとる場合, すなわち, 図 2.1 のように

$$\theta_{a,b} = 0; \quad \theta_{a,b'} = \theta_{a',b} = \theta; \quad \theta_{a',b'} = 2\theta \quad (2.11)$$

とした場合, 式 (2.10) から分かるように

$$\begin{aligned} \langle \sigma_a \sigma_b \rangle &= \frac{1}{2} \text{trace} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \langle \sigma_a \sigma_{b'} \rangle = \langle \sigma_{a'} \sigma_b \rangle = \frac{1}{2} \text{trace} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}; \\ \langle \sigma_{a'} \sigma_{b'} \rangle &= \frac{1}{2} \text{trace} \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

となるので,

$$C = 1 + 2 \cos \theta - \cos 2\theta \quad (2.13)$$

となる。ここで,  $\theta = \pi/4$  の時  $C = 1 + \sqrt{2} > 2$ ,  $\theta = \pi/3$  の時  $C = 5/2 > 2$  ( $C$  の最大値) となりベルの不等式 (2.6) を破っていることが分かる (Haroch and Raymond, 2.1.1; 2.4.6; 佐藤文隆, 2009, 第 1 章)。

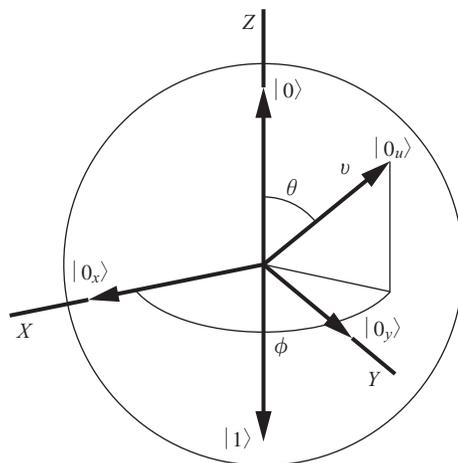


図 2.2 Haroche and Raimond Fig. 2.1

そして、このベルの不等式の破れは、1972年に J. F. クラウザー、1982年に A. アスベ、1998年に A. ツァイリンガーによって、光子の2方向の偏光の性質（スピン  $1/2$  と本質的には同じ性質）を用いた実験によって次第に洗練されながら検証された。これは、局所的な隠れたパラメータの存在を否定したわけだが、もう少し哲学的な表現を用いるならば、量子現象の局所的な実在性を否定したことになるであろう。そして、量子論における何らかの非局所的な性質を要請するのが、量子もつれなのである。

### 3 フォン・ノイマンの投じた観測問題

1926年以降、ハイゼンベルクは行列力学により、次いでシュレーディンガーは波動力学により、さらにディラックはその二つは座標変換の違いでしかないことを示した変換理論により、量子力学を完成させた。しかし、そこではディラックのデルタ関数が用いられるなど量子力学は数学的に厳密に基礎づけられた理論とはなっていなかった。フォン・ノイマンは、1932年に出版した記念碑的な著作『量子力学の数学的基礎』（von Neumann 1932）の中で、関

数解析を駆使しながらヒルベルト空間論を用いて量子力学を基礎づけるが、その中で、量子統計力学について、さらには観測問題についても扱う。

物理量はヒルベルト空間上のエルミート（自己共役）作用素として表される。系の状態は、状態の個数（状態ベクトルの次元）が  $n$  ならば  $n \times n$  の密度行列  $\hat{\rho}$ （フォン・ノイマンは統計作用素  $U$  とする）で表される。状態の個数が無限ならば、それは無限次元の密度行列となる。ここで、 $\text{trace}\hat{\rho} = 1$  となっていることに注意しておく。物理量（オブザーバブル） $\hat{O}$  を測定するときの期待値は

$$\langle \hat{O} \rangle = \text{trace}\hat{\rho}\hat{O} \quad (3.1)$$

となる。この密度行列  $\hat{\rho}$  による状態の表現は、波動関数ないし状態ベクトル  $|\phi\rangle$  よりも豊富なものを含んでいる。すなわち、 $\hat{\rho}$  は、ノルムが 1、すなわち  $\langle \phi_i | \phi_i \rangle = 1$  で、それぞれが独立した状態ベクトル（ディラックのケット・ベクトル-縦ベクトル） $|\phi_i\rangle$  とその双対ベクトル（ブラ・ベクトル-横ベクトル） $\langle \phi_i|$  によって生成される行列  $|\phi_i\rangle\langle \phi_i|$  の和、すなわち射影作用素の和に重みづけ  $w_i$  で分解される。すなわち、 $\hat{\rho}$  は、統計的な混合

$$\hat{\rho} = \sum_i w_i \hat{\rho}_i = \sum_i w_i |\phi_i\rangle\langle \phi_i| \quad (3.2)$$

$$\sum_i w_i = 1, w_i \geq 0 \quad (3.3)$$

となる。ただし、この  $\hat{\rho}_i = |\phi_i\rangle\langle \phi_i|$  という射影作用素の選び方は一意ではない。また、 $|\phi_i\rangle$  も一般には必ずしも直交していない。このように、密度行列が複数の統計的和に分解される場合にその系は混合状態と言われる。

さらに、それぞれの状態ベクトルは、測定する物理量  $\hat{O}$  の固有値  $a_j$  の固有ベクトルを  $|a_j\rangle$  として、その量子的重ね合わせ

$$|\phi_i\rangle = \sum_j \alpha_{ij} |a_j\rangle \quad (3.4)$$

$$\sum_j |\alpha_{ij}|^2 = 1 \quad (3.5)$$

として一意に分解される。ここで,  $|a_j\rangle$  は完全正規直交基底となっている。すなわち,

$$\langle a_i | a_j \rangle = \delta_{ij}; \quad \sum_i |a_i\rangle \langle a_i| = \hat{1} \quad (3.6)$$

が満たされている。 $|\phi_i\rangle$  の状態ベクトルにある系において物理量  $\hat{O}$  を測定して,  $a_j$  が得られる確率は  $|\alpha_{ij}|^2$  である。この時,  $\hat{O}$  の期待値は,

$$\langle \hat{O} \rangle = \text{trace } \hat{\rho} \hat{O} = \sum_i w_i \langle \phi_i | \hat{O} | \phi_i \rangle \quad (3.7)$$

とも書ける。

密度行列による量子系の表現は, 統計的な混合への分解と量子的重ね合わせの双方を表すことができる。なお

$$\hat{\rho}_i = |\phi_i\rangle \langle \phi_i| \quad (3.8)$$

のように, 一つの状態ベクトルとその双対ベクトルで生成される密度行列は射影作用素となるが, それで表される系は, 式 (3.2) のような混合状態に対して純粋状態と言われる。

さて, 平衡状態の量子統計力学を考えると, カノニカル分布は, ハミルトニアン  $\hat{H}$  を  $n \times n$  ないし  $n \rightarrow \infty$  の無限次元のエルミート行列 (作用素・演算子) として,

$$\hat{\rho}_{\text{can}} = \frac{\exp(-\beta \hat{H})}{Z(\beta)} \quad (3.9)$$

$$Z(\beta) = \text{trace} \exp(-\beta\hat{H}) \quad (3.10)$$

となる。ここで,  $\beta$  は, ボルツマン定数を  $k_B$ , 絶対温度を  $T$  として,  $\beta = (k_B T)^{-1}$  である。量子系において, 時刻  $t = 0$  における物理量を  $\hat{O}(0)$  として, ハイゼンベルク描像において物理量は,

$$\hat{O}(t) = \exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)\hat{O}(0)\exp\left(-\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right) \quad (3.11)$$

と時刻  $t$  においてユニタリー変換で時間発展する。ここで  $\hbar$  はプランク定数を  $2\pi$  で割ったものである。

ここで, カノニカル分布 (3.9) を考えると,  $\exp(-\beta\hat{H})$  と  $\exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)$  の可換性より,

$$\begin{aligned} \langle \hat{O}(t) \rangle &= \frac{\text{trace}\left(\exp(-\beta\hat{H})\exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)\hat{O}(0)\exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)\right)}{Z(\beta)} \\ &= \frac{\text{trace}(\exp(-\beta\hat{H})\hat{O}(0))}{Z(\beta)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

であるから,  $\hat{O}$  の観測値の期待値はユニタリーな時間発展によっては変化せず,

$$\langle \hat{O}(t) \rangle = \text{trace}(\hat{\rho}_{\text{can}}\hat{O}(t)) = \text{trace}(\hat{\rho}_{\text{can}}\hat{O}(0)) \quad (3.13)$$

となる。

一方, シュレーディンガー描像では, 状態ベクトルが,

$$|\phi_i(t)\rangle = \exp\left(-\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)|\phi_i\rangle \quad (3.14)$$

と時間発展するので, 行列密度で表される状態 (カノニカル分布とは限らない一般の状態) は

$$\hat{\rho}(t) = \exp\left(-\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)\hat{\rho}(0)\exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right) = \sum_i w_i \exp\left(-\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)|\phi_i\rangle\langle\phi_i|\exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right) \quad (3.15)$$

と時間発展し, 物理量  $\hat{O}$  は変わらないと理解してもよい。これを見ればわかるが, 純粋状態は純粋状態のままである。

量子系を観測する時, 何が起こるのだろうか。それは,  $|\phi_i\rangle$  の系において  $\hat{O}$  を観測すると,  $|\phi_i\rangle = \sum_j \alpha_{ij} |a_j\rangle$  という重ね合わせの状態が消えて, ある一つの状態ベクトル  $|a_j\rangle$  に変化するということであると考えられる。これは, 「波束の収縮」ないし「波束の崩壊」と言われる。しかし, これは少し不正確である。正確に言うと, 測定することで,

$$\hat{\rho} = \sum_i w_i \left( \sum_j \alpha_{ij} |a_j\rangle \right) \left( \sum_k \alpha_{ik}^* \langle a_k| \right) \quad (3.16)$$

の各々の純粋状態の密度行列

$$\hat{\rho}_i = |\phi_i\rangle\langle\phi_i| = \left( \sum_j \alpha_{ij} |a_j\rangle \right) \left( \sum_k \alpha_{ik}^* \langle a_k| \right) \quad (3.17)$$

の非対角項が消えて, すなわち量子的な重ね合わせが消えて,

$$\hat{\rho}' = \sum_i \sum_j w_i |\alpha_{ij}|^2 |a_j\rangle\langle a_j| \quad (3.18)$$

となる。すなわち  $\hat{O}$  の固有状態ベクトル  $|a_j\rangle$  とその双対ベクトルから生成される  $|a_j\rangle\langle a_j|$  の全ての集合の統計的混合である密度行列の表す状態になる。このように, 量子的な重ね合わせが消えて, すなわち密度行列の対角項が消えて (古典) 統計的な混合状態になることが, 量子的なミクロな世界が古典的な世界になることであると言ってもよい。その上で,  $\sum_i w_i |\alpha_{ij}|^2$  の確率で, 一つの固有値  $a_j$  の  $|a_j\rangle\langle a_j|$  という射影作用素で表現される状態が観測されるのであ

る。

ここで、測定によっては、ユニタリー作用素による時間発展によって、純粋状態の非対角項が消えて、量子的重ね合わせのない統計的な混合状態になるようなことはないというのが、フォン・ノイマンの主張である。フォン・ノイマン自身の言葉を用いれば、そこには「因果的な」時間発展はなく、「統計的」な不可逆な変化があるのみである。それゆえ、この過程は、ユニタリー作用素による時間発展とは区別された熱力学におけるエントロピーを考えなければならぬとフォン・ノイマンは主張する（稲葉肇，第7章）。

#### 4 測定過程についての思考実験

量子測定のプロセスを考えることは、ミクロな系とマクロな系の量子もつれ (quantum entanglement) の問題を考えることである。思考実験を用いて定性的にこのことを見てみよう。たとえば、原子 1 個の系  $A$  を、測定結果を針の位置で示す観測装置  $M$  で測定することを考える。これはミクロな量子系  $A$  が、観測装置  $M$  というマクロな対象、さらには周囲の環境  $E$  にカップリングしている状態を考えることである。針の位置が  $\xi_i$  をとる  $M$  の状態を正規直交系  $|\xi_i\rangle$  とし、その針の位置のガウス分布的ゆらぎの標準偏差を  $\Delta X$  とする。 $A$  とカップリングしていない測定開始前の  $M$  の状態を  $|\xi_0\rangle$  とする。また、系  $A$  について測定する物理量 (オブザーバブル)  $\hat{O}_A$  について固有値  $\varepsilon_i$  をとる (縮退していない) 固有状態を  $|a_i\rangle$  とし、 $\alpha_i$  を確率振幅として、測定開始前の  $A$  の状態を  $|\psi\rangle = \sum_i \alpha_i |a_i\rangle$  とする。よい測定器は、カップリングにより、 $A$  の固有状態  $|a_i\rangle$  に観測装置の状態  $|\xi_i\rangle$  が対応するようになっている。したがって、 $A$  と  $M$  がカップリングした系  $A + M$  は、測定を開始することで量子もつれを形成し、状態は

$$|\psi\rangle|\xi_0\rangle \rightarrow \sum_i \alpha_i |a_i\rangle|\xi_i\rangle \equiv \sum_i \alpha_i |a_i, \xi_i\rangle \quad (4.1)$$

と変化する。そして,  $g$  を結合定数,  $\hat{P}$  を測定器の針の運動量とし,  $A$  と  $M$  の相互作用のハミルトニアンを

$$\hat{H}_{\text{int}} = g\hat{O}_A\hat{P} \quad (4.2)$$

とすると, 時間発展のユニタリー作用素は  $U(t) = \exp(-i\hat{H}_{\text{int}}t/\hbar)$  となる。これは, 測定前の状態  $|\psi\rangle|\xi_0\rangle$  が, 測定時間  $t$  の間に

$$U(t)|\psi\rangle|\xi_0\rangle = \sum_i \alpha_i |a_i\rangle|\xi_0 + gt\varepsilon_i\rangle = \sum_i \alpha_i |a_i, \xi_i\rangle \quad (4.3)$$

と時間発展し, 量子もつれとなることを意味する。ここで,  $g$  が十分に大きく, 測定している時間において, 相互作用のハミルトニアン以外のハミルトニアンは無視できるとしている。また, 固有値が十分に区別されて測定されるためには, 固有値間の差の最小値を  $\delta\varepsilon$  として,

$$gt\delta\varepsilon \gg \Delta X \quad (4.4)$$

となっていなければならない。

測定過程の問題と EPR 論文の示したパラドクスの間の関係の鍵は, 式 (4.3) が示す  $A + M$  の系が時間発展して量子もつれの状態になるというところにある。一つの原子の二つの状態を  $|0_A\rangle$  と  $|1_A\rangle$  とし, それに対応する観測装置の状態を  $|0_M\rangle$  と  $|1_M\rangle$  とする。観測を始めると, 式 (4.3) のようにユニタリーな時間発展により

$$|\psi_{A+M}\rangle = (|0_A\rangle|0_M\rangle + |1_A\rangle|1_M\rangle)/\sqrt{2} \quad (4.5)$$

という量子もつれの状態になる。ここでシュレーディンガーの猫のパラドクスを思い起こそう。 $|0_A\rangle$  と  $|1_A\rangle$  はそれぞれ崩壊しなかった原子と崩壊した原子

の状態,  $|0_M\rangle$  と  $|1_M\rangle$  はそれぞれ「生きた猫」と「死んだ猫」の状態である。これを基底変換すると,

$$|\psi_{A+M}\rangle = \frac{1}{2}((|0_A\rangle + |1_A\rangle)(|0_M\rangle + |1_M\rangle) + (|0_A\rangle - |1_A\rangle)(|0_M\rangle - |1_M\rangle)) \quad (4.6)$$

となる。この二つの式 (4.5) と式 (4.6) は等しいことを確認しておく。 $(|0_M\rangle \pm |1_M\rangle)/\sqrt{2}$  は「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」に対応する、観測装置  $M$  の二つの針の位置の重ね合わせの状態である。式 (4.5) は通常観測される自然な状態に思われるが、式 (4.6) は観測されることのない不自然な状態に思われる。しかし、EPR 論文の示したパラドクスを解明するために考え出されたベルの不等式が量子力学においては理論的にも実験的にも破れていることが示されるにあたって、式 (4.6) のような量子もつれにあるスピン  $\frac{1}{2}$  の粒子の状態の基底変換が決定的な役割を負っている (Haroche and Raimond, 2.5.1)。

量子現象に特有な干渉縞が観測によって消えることは、量子力学の誕生当初から大きな問題であり、フォン・ノイマンは、測定過程は状態のユニタリーな時間発展によらないと考え、量子力学とは別の物理的原理を導入すべきであると考へた。しかし、測定過程についてかなりのところまで理論的にも実験的にも量子力学の枠内で説明できることが分かってきている。それを見てみよう。式 (4.3) が表すミクロな量子系  $A$  と観測装置  $M$  の針の位置の量子もつれは環境  $E$  とカップリング、すなわち相互作用する。その中で、状態の密度行列  $\hat{\rho}_{A+M}(t)$  は測定によるユニタリー的な時間発展の中でデコヒーレンスを起こし、密度行列の対角項が非常に小さくなって、ほぼ消え、

$$\hat{\rho}_{A+M} = \sum_i |\alpha_i|^2 |a_i, \xi_i\rangle \langle a_i, \xi_i| \quad (4.7)$$

となる (図 4.1)。実際の観測においては、 $M$  と  $E$  のカップリングの方が、 $A$  と  $M$  の量子もつれよりもずっと速く実現しているが、本質的には変わらない

(Haroche and Raymond, 2. 5. 1; 2. 5. 2)。

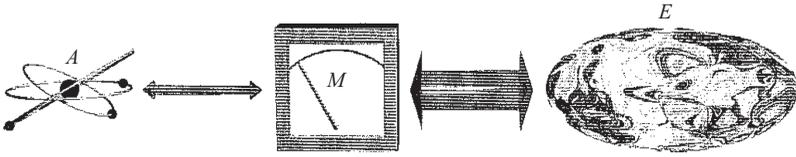


図 4.1 Haroche and Raimond Fig. 2.15

二つの状態  $|0_M\rangle$  と  $|1_M\rangle$  をとる観測装置  $M$  と膨大な数の粒子からなる環境  $E$  はカップリングして、量子もつれをおこして、

$$|\psi_{M+E}\rangle = (|0_M\rangle|0_1, 0_2, \dots, 0_j, \dots\rangle + |1_M\rangle|1_1, 1_2, \dots, 1_j, \dots\rangle)/\sqrt{2} \quad (4.8)$$

という状態になる。これも、「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」に対応する状態に対応する状態  $(|0_M\rangle \pm |1_M\rangle)/\sqrt{2}$  を基底にとって、

$$\begin{aligned} |\psi_{M+E}\rangle = & \frac{1}{2\sqrt{2}}((|0_M\rangle + |1_M\rangle)(|0_1, 0_2, \dots, 0_j, \dots\rangle + |1_1, 1_2, \dots, 1_j, \dots\rangle) \\ & + (|0_M\rangle - |1_M\rangle)(|0_1, 0_2, \dots, 0_j, \dots\rangle - |1_1, 1_2, \dots, 1_j, \dots\rangle)) \end{aligned} \quad (4.9)$$

を得る。量子もつれの状態になった観測装置  $M$  と環境  $E$  の合成系がデコヒーレンスを起こすわけであるが、一般には、測定値に対応する状態の重ね合わせ状態を固有状態として測定をすることは難しい。すなわち、「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」の二つのモードを固有状態とするような観測装置は現実世界には存在しないのである。また、観測装置の針の二つの位置に対応する状態の重ね合わせの状態を固有状態とするような測定は存在しない。それに対して、スピン  $\frac{1}{2}$  の粒子のスピンを  $z$  方向で測定した際の  $+1$  の固有状態と  $-1$  の固有状態の重ね合わせの状態の二つのモードは、スピンを  $x$  方向で測定した際の二つの固有状態として観測することができる。私たちの生きる古典的

世界の環境とカップリングを起こして, 量子もつれになることのできる測定可能な固有状態は限られており, 任意の基底変換による状態を固有状態とするような観測が存在するわけではない。私たちの生きるマクロな古典的な環境世界は, 限られた基底の固有状態からなり, それが観測装置によって測定され, また, それが古典的世界の客観性というものを形成しているのである。しかし, この問題は本論文では扱わない (Haroche and Raimond, 2.5.3)。

このように, 観測装置は一方で量子系と, もう一方でマクロな古典物理が適用される環境と相互作用するが, 量子もつれへと時間発展し, 環境中に散逸してデコヒーレンスへと至る固有状態は限られている。しかし, 十分に小さな数の光子の集まりのコヒーレント状態の重ね合わせ状態, すなわち「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」をメソの世界でつくることができる。そして, そのようなメソの世界での状態の様々な基底変換における重ね合わせ状態のデコヒーレンスの様子を定量的に観測できるようになったのである。

## 5 共振器内の光子の集まりのコヒーレント状態

このデコヒーレンスの様子は, 一つの原子の電子の状態と複数の光子とのカップリングを実現させる共振器量子電磁力学 (cavity quantum electrodynamics, CQED) において, 定量的に観測されている。そのことを, 簡単に説明することにする。まず, 場の量子論において, 消滅演算子  $a$  と生成演算子  $a^\dagger$  が, 粒子の数を  $n$  として

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle; a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (5.1)$$

が導入される。なお, ここで,  $|n\rangle$  は

$$|n\rangle = \frac{a^{\dagger n}}{\sqrt{n!}}|0\rangle \quad (5.2)$$

であるが, これはまた個数演算子  $\hat{N} = a^\dagger a$  の固有ベクトルであり,  $\hat{N}|n\rangle = n|n\rangle$  となる。また,  $[a, a^\dagger] = 1$  という交換関係を満たす。ベクトル  $|n\rangle$  が張る無限次元のヒルベルト空間をフォック空間と呼ぶ。そして,  $n$  個の粒子が存在するという事は, 調和振動子としての場の基底状態を真空とした  $n$  番目の励起状態であることを意味し, 振動数  $\omega$  の場のハミルトニアン  $\hat{H}$  は

$$\hat{H} = \hbar \omega (\hat{N} + 1/2) \quad (5.3)$$

となる。

量子電磁力学において,  $n$  は光子の個数であるが, この消滅演算子と生成演算子を用いて, 古典的な電磁気学とどのような関係にあるのかを簡単に振り返っておく。古典的な電場は, 電場の次元を持つ規格化因子を  $\epsilon_0$ , 位置  $\mathbf{r}$  における場の大きさや偏光に相対的な無次元のベクトル関数を  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  として, シュレーディンガー描像で

$$\mathbf{E}_c = i\epsilon_0[\mathbf{f}(\mathbf{r})\alpha - \mathbf{f}^*(\mathbf{r})\alpha^*] \quad (5.4)$$

と量子化できる。ただし, ここで  $|\mathbf{f}(\mathbf{r})|$  の最大値が  $\mathbf{1}$  になるように規格化しておく。また,  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  は,  $\Delta$  をラプラシアン, 光速を  $c$  として  $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{r}) + (\omega_c^2/c^2)\mathbf{f}(\mathbf{r}) = 0$  を満たす。

振動数  $\omega_c$  で時間変動する電場は,  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  を偏光方向の単位ベクトル  $\epsilon_c$  を用いて  $\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \epsilon_c(\mathbf{r})f(\mathbf{r})$  と分解し,

$$\tilde{\mathbf{E}}_c(\mathbf{r}, t) = i\epsilon_0[\epsilon_c(\mathbf{r})f(\mathbf{r})ae^{-i\omega_c t} - \epsilon_c(\mathbf{r})f^*(\mathbf{r})a^\dagger e^{i\omega_c t}] \quad (5.5)$$

とハイゼンベルク描像で量子化することができる。また, ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  は, 電場を  $\mathbf{E}$  として,  $\mathbf{E} = -\partial\mathbf{A}/\partial t$  なので,

$$\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega_c} [\epsilon_c(\mathbf{r})f(\mathbf{r})ae^{-i\omega_c t} + \epsilon_c(\mathbf{r})f^*(\mathbf{r})a^\dagger e^{i\omega_c t}] \quad (5.6)$$

とハイゼンベルク描像で量子化できる。電磁場のエネルギー密度は、真空の誘電率を  $\epsilon_0$  として  $\epsilon_0|\mathbf{E}_c|^2$  であるので、系の全空間のエネルギーは

$$\langle n | \int \epsilon_0 |\mathbf{E}_c|^2 d^3\mathbf{r} | n \rangle = \hbar\omega_c(n + 1/2) \quad (5.7)$$

となる。式 (5.4) を用いれば、 $a^2$  や  $a^{\dagger 2}$  を含む項は平均してゼロになるので、 $\mathcal{V} = \int |\mathbf{f}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}$  として

$$\langle n | \int \epsilon_0 \mathcal{E}_0^2 \mathcal{V} (2\tilde{N} + 1) d^3\mathbf{r} | n \rangle = \hbar\omega_c(n + 1/2) \quad (5.8)$$

となり、

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\epsilon_0\mathcal{V}}} \quad (5.9)$$

と与えられる。

共振器電磁量子力学において、 $|n\rangle$  がポワソン分布的に重なり合っている光子のコヒーレント状態が重要になるが<sup>8</sup>、その際、

$$X_\phi = \frac{ae^{-i\phi} + a^\dagger e^{i\phi}}{2} \quad (5.10)$$

という演算子が重要になる。そして、 $X_\phi, X_{\phi+\pi/2}$  と  $X_\phi, X_{\phi+\pi/2}$  は、 $\Delta$  を標準偏差として

$$[X_\phi, X_{\phi+\pi/2}] = i/2; \quad \Delta X_\phi \Delta X_{\phi+\pi/2} \geq 1/4 \quad (5.11)$$

という交換関係と不確定性関係を与えることから、

$$X_0 = \frac{a + a^\dagger}{2}; \quad P_0 = X_{\pi/2} = i \frac{a - a^\dagger}{2} \quad (5.12)$$

は, それぞれ一般化された位置と運動量として考えることができる (Haroche and Raimond, 3.1.1)。

さらに, 実数  $x$  と  $p$  をそれぞれ  $X_0$  と  $P_0 = X_{\pi/2}$  の固有値,  $\alpha = x + ip$  として, 任意の複素数  $\alpha$  について変位演算子 (displacement operator)

$$D(\alpha) = e^{(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)} \quad (5.13)$$

を定義することができ, それは

$$D^{-1}(\alpha) = D^\dagger(\alpha) = D(-\alpha); \quad D(0) = \hat{1} \quad (5.14)$$

というユニタリー性を満たしている (図 5.1)。そして, コヒーレント状態を

$$|\alpha\rangle = D(\alpha)|0\rangle \quad (5.15)$$

とする。このユニタリーな変位演算子は, 消滅演算子を

$$D(\alpha)aD(-\alpha) = a - \alpha\hat{1} \quad (5.16)$$

と  $\alpha\hat{1}$  だけずらす。また, その積は

$$D(\alpha)D(\beta) = D(\alpha + \beta)e^{(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)/2} \quad (5.17)$$

を与え, そのことから

$$D(\alpha)|\beta\rangle = e^{(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)/2}|\alpha + \beta\rangle \quad (5.18)$$

となることが分かる。式 (5.16) から

$$(a - \alpha \hat{1})|\alpha\rangle = 0 \quad (5.19)$$

が得られる。このようなコヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  のシュレーディンガー描像の電場の期待値は式 (5.4) を用いれば

$$\langle \alpha | \mathbf{E}_c | \alpha \rangle = i\mathcal{E}_0[\mathbf{f}(\mathbf{r})\alpha - \mathbf{f}^*(\mathbf{r})\alpha^*] \quad (5.20)$$

となる。このようにしてコヒーレント状態の電磁場は古典的な電磁気理論と対応付けられる。

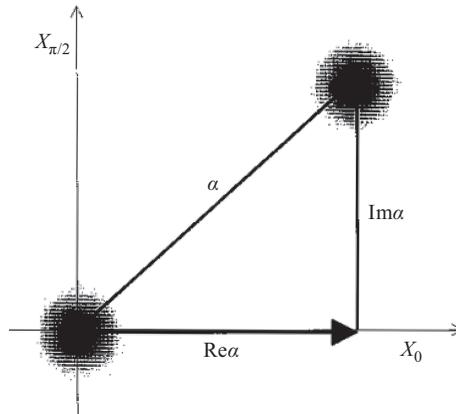


図 5.1 Haroche and Raimond Fig. 3.4

さて, 変位演算子は

$$D(\alpha) = e^{(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)} = e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} e^{-\alpha^* a} \quad (5.21)$$

と変形できる。これを用いて, このようなコヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  はフォック空間の状態ベクトル  $|n\rangle$  によって

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (5.22)$$

と分解される。このコヒーレント状態において観測される光子の個数の平均値  $\langle n \rangle \equiv \langle \hat{N} \rangle$  と標準偏差  $\Delta n \equiv \Delta \hat{N}$  は

$$\langle n \rangle = \langle \alpha | \hat{N} | \alpha \rangle = |\alpha|^2; \quad \Delta n = \sqrt{\langle \alpha | \hat{N}^2 | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{N} | \alpha \rangle^2} = |\alpha| = \sqrt{\langle n \rangle} \quad (5.23)$$

となる。

フォック空間の基底ベクトル  $|n\rangle$  の直交性を用いれば, 二つのコヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  と  $|\beta\rangle$  の内積は

$$\langle \alpha | \beta \rangle = e^{-(|\alpha|^2 + |\beta|^2)/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha^* \beta)^n}{n!} = e^{-|\alpha|^2/2} e^{-|\beta|^2/2} e^{-\alpha^* \beta} \quad (5.24)$$

となる。そして, 二つのコヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  と  $|\beta\rangle$  が重複する確率の大きさを意味する  $|\langle \alpha | \beta \rangle|^2$  は,

$$|\langle \alpha | \beta \rangle|^2 = e^{-|\alpha - \beta|^2} \quad (5.25)$$

といったように,  $\alpha$  と  $\beta$  の間の距離に対してガウス分布的になっており, また, 異なるコヒーレント状態は決して直交しないことが分かる (Haroche and Raimond, 3.1.3)。

この節の最後に, このコヒーレント状態は, 前節で述べた観測装置の針の位置に対応することに注意を払っておこう。

## 6 シュレーディンガーの猫状態

二つの異なるコヒーレント状態  $|\beta_1\rangle$  と  $|\beta_2\rangle$  を重ね合わせて, 「シュレーディンガーの猫」にちなんで〈猫状態 (cat state)〉と呼ばれる複数の光子を含む

系  $|\Psi_{\text{cat}}^{(A)}\rangle$  を構成する。すなわち, 生きた猫  $|\beta_1\rangle$  と死んだ猫  $|\beta_2\rangle$  を重ね合わせた状態

$$|\Psi_{\text{cat}}^{(A)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}(e^{i\psi_1}|\beta_1\rangle + e^{i\psi_2}|\beta_2\rangle) \approx \frac{e^{i\psi_1}}{\sqrt{2}}|\beta_1\rangle + \frac{e^{i\psi_2}}{\sqrt{2}}|\beta_2\rangle \quad (6.1)$$

をつくる。ここで,  $N$  は規格化因子であるが,  $|\beta_1\rangle$  と  $|\beta_2\rangle$  は直交していないので,  $2$  ではない。しかし,  $|\beta_1 - \beta_2| \gg 1$  となるようにとり, 近似的に  $N=2$  とすることができる。この  $|\Psi_{\text{cat}}^{(A)}\rangle$  の密度行列  $\hat{\rho}_{\text{cat}}$  は

$$\hat{\rho}_{\text{cat}} \approx \frac{1}{2}[|\beta_1\rangle\langle\beta_1| + |\beta_2\rangle\langle\beta_2| + e^{i(\psi_1-\psi_2)}|\beta_1\rangle\langle\beta_2| + e^{-i(\psi_1-\psi_2)}|\beta_2\rangle\langle\beta_1|] \quad (6.2)$$

となる。この密度行列の後ろの 2 項の非対角項が干渉項であり, この部分によって波動的性質としての干渉を生み出す。

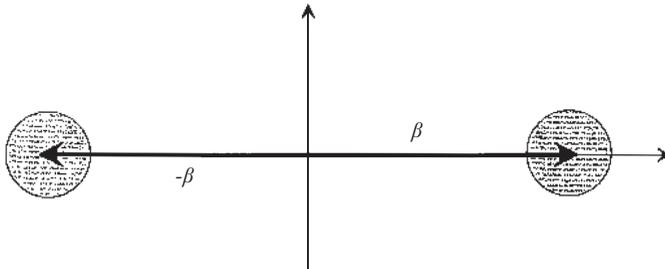


図 6.1 Haroche and Raimond Fig. 7.1

ここで典型的で簡単な例として,  $\beta$  を実数,  $|\beta_1\rangle = |\beta\rangle$ ,  $|\beta_2\rangle = |-\beta\rangle$ ,  $e^{i\psi_1} = 1$ ,  $e^{i\psi_2} = \pm 1$  として,

$$|\Psi_{\text{cat}}^{\pm}\rangle = \frac{|\beta\rangle \pm |-\beta\rangle}{\sqrt{2(1 \pm e^{-2|\beta|^2})}} \approx \frac{|\beta\rangle \pm |-\beta\rangle}{\sqrt{2}} \quad (6.3)$$

を考える (Haroche and Raimond, 7.1.1)。このような位相差  $\pi$  の二つのコヒーレント状態の重ね合わせを  $\langle \pi$  位相猫  $\pi$ -phase cat  $\rangle$  と呼ぶ。図 6.1 は,

そのイメージ図である。そして,  $x$  と  $|x\rangle$  を  $X_0 = \frac{a + a^\dagger}{2}$  の固有値と固有ベクトル,  $p$  と  $|p\rangle = |x_{\pi/2}\rangle$  を  $X_{\pi/2} = i \frac{a - a^\dagger}{2}$  のそれらとし, また,  $\alpha = \bar{x} + i\bar{p}$  であるとすると

$$D(\alpha) = e^{(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)} = e^{-i\bar{x}\bar{p}} e^{2i\bar{p}X_0} e^{-2i\bar{x}X_{\pi/2}} \quad (6.4)$$

となることを確認しておく。すると,

$$\begin{aligned} \langle x|\alpha\rangle &= \langle x|D(\alpha)|0\rangle = e^{-i\bar{x}\bar{p}} \langle x|e^{2i\bar{p}X_0} e^{-2i\bar{x}X_{\pi/2}}|0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-i\bar{x}\bar{p}} e^{2i\bar{p}x} \int dp \langle x|p\rangle e^{-2i\bar{x}p} \langle p|0\rangle \end{aligned} \quad (6.5)$$

となり,  $\langle p|0\rangle = (2/\pi)^{1/4} e^{-p^2}$  であるので, これを用いて

$$\langle x|\alpha\rangle = (2/\pi)^{1/4} e^{-i\bar{x}\bar{p}} e^{2i\bar{p}x} e^{-(x-\bar{x})^2} \quad (6.6)$$

が得られる。

まず, 式 (5.12) で見たように  $X_0 = \frac{a + a^\dagger}{2}$  を測定することを考える。その確率分布は

$$P_0^{(\pm)}(x) = |\langle x|\Psi_{\text{cat}}^\pm\rangle|^2 \approx \frac{1}{2} |\langle x|\beta\rangle \pm \langle x|-\beta\rangle|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [e^{-2(x-\beta)^2} + e^{-2(x+\beta)^2}] \quad (6.7)$$

となる。この確率分布は,  $x = \pm\beta$  を中心とするガウス分布からなり, そこに干渉縞は現れない (図 6.2 (a))。

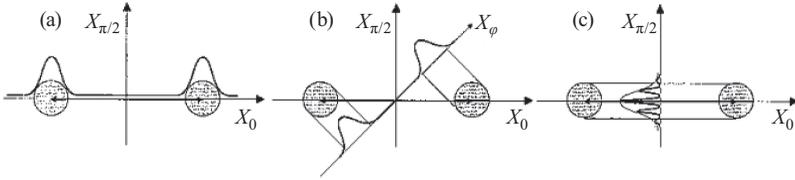


図 6.2 Haroche and Raimond Fig. 7.2

次に,  $X_{\pi/2} = i \frac{a - a^\dagger}{2}$  を測定することを考えると,

$$P_{\pi/2}^{(\pm)}(x) = |\langle x_{\pi/2} | \Psi_{\text{cat}}^\pm \rangle|^2 \approx \frac{1}{2} |\langle x_{\pi/2} | \beta \rangle + \langle x_{\pi/2} | -\beta \rangle|^2 \quad (6.8)$$

となる。ここで,

$$\langle x_{\pi/2} | \beta \rangle = \langle x | -i\beta \rangle = (2/\pi)^{1/4} e^{-2i\beta x} e^{-x^2} \quad (6.9)$$

であることを利用すると,

$$P_{\pi/2}^{(\pm)}(x) \approx \frac{1}{2} |\langle x | -i\beta \rangle \pm \langle x | i\beta \rangle|^2 = (2/\pi)^{1/2} e^{-2x^2} [1 \pm \cos(4\beta x)] \quad (6.10)$$

が得られる。この確率分布は  $x = 0$  を中心としたガウス分布に,  $\pi/2\beta$  を周期とした干渉縞が加わったものである (図 6.2 (c))。

また, 式 (5.19) と式 (6.3) より消滅演算子を作用することによる  $|\Psi_{\text{cat}}^+\rangle$  と  $|\Psi_{\text{cat}}^-\rangle$  の間の関係式

$$a |\Psi_{\text{cat}}^+\rangle = \beta |\Psi_{\text{cat}}^-\rangle; \quad a |\Psi_{\text{cat}}^-\rangle = \beta |\Psi_{\text{cat}}^+\rangle \quad (6.11)$$

が得られる (Haroche and Raimond, 7.1.2)。

## 7 原子と電磁場のもつれ

ここでは, 一つの原子と電磁波のカップリングを考える。原子の基底状態を

$|g\rangle$ , 励起状態を  $|e\rangle$  として,  $(|e\rangle + |g\rangle)/2$  という重ね合わせ状態にある原子を準備する。この原子を共振器の中で, 電磁波ともつれさせ (entanglement),

$$|\Psi_1\rangle = \frac{e^{-i\Phi}}{\sqrt{2}}|e\rangle \otimes |\beta e^{-i\Phi}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|g\rangle \otimes |\beta e^{i\Phi}\rangle \quad (7.1)$$

という状態にする。それはシュレーディンガーの猫のパラドクスにおいて, 原子が励起状態か基底状態のどちらかということと, 猫が生きているか死んでいるかという状態をもつれさせることに対応する。それはまた, アナロジカルに, 二値をとる観測装置の示す状態に対応し, 一つの原子の系を観測した際, 励起状態  $|e\rangle$  が観測されるならば, 観測装置は  $|\beta e^{-i\Phi}\rangle$  という状態になり, 基底状態  $|g\rangle$  が観測されるならば, 観測装置は  $|\beta e^{i\Phi}\rangle$  という状態になるといったことに対応しているのである。このように, 一原子の状態と光子の量子もつれは, 観測される系と観測装置の量子もつれの重要なアナロジーとなる。

さらに, 原子の状態を

$$|e\rangle \rightarrow (|e\rangle + e^{i\varphi}|g\rangle)/\sqrt{2}; \quad |g\rangle \rightarrow (|g\rangle - e^{-i\varphi}|e\rangle)/\sqrt{2} \quad (7.2)$$

と変化させると,

$$|\Psi_2\rangle = \frac{1}{2}|e\rangle \otimes [e^{-i\Phi}|\beta e^{-i\Phi}\rangle - e^{-i\varphi}|\beta e^{i\Phi}\rangle] + \frac{1}{2}|g\rangle \otimes [e^{i(\varphi-\Phi)}|\beta e^{-i\Phi}\rangle + |\beta e^{i\Phi}\rangle] \quad (7.3)$$

という状態が得られる。ここで,  $\varphi = \Phi$  とするならば,

$$|\Psi_2\rangle = \frac{e^{-i\Phi}}{2}|e\rangle \otimes [|\beta e^{-i\Phi}\rangle - |\beta e^{i\Phi}\rangle] + \frac{1}{2}|g\rangle \otimes [|\beta e^{-i\Phi}\rangle + |\beta e^{i\Phi}\rangle] \quad (7.4)$$

となる。ここで, 二つのモードのシュレーディンガーの〈猫状態 cat state〉

$$|\Psi_{\text{cat}}^\pm\rangle = (|\beta e^{-i\Phi}\rangle \pm |\beta e^{i\Phi}\rangle)/\sqrt{2} \quad (7.5)$$

が得られていることが分かる。 $|\Psi_{\text{cat}}^+\rangle$  と  $|\Psi_{\text{cat}}^-\rangle$  は, アナログカルに二つのモードの「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」に対応している。

特に,  $\Phi = \pi/2$  として  $\gamma = -i\beta$  とすれば,

$$|\Psi_2\rangle = -\frac{i}{2}|e\rangle \otimes [|\gamma\rangle - |-\gamma\rangle] + \frac{1}{2}|g\rangle \otimes [|\gamma\rangle + |-\gamma\rangle] \quad (7.6)$$

といったように, 原子と  $\langle \pi$  位相猫  $\pi$ -phase cat  $\rangle$  の状態の光子の集まりが量子もつれを起こしている状態が得られる (Haroche and Raimond, 7.3.3)。

## 8 観測と環境のアナロジー – 観測系から環境への散逸

ここで, 測定値  $m_i$  をとるヒルベルト空間  $\mathcal{H}_A$  上の必ずしもエルミートでない演算子  $M_i$  の集合によって一般化された観測というものを考えてみよう。そして, 混合状態  $\hat{\rho}_A$  に準備された系  $A$  は, 測定値  $m_i$  を

$$\pi_i = \text{trace } M_i \hat{\rho}_A M_i^\dagger \quad (8.1)$$

という確率で取り, そこに制限した混合状態は

$$\hat{\rho}_{A|i} = \frac{M_i \hat{\rho}_A M_i^\dagger}{\pi_i} \quad (8.2)$$

となる。この時,

$$\sum_i M_i^\dagger M_i = \hat{1} \quad (8.3)$$

を満たすことが要請される。第3節でみたように, 観測の際に「波束の収縮」が生じているならば, 射影演算子を状態ベクトルに作用することが要請される。そして,  $M_i$  が射影演算子であることが求められる (Haroche and

Raimond, 4.1.4)。

この  $M_i$  を一般化した  $\sum_{\mu} M_{\mu}^{\dagger} M_{\mu} = \hat{1}$  を満たすクラウス (Kraus) 演算子  $M_{\mu}$  という, 射影演算子ともエルミートとも限らない, しかも時間に依存する演算子を考えることにする。時間  $\tau$  についての 0 次近似を  $M_0$  のみが持つとして,  $K$  を時間  $\tau$  によらないものとする,

$$M_0 = \hat{1} - iK\tau + O(\tau^2) \quad (8.4)$$

と書くことができる。演算子  $K$  をエルミート演算子と反エルミート演算子に分解するために, 二つのエルミート演算子

$$H = \hbar \frac{K + K^{\dagger}}{2}; \quad J = i \frac{K - K^{\dagger}}{2} \quad (8.5)$$

を導入し,

$$K = \frac{H}{\hbar} - iJ \quad (8.6)$$

とする。すると,  $\tau$  の第 1 次近似までで, 系  $A$  の密度行列  $\hat{\rho}_A$  は,

$$M_0(\tau)\hat{\rho}_A M_0^{\dagger}(\tau) = \hat{\rho}_A - \frac{i\tau}{\hbar} [H, \hat{\rho}_A] - \tau(J\hat{\rho}_A + \hat{\rho}_A J) \quad (8.7)$$

と時間発展する。 $\mu \neq 0$  の場合の  $M_{\mu}$  については,  $L_{\mu}$  を時間依存しないものとして

$$M_{\mu}(\tau) = \sqrt{\tau} L_{\mu} \quad (8.8)$$

とする。すると,  $\sum_{\mu} M_{\mu}^{\dagger} M_{\mu} = \hat{1}$  から

$$\sum_{\mu} M_{\mu}^{\dagger}(\tau)M_{\mu}(\tau) = \hat{1} - 2J\tau + \sum_{\mu \neq 0} \tau L_{\mu}^{\dagger}L_{\mu} = \hat{1} \quad (8.9)$$

が要請され,

$$J = \frac{1}{2} \sum_{\mu \neq 0} L_{\mu}^{\dagger}L_{\mu} \quad (8.10)$$

となる。これらをすべて考慮すると,

$$\frac{d\hat{\rho}_A}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \hat{\rho}_A] + \sum_{\mu \neq 0} \left( L_{\mu}^{\dagger} \hat{\rho}_A L_{\mu} - \frac{1}{2} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \hat{\rho}_A - \frac{1}{2} \hat{\rho}_A L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \right) \quad (8.11)$$

となる。これがリンドブラッド (Lindblad) 型のマスター方程式と呼ばれるものである (Haroche and Raimond, 4.3.2)。

共振器内の光子の環境への散逸を考えるためのリンドブラッド型のマスター方程式を求めるには熱統計力学的な考察を要する。遷移 (ジャンプ) 演算子  $L_{\mu}$  や  $L_{\mu}^{\dagger}$  に対応するものとして何が考えられるだろうか。共振器内の電磁場の系  $A$  における光子の生成と消滅は熱的な環  $E$  における光子の消滅と生成に対応している。すなわち, 共振器内の系  $A$  で光子を得る時, 環境  $E$  においてそれが失われ, 系  $A$  で光子を失う時, 環境  $E$  においてそれが得られる。そして, この誘導遷移が起こる確率は, 環境  $E$  における遷移の初期状態にある光子数に比例する。これらのことを勘案するならば, 系  $A$  内で光子が得られる, または失われる単位時間当たりの遷移確率をそれぞれ  $\kappa_{+}$  と  $\kappa_{-}$  とし, 系  $A$  の光子の生成に対応する遷移演算子として  $L_{+} = \sqrt{\kappa_{+}} a^{\dagger}$  を, その消滅に対応する遷移演算子として  $L_{-} = \sqrt{\kappa_{-}} a$  を考えるのが妥当である。また,  $A + E$  のエネルギー保存則からその初期状態の終状態とのエネルギー差は  $\pm \hbar\omega_c$  であり, 温度  $T$  の熱平衡状態にある環境においては,  $\kappa_{+}$  と  $\kappa_{-}$  の比は  $e^{-\hbar\omega_c/k_B T}$  となっているので,

$$\kappa_{+} = \kappa_{-} e^{-\hbar\omega_c/k_B T} \quad (8.12)$$

である。

また, プランクの法則から環境の温度  $T$  の熱浴中に存在する光子の振動数  $\omega_c$  の振動子の一つのモードに存在する平均個数  $n_{\text{th}}$  は

$$n_{\text{th}} = \frac{1}{e^{h\omega_c/k_B T} - 1} \quad (8.13)$$

であり, 式 (8.12) を考慮すれば

$$\frac{\kappa_-}{\kappa_+} = \frac{1 + n_{\text{th}}}{n_{\text{th}}} \quad (8.14)$$

となる。これを一つのパラメータ  $\kappa$  を用いて書き直すと,

$$\kappa_- = \kappa(1 + n_{\text{th}}); \quad \kappa_+ = \kappa n_{\text{th}} \quad (8.15)$$

すなわち,  $\kappa = \kappa_- - \kappa_+$  となり, 共振器内の光子の環境への散逸を考えるためのリンドブラッド型のマスター方程式は

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}_A}{dt} = & -i\omega_c [a^\dagger a, \hat{\rho}_A] - \frac{\kappa(1 + n_{\text{th}})}{2} (a^\dagger a \hat{\rho}_A + \hat{\rho}_A a^\dagger a - 2a^\dagger \hat{\rho}_A a) \\ & - \frac{\kappa n_{\text{th}}}{2} (a a^\dagger \hat{\rho}_A + \hat{\rho}_A a a^\dagger - 2a \hat{\rho}_A a^\dagger) \end{aligned} \quad (8.16)$$

として求まる。この方程式から  $\kappa$  は共振器内の状態の減衰時間の逆数となることが分かる。

右辺第1項は, ハイゼンベルクの運動方程式に由来する項であり, 散逸に関する項でないので取り除くことができる。 $\hat{\rho}_A$  を観測したときに時に,  $n$  個の光子が観測される確率は  $p(n) = \langle n | \hat{\rho}_A | n \rangle$  であるが, これを計算すると,

$$\frac{dp(n)}{dt} = \kappa(1+n_{\text{th}})(n+1)p(n+1) + \kappa n_{\text{th}}np(n-1) - [\kappa(1+n_{\text{th}})n + \kappa n_{\text{th}}(n+1)]p(n) \quad (8.17)$$

となる。右辺第1項は  $\kappa(1+n_{\text{th}})(n+1)$  の遷移率で光子を失って状態  $|n+1\rangle$  が状態  $|n\rangle$  になることを意味する項, 第2項は  $\kappa n_{\text{th}}n$  の遷移率で光子を得て状態  $|n-1\rangle$  が状態  $|n\rangle$  になることを意味する項である。第3項は  $\kappa(1+n_{\text{th}})n$  の遷移率で光子を失って状態  $|n\rangle$  が状態  $|n-1\rangle$  になることと,  $\kappa n_{\text{th}}(n+1)$  の遷移率で光子を得て状態  $|n\rangle$  が状態  $|n+1\rangle$  になることを意味する項である (図 8.1)。

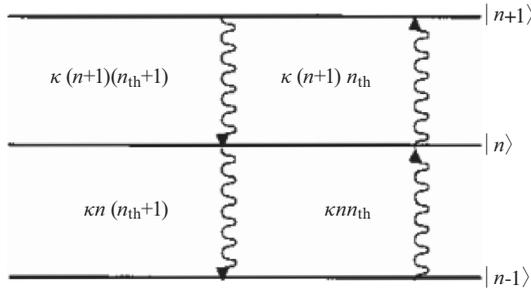


図 8.1 Haroche and Raimond Fig. 4.2

ここから分かるように, 式 (8.17) が定常状態になるための条件は,

$$\kappa(1+n_{\text{th}})np(n) = \kappa n_{\text{th}}np(n-1) \quad (8.18)$$

すなわち

$$\frac{p(n)}{p(n-1)} = \frac{n_{\text{th}}}{1+n_{\text{th}}} = e^{-\hbar\omega_c/k_B T} \quad (8.19)$$

である。これは, 共振器内の量子系  $A$  の状態の分布が, 熱的な環境  $E$  の状態のカノニカル分布と等しくなっていることを意味している。

また, 光子の平均個数は  $\langle n \rangle = \sum_n np(n)$  なので, 式 (8.17) から

$$\frac{d\langle n \rangle}{dt} = -\kappa(\langle n \rangle - n_{\text{th}}) \quad (8.20)$$

となる。これは, 系  $A$  の光子の分布状態が環境  $E$  のカノニカル分布と等しくなるように減衰係数を  $\kappa$  として指数的に減衰していくことを意味している (Haroche and Raimond, 4.3.4)。

## 9 デコヒーレンス - 共振器と環境のもつれ

観測される系と観測装置, そしてその周囲の環境との干渉により, ユニタリーな時間発展によって, 密度行列の非対角項が急速に非常に小さくなる, すなわち量子状態の重ね合わせ, コヒーレント状態が消えることが理論的にも実験的にも明らかになってきた。これをデコヒーレンスと呼び, このデコヒーレンスをいかに制御するかが, 量子コンピュータなどの量子技術にとって, 欠かせない問題となっている。ただし, デコヒーレンスによって密度行列の非対角項が完全にゼロになるわけではない。

デコヒーレンスにおいて, 共振器内の系  $A$  における光子の〈猫状態〉は, 環境  $E$  へと散逸していく。簡単のために温度を  $T = 0$  に設定すると環境中のある振動数の一つのモードの光子の平均値は  $n_{\text{th}} = 0$  となる。また, リンドブラッド型のマスター方程式 (8.16) の第一項は, 量子力学のハイゼンベルクの運動方程式に由来するものであり, 環境への散逸に関わるものでないために省くことができる。すると, 式 (8.16) は簡単になり, 〈猫状態〉の密度行列  $\hat{\rho}_A$  は,  $\kappa$  を共振器内の状態の減衰時間の逆数として, マスター方程式

$$\frac{d\hat{\rho}_A}{dt} = \frac{\kappa}{2} [2a\rho_A a^\dagger - a^\dagger a\rho_A - \rho_A a^\dagger a] \quad (9.1)$$

に従いながら環境への散逸による時間変化をする。散逸によって時間変化する

振幅を  $\beta(t) = \beta e^{-\kappa t/2}$  としたコヒーレント状態を

$$|\beta(t)\rangle = e^{-\frac{|\beta|^2 e^{-\kappa t}}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n e^{-n\kappa t/2}}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (9.2)$$

とする。コヒーレント状態  $|\beta(t)\rangle\langle\beta(t)|$  は、この方程式の解となり、その固有値は減衰していく。興味深い解は、〈 $\pi$  位相猫〉を考えた際のこの方程式の解であり、

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_A^\pm(t) = & \frac{1}{2} [|\beta(t)\rangle\langle\beta(t)| + |-\beta(t)\rangle\langle-\beta(t)|] \\ & \pm e^{-2\langle n \rangle(1-e^{-\kappa t})} (|\beta(t)\rangle\langle-\beta(t)| + |-\beta(t)\rangle\langle\beta(t)|) \end{aligned} \quad (9.3)$$

となるものである。式 (9.3) の非対角項は近似的に  $\exp(-2\langle n \rangle\kappa t)$  に従って減衰していくことが分かる。すなわち、コヒーレントな純粋状態にあった〈猫状態〉は、 $t > 1/\langle n \rangle\kappa$  において混合状態になるのである。そして、系  $A$  における光子の数の期待値  $\langle n \rangle$  が大きいほど、デコヒーレンスがおきて、混合状態になる速さが速いことが分かる。ここで、注意すべきことは、 $\langle n \rangle$  は通常の量子統計力学が扱うような大きな数ではなく、十分に小さい数の光子数でもよく、それを共振器がコントロール可能にしたということである。

このように、散逸に関するマスター方程式を形式的に解くことで、デコヒーレンスについて定量的に知ることができるが、直観的にそれを理解することを試みる。環境  $E$  における  $j$  とラベル付けされた振動子のコヒーレント状態を  $|\varepsilon_j(t)\rangle$  とする。もちろんこのような環境中の振動子の状態について知ることはできないのであるが、デコヒーレンスで何が起きているのかを理解する助けになる。このような系  $A$  と環境  $E$  のカップリングの状態は

$$|\Psi^{(AE)}(t)\rangle = |\beta(t)\rangle \otimes \prod_j |\varepsilon_j(t)\rangle \quad (9.4)$$

となる。そして、環境  $E$  におけるラベル  $j$  を付された調和振動子について、式 (5.23) より平均的に  $|\varepsilon_j(t)|^2$  個の光子が存在するため、エネルギー保存則から、 $\langle n \rangle$  を共振器内の光子の個数の期待値として

$$\sum_j |\varepsilon_j(t)|^2 = \langle n \rangle (1 - e^{-\kappa t}) \quad (9.5)$$

が成立する。

ここで、式 (6.1) を考慮しつつ、時刻  $t = 0$  において

$$|\Psi_{\text{cat}}^{(A)}(0)\rangle = \frac{e^{i\psi_1}}{\sqrt{2}} |\beta e^{i\Phi}\rangle + \frac{e^{i\psi_2}}{\sqrt{2}} |\beta e^{-i\Phi}\rangle \quad (9.6)$$

という共振器の中  $A$  での〈猫状態〉を考える。共振器の振幅  $\beta$  の位相を  $\pm\Phi$  で変化させた際に、環境  $E$  の振動子の振幅  $\varepsilon_i(t)$  の位相も  $\pm\Phi$  で変化させて、

$$|\Psi_{\text{cat}}^{(AE)}(t)\rangle = \frac{e^{i\psi_1}}{\sqrt{2}} |\beta e^{i\Phi}\rangle \otimes \prod_j |\varepsilon_j(t) e^{i\Phi}\rangle + \frac{e^{i\psi_2}}{\sqrt{2}} |\beta e^{-i\Phi}\rangle \otimes \prod_j |\varepsilon_j(t) e^{-i\Phi}\rangle \quad (9.7)$$

と共振器中の系  $A$  と環境  $E$  の振動子をカップリングして量子もつれの状態を作る。ここでは、〈猫状態〉を構成する二つの状態は、環境の二つの状態

$$|E^+(t)\rangle = \prod_j |\varepsilon_j(t) e^{i\Phi}\rangle, \quad |E^-(t)\rangle = \prod_j |\varepsilon_j(t) e^{-i\Phi}\rangle \quad (9.8)$$

に対応してカップリングさせられているが、それぞれは環境中に散逸した共振器中の〈猫状態〉と理解できる。振幅  $\varepsilon_i$  が非常に小さく、その位相差  $2\Phi$  が大きい環境中の非常に多くの振動子  $|\varepsilon_j(t) e^{i\Phi}\rangle$  と  $|\varepsilon_j(t) e^{-i\Phi}\rangle$  からそれぞれ構成された二つの振動子  $|E^+(t)\rangle$  と  $|E^-(t)\rangle$  が量子的に重なり合っている際、その二つの状態は非常に早く互いに直交した状態に近づく。すなわち、コヒーレント状態の内積についての式 (5.24) と式 (9.5) から、

$$\begin{aligned}
 \langle E^-(t)|E^+(t)\rangle &= \exp\left[-\sum_j |\varepsilon_j(t)|^2 (1 - e^{2i\Phi})\right] \\
 &= \exp[-\langle n \rangle (1 - e^{-\kappa t})(1 - e^{2i\Phi})]
 \end{aligned}
 \tag{9.9}$$

が得られるが, この値は時間とともに非常に早くゼロに近づく。ここで, 全ての  $j$  について  $|\varepsilon_j|^2 \ll 1$  となっていることに注意しておく。 $|\Psi_{\text{cat}}^{(AE)}(t)\rangle$  の密度行列は,

$$\begin{aligned}
 \hat{\rho}_A(t) &= \frac{1}{2} [|\beta(t)e^{i\Phi}\rangle\langle\beta(t)e^{i\Phi}| + |\beta(t)e^{-i\Phi}\rangle\langle\beta(t)e^{-i\Phi}| \\
 &+ \langle E^-(t)|E^+(t)\rangle e^{i(\psi_1 - \psi_2)} |\beta(t)e^{i\Phi}\rangle\langle\beta(t)e^{-i\Phi}| + h.c.]
 \end{aligned}
 \tag{9.10}$$

となるが,  $\rho_A(t)$  の非対角項は時間とともに非常に早くゼロに近づき, 干渉項が消えるのである。ここで,  $\Phi = \pi/2$ ,  $\psi_1 - \psi_2 = 0$  とすると, マスター方程式から得られる式 (9.3) と同じものが得られることを確認しておく (Haroche and Raimond, 7.5.1)。

7節で見たように, 原子と量子的なもつれにある〈猫状態〉の光子の集まりは, 環境と相互作用することによって, デコヒーレンスを起こし, その干渉項を失っていくのである。そして, その光子の数が多いほど干渉項を失う速さが速いのである。この原子, 〈猫状態〉の光子の集まりは, 観測系, 観測装置の関係に対応していると考えられるのである。そして, 共振器内のコヒーレント状態は, 観測装置の位置に対応するものだとすることを思い出しておこう。

## 10 物理学の哲学へ

量子もつれは数学的に記述すれば極めて簡単なもので, 観測されうる状態のそれぞれのテンソル積をとり, 確率振幅の重みづけをして足し合わせてやるだけのことである。しかし, この量子もつれが, 自然の实在性や局所性についての見方に大変革をもたらしたのである。量子もつれについての違和感を量子力

学誕生当初から物理学者は抱いていたが、近年の実験やそれに基づいた技術の発展は、量子もつれを自然における事実として我々に受け入れざるを得なくさせた。また、フォン・ノイマンによって、測定過程は量子力学自体の外側から加えられた何かでなければならぬと考えられ、その過程で起こることは「波束の収縮」ないし「波束の崩壊」と呼ばれた。しかしながら、量子系の観測は、量子系の観測対象と測定装置、そして環境の間に量子もつれが生じるがゆえに可能になるのである。さらにその量子もつれが生じるがゆえに量子系に特有の干渉項が消えるデコヒーレンスが起きて、古典的な物理法則や古典的な論理に従う測定値が測定装置によって我々に示されるのである。観測装置は古典的世界の事態が重なり合った状態を示さない。すなわち、「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」を我々は観測できない。しかし、ミクロの世界と我々の生きるマクロな古典的世界の間にあるメソの世界において量子系を作り出すことに人類は成功し始めている。すなわち、メソの世界では「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」が生み出されつつあるのである。「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」が環境の中でデコヒーレンスによって生きた猫と死んだ猫に分かれていく速さは、その系が大きいほど速い。このデコヒーレンスが、量子的世界が古典的な世界に移行していく鍵であることが徐々にはっきりし始めている。なぜ、ある特定の状態しか固有状態になれないかという問題を残しながらも。そして、このデコヒーレンスが起らないようにしてやること、すなわちコヒーレンスな状態を保つようにしてやることが量子コンピュータを実現させるための鍵となっている。

この物理学の現状を見据えたうえで、我々哲学者は、量子力学の解釈とは何か、量子力学の哲学とは何か、さらには物理学とは何か、自然科学的認識とは何かといった大きな問題に取り組んでいかなければならないであろう。ミクロの物理系とマクロの物理系の関係を考える際には、その中間のメソの物理系の振舞いの実験成果も念頭におかなければならない。

本稿では、共振器の中で生み出される光子のメソの物理系の振舞いを紹介したが、ポーズ=アインシュタイン凝縮も非常に重要な実験成果である。もし、

量子系での実在性を論じようとするならば, 古典的なマクロの世界の中で培われてきた我々の概念体系をそのままそこに持ち込むのはあきらめなければならないであろう。マクロの世界で培われた概念体系から我々を解放してくれる役割を果たしてくれるのが, 数学的概念やその操作なのかもしれない。光のコヒーレント状態を考えてみればよいが, 量子系では, 光子の個数が重なり合った状態が生み出されたり, 一原子との量子もつれを起こしたりしている。これは一体いかなる事態なのか。

古典世界の粒子に対して与えることができるような実在性は, 量子系では実在性として通用しない。量子系で実在性をもつ何かがあるとするならば, それは粒子でも波動でもなく, 調和振動子としての〈場 field〉であるのかもしれない。その〈場〉の励起状態が粒子として観測される。その〈場〉の励起状態の波動としての重ね合わせからなる量子系は, 環境世界とのカップリングによってデコヒーレンスを起こし, それによって初めて古典的な世界に成っていく。それは, 創発していくと言ってもよいであろう。デコヒーレンスによってどのような固有状態になっていくかは古典的な環境世界から決められていく。メソの世界で光子のコヒーレント状態から「生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態」をつくることができたとしても, マクロの世界である環境世界の中でそのような重ね合わせの状態はできない。もちろん, このような大きな理論負荷を負った〈場〉に実在性を付することには反論もあろう。実験物理学者にとり, 素粒子の粒子性こそが実在性をもって迫ってくるものに違いない。しかし, その粒子の実在性は, 素粒子の観測装置との相互作用の結果, デコヒーレンスを起こしたこちら側の古典的世界での実在性であるとも考えられる。

自然の中には様々な階層構造がある。ある一つの階層に全体を還元することはおそらく無理であろう。そして, 量子系の世界と古典的な環境世界を繋ぐものの一つがデコヒーレンスであるのかもしれない。もちろん, 量子系の世界と古典的な世界が接続されたところから, 現実の環境世界が創発するには, 統計力学的な相転移現象や複雑系における自己組織化など様々なことが関与していることは言うまでもない。

## 参考文献

- A. Einstein; B. Podolsky, and N. Rosen (1935), "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?", *Phys. Rev.* (The American Physical Society) 47(10) : 777-780. doi:10.1103/PhysRev.47.777. 邦訳「物理的実在についての量子力学的記述は完全であると考えられるだろうか」, 『アインシュタイン選集 1』, 谷川安孝他訳, 共立出版, 1971。
- Serge Haroche and Jean-Michel Raimond (2006), *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities and Photons*, Oxford University Press.
- John von Neumann (1932), *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin, Springer; 邦訳『量子力学の数学的基礎』井上健・広重徹・恒藤敏彦共訳, みすず書房, 1957年。
- 稲葉肇『統計力学の形成』, 名古屋大学出版会, 2021。
- 佐藤文隆『アインシュタインの反乱と量子コンピュータ』, 京都大学学術出版会, 2009年。
- 白井仁人, 森田邦久他『量子という謎』, 勁草書房, 2012。
- 白井仁人『量子力学の諸解釈-パラドクスをいかに解決するか』, 森北出版, 2022。
- 森田邦久『量子力学の哲学-非実在性・非局所性・粒子と波の二重性』, 講談社現代新書, 2011。