

# 公的過剰債務と経済成長

## Public Debt Overhangs and Economic Growth

村 田 治

Some recent studies have pointed out the inverted U shape relation between public debt-GDP ratio and economic growth rate. This is called the public debt overhangs. The purpose of this paper is to investigate the mechanism of the public debt overhangs problem theoretically. To do so, we set up a simple endogenous growth model with government deficits and public debt. Furthermore, we introduce into the model the fiscal rules whose aim is the sustainability of government deficits. We show that the inverted U shape relation between public debt-GDP ratio and economic growth rate need a particular fiscal rule of the sustainability of government deficits.

Osamu Murata

JEL : E62, E63, H63, O40

キーワード : 公的過剰債務、内生的経済成長、財政赤字の持続可能性

Keywords : Public Debt Overhangs, Endogenous Economic Growth,  
Sustainability of Government Deficits

### はじめに

わが国の一般政府ベースの公的債務残高 GDP 比率は 2009 年度に 200% を超え 2018 年度には 239% に達し<sup>1)</sup>、主要先進国の中でも極めて高い値となっている。同時に、1991 年のバブル崩壊以後、「失われた 20 年」と言われるように長期不況の状況が続いている。これら二つの経済現象は、一般的には、長期不況によって GDP 成長率が低迷し税収が伸び悩み、他方、景気対策のための財政政策が発動され、公債発行の累増によって公的債務残高 GDP 比率が上

1) 2017 年度の国・地方の公債残高 GDP 比率では 189% となっている。

昇したと解釈されてきた。

しかしながら、近年、Reinhart 等によって、公的債務残高 GDP 比率の上昇が経済成長率を引き下げるという逆の因果関係が指摘されるようになってきた<sup>2)</sup>。さらに、公的債務残高 GDP 比率のある閾値までは公的債務残高 GDP 比率の上昇は経済成長率を増加させるが、この閾値を超えると公的債務残高 GDP 比率の上昇（公的過剰債務）は経済成長率の低下を招くなど、両者の間に非線型性が存在するとの実証結果も報告されている<sup>3)</sup>。このような実証結果がわが国にも当てはまるなら、現在のアベノミックスが目指している経済成長による財政赤字の解消というメカニズムが働かなくなり、経済政策そのものを根本からか見直すことになりかねない。

他方、Reinhart 等によって見出された公的過剰債務（Public Debt Overhangs）が経済成長率を低下させるメカニズムは必ずしも明らかになっていないのが現状である<sup>4)</sup>。本稿では、簡単な理論モデルを用いて公的過剰債務が経済成長率を低下させるメカニズムを理論的に明らかにしたい。

本稿の構成は以下の通りである。まず、第 1 節では、公的過剰債務と経済成長の関係 EU 主要国等のデータを用いて整理し、経済学的メカニズムに関する先行研究を概観する。第 2 節では、利払いを含む政府支出を政策変数とする内生的成長モデルを構築し公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の関係を考察する。第 3 節では、財政赤字の持続可能性の条件を理論モデルに導入し、基礎的財政収支（primary balance）などの政策変数による分析を行うとともに、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の間の非線型性について考察する。

## 1. 公的債務残高 GDP 比率と経済成長率

本節では、Reinhart 等の主張に沿って公的債務残高と経済成長の関係を簡単に概観したうえで、そのメカニズムについて先行研究の論点を整理する。

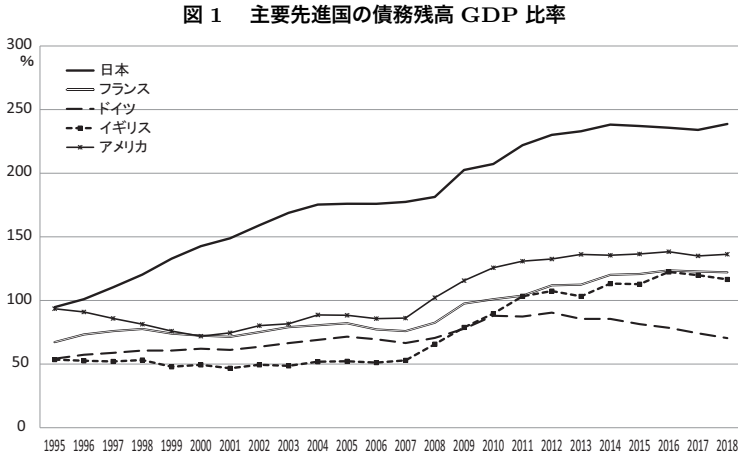
2) Reinhart and Rogoff (2010)、Reinhart, Reinhart and Rogoff (2012) 等を参照されたい。

3) 例えば、Baum, Checherita-Westphal and Rother (2013) 等が挙げられる。

4) 公的過剰債務が経済成長率を低下させるメカニズムを理論的に分析した研究としては、第 1 節で見ると、Arai, Kunieda and Nishida (2014) などが挙げられるにすぎない。

### (1) 主要先進国の公的債務残高 GDP 比率

まず、主要先進国の公的債務残高 GDP 比率の推移を見ておこう。図 1 には、一般政府ベースでの公的債務残高 GDP 比率の推移が描かれている。



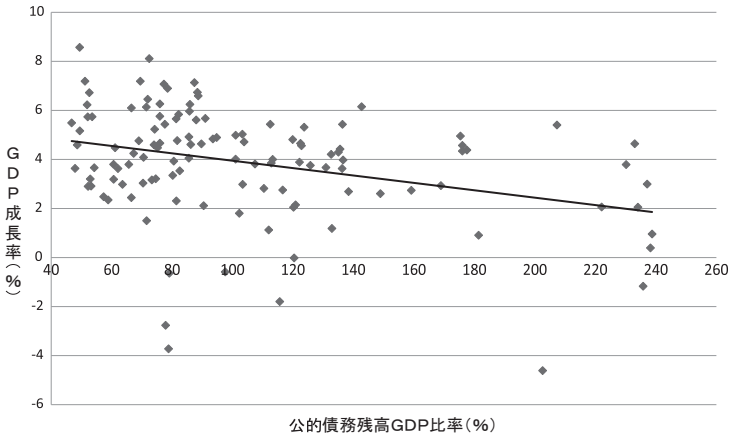
出展：OECD stat. のデータを用いて筆者が作成。

この図からもわかるように、わが国の公的債務残高 GDP 比率は他の主要先進国に比べて突出して高くなっている。また、各国ともリーマンショック以降に公的債務残高 GDP 比率が上昇していることも見て取れ、景気の低迷が税収の低下と財政赤字を招来し公的債務残高が増えていると捉えることができる。

実際、主要先進国の公的債務残高 GDP 比率と GDP 成長率の関係を図示したのが図 2 である。この図から公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の間には確かに負の関係があることが読み取れる<sup>5)</sup>。

5) 両者の相関係数は  $-0.33$  と求まる。

図 2 公的債務残高 GDP 比率と経済成長率



出展：OECD stat. のデータを用いて筆者が作成。

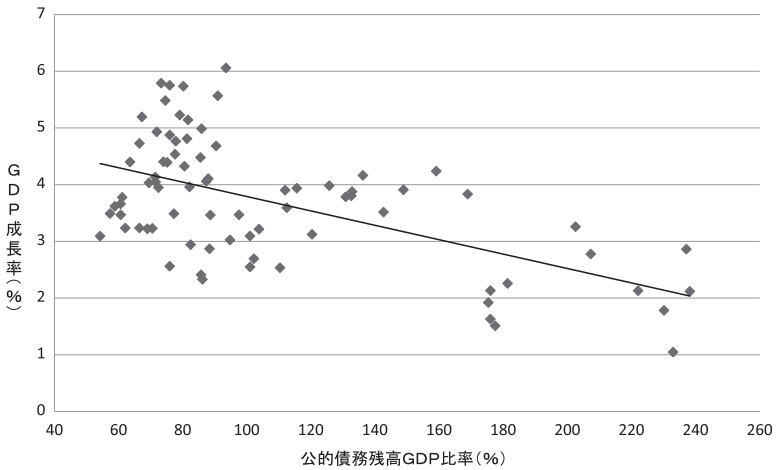
## (2) 公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の因果関係と非線型性

Reinhart 等は、この負の関係について経済成長率の低迷が公的債務残高 GDP 比率を高めたとする解釈に疑問を投げかけ、むしろ因果関係は逆であり、公的債務残高が GDP 成長率を引き下げていると主張した。この因果関係を図示したのが図 3 である。図 3 は、Kumar and Woo (2010) にしたがって、 $t$  年度の公的債務残高 GDP 比率を横軸に、 $t+1$  年度～ $t+5$  年度の GDP 成長率の 5 年平均値を縦軸にとって図示している。このような操作を行うことによって、GDP 成長率から公的債務残高 GDP 比率への因果関係が排除されている。この図 3 から、公的債務残高 GDP 比率が大きくなると GDP 成長率が小さくなるのがわかる。ただし、Kumar and Woo (2010) も指摘しているように、第三の経済変数が公的債務残高 GDP 比率と GDP 成長率に影響を与えている可能性も考えられる<sup>6)</sup>。

図 3 から明らかなように、公的債務残高 GDP 比率が高まると GDP 成長率が低下することが読み取れる。実際、両者の相関係数は  $-0.57$  と求まり、両者

6) Kumar and Woo (2010, p.7) 参照。

図3 公的債務残高 GDP 比率から経済成長率へ



出展：OECD stat. のデータを用いて筆者が作成。

のマイナスの関係は図2よりも強くなっていることがわかる。また、Reinhart, Reinhart and Rogoff (2012) は、公的債務残高 GDP 比率が90%を超えると GDP 成長率が極端に低下することを発見している<sup>7)</sup>。図2のデータから公的債務残高 GDP 比率が90%未満と90%以上のときの GDP 成長率を計算すると、それぞれ4.51%と3.17%と求まる。このことから、公的債務残高 GDP 比率が90%を超えると GDP 成長率が1.34%ポイント低下することがわかり、Reinhart, Reinhart and Rogoff (2012) とほぼ同様の結果が得られる。つまり、公的債務残高 GDP 比率90%ラインが GDP 成長率の閾値となっていることになる<sup>8)</sup>。

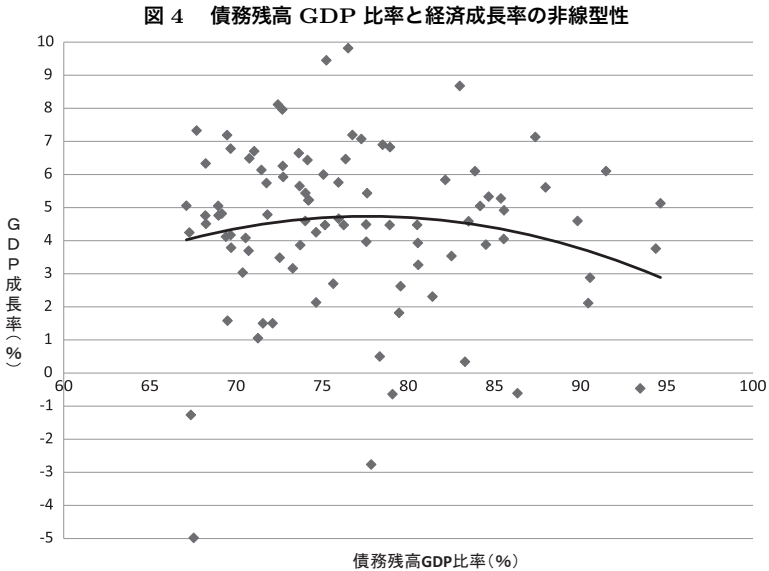
さらに、Baum, Checherita-Westphal and Rother (2013) は、欧州の12カ国のデータに基づいて<sup>9)</sup>、公的債務残高 GDP 比率の GDP 成長率に対する

7) Reinhart, Reinhart and Rogoff (2012, p.80) においては、公的債務残高 GDP 比率が90%を超えると GDP 成長率は1.2%ポイント低下することが示されている。

8) Checherita-Westphal and Rother (2012) も同様の指摘をしている。

9) オーストリア、ベルギー、フィンランド、フランス、ドイツ、ギリシャ、アイルランド、イタリア、ルクセンブルグ、オランダ、ポルトガル、スペインの12カ国である。

短期的効果は有意にプラスであるが、公的債務残高 GDP 比率が 67%あたりから効果はゼロになり、公的債務残高 GDP 比率が 95%以上になると公的債務残高増加は GDP 成長率にマイナスに働くと分析している<sup>10)</sup>。このことは、公的債務残高 GDP 比率の 67%~95%の間に GDP 成長率が上昇から低下に転じる転換点が存在し、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の間には非線型の関係が存在することを意味している。このことを確かめるために、Baum, Checherita-Westphal and Rother (2013) と同じ 12 개국について、公的債務残高 GDP 比率が 67%~95%の間の GDP 成長率を図示したのが図 4 である。



この図 4 の近似曲線から読み取れるように、公的債務残高 GDP 比率が 78%あたりで GDP 成長率が最大になっており、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率との間に非線型性が存在することがわかる。

10) Baum, Checherita-Westphal and Rother (2013, pp.813-15) 参照。

### (3) 公的過剰債務に関する理論的研究

それでは、図3や図4で示された公的債務残高 GDP 比率から経済成長率への因果関係や両者の非線型性に関するメカニズムについて先行研究ではどのように分析されているのであろうか。残念ながら、公的過剰債務問題を理論的に考察した先行研究は極めて少ないのが現状である。以下では、数少ないモデル分析として、Woodford (1990)、Saint-Paul (1992)、Bräuninger (2005)、Arai, Kunieda and Nishida (2014) の分析を簡単に紹介する<sup>11)</sup>。

はじめに、Woodford (1990) の理論モデルを取り上げよう。Woodford (1990) は公的過剰債務問題を取り扱った研究ではなく、公的債務残高 GDP 比率と経済成長の関係を分析したモデルではない。Woodford (1990) モデルでは、各経済主体は投資機会があるときには流動性制約に陥り、投資機会がないときには流動性制約に陥らず、投資機会がないときに公的債務で貯蓄し投資機会が生じたときに公的債務を売却し投資を行うと仮定する。このような流動性制約の状況の中では、公的債務の存在は流動性制約下の経済主体に貯蓄手段を与え投資機会が訪れた際の投資を促す効果を持つ。具体的には、公的債務の増加は利子率を上昇させ貯蓄手段としての公的債務の保有（公債需要）を高め、投資機会が来た際の投資量を増加させるのである<sup>12)</sup>。公的債務の投資のクラウディング・イン効果を意味している。

Saint-Paul (1992) も公的過剰債務問題を取り扱った研究ではないが、AK型生産関数を仮定した overlapping generation model を用いて、公的債務残高 GDP 比率の経済成長率への影響を分析している。ただし、Saint-Paul (1992) のモデルでは、公的過剰債務の問題を扱っていないこともあり公的債務残高 GDP 比率を政策変数として外的に扱われている。政策変数である公的債務残高 GDP 比率が政策的に上昇すると経済成長率が低下することが理論的に明らかにされている。そのメカニズムは以下のように考えることができる。Saint-Paul (1992) モデルでは、消費は人的資産（＝賃金）、物的資産（＝資本ストック）

11) その他の研究としては、生産関数に公共資本ストックを組み入れたモデル分析ではあるが、Checherita-Westphal Hallet and Rother (2012)、Greiner (2012) などがある。

12) 当然のことながら、公的債務の利子率と資本の収益率は異なってくる。

と公的債務残高によって決定されると考えられている。したがって、公的債務残高 GDP 比率が上昇すると消費が増加し貯蓄が減少し、その結果、投資の減少が生じ定常状態での GDP 成長率が低下する。いわば、消費の資産効果を通じた投資のクラウドディング・アウト効果が生じ GDP 成長率を低下させるメカニズムが働いている。

次に、Bräuninger (2005) のモデルを見ておこう。Saint-Paul (1992) と同様、AK 型生産関数を前提とした overlapping generation model が用いられており、問題意識としては公的債務残高と経済成長の関係が念頭におかれているため、公的債務残高資本ストック比率が内生変数として扱われている<sup>13)</sup>。さらに、財政赤字資本ストック比率を政策変数としており、モデル分析の結果、財政赤字資本ストック比率が低い(高い)場合は定常状態の経済成長率が高く(低く)なるという結果を導いている。財政赤字資本ストック比率が上昇すると公的債務残高が増加するため投資に充てる貯蓄額が減少し、結果として定常状態の資本ストック成長率が低下するというメカニズムが考えられている。ここでも、財政赤字の増加による公的債務残高の増加は投資をクラウド・アウトさせ資本蓄積率を低下させるメカニズムが働いている。また、Bräuninger (2005) モデルでは、財政赤字資本ストック比率がある閾値を超えて大きくなると公的債務残高が増加するため資本ストックの成長率が低下し<sup>14)</sup>、公的債務残高資本ストック比率が限りなく上昇するという財政破綻の可能性も分析されている。

最後に、Arai, Kunieda and Nishida (2014) のモデルについて見てみよう。Arai, Kunieda and Nishida (2014) モデルでも AK 型生産関数を前提とした overlapping generation model が用いられ、Woodford (1990) と同様の流動性制約が前提とされている。具体的には、生産性ショックによって、生産の収益率と利率に大小関係が生じ、生産の収益率より利率が小さい場合は借入を行って投資を行い、逆の場合は生産を行わずに貸し付けを行うと仮定されて

13) AK モデルを前提としているため、公的債務残高資本ストック比率を取り扱っているが、実質的には公的債務残高 GDP 比率が内生変数となっている。

14) 公的債務を家計が貯蓄手段として購入するため、投資に回す貯蓄額が減少する。



いる。ただし、借入れには担保の大きさに伴う流動性制約（借入制約）が存在する。さらに、Bohn（1998）による財政赤字の持続可能性の条件を考慮し、政府は公的債務 GDP 比率が大きくなれば税率を上げ基礎的財政収支 GDP 比率を縮小させ、逆に、公的債務 GDP 比率が小さくなれば税率を下げて基礎的財政収支 GDP 比率を拡大させると仮定されている。一つ目の仮定からは、公的債務残高 GDP 比率が高くなり利利率が上昇することは投資の機会費用が上昇することを意味し、投資が行われるためにはより高い生産収益率が必要となる。他方、二つ目の仮定は、政府が公的債務残高 GDP 比率の増加に対して財政赤字を持続可能にするために税率を上昇せることを意味している。

これらの前提から、クラウドイング・アウト効果とクラウドイング・イン効果の相対的大きさによって公的債務残高 GDP 比率の経済成長率への効果が導かれている。一つは、公的債務残高 GDP 比率の上昇は利利率を上昇させ投資の機会費用が高くなることによって投資がクラウド・アウトされる効果である。もう一つは、公的債務残高 GDP 比率が高くなると利利率が上昇し貯蓄の増加が促され、これが次期の投資の増加をもたらすクラウドイング・イン効果である。これらの効果の相対的大きさによって GDP 成長率に対する影響が変わってくる。均衡への移行過程において、公的債務残高 GDP 比率がある閾値に達するまでは、クラウドイング・イン効果がクラウドイング・アウト効果よりも優勢で公的債務残高 GDP 比率の上昇は GDP 成長率を高めるが、ある閾値を超えるとクラウドイング・アウト効果の方が優勢となり GDP 成長率が低下することが示されている<sup>15)</sup>。

## 2. 公的債務残高と GDP の内生的成長モデル

本節では、第 1 節で見た公的債務残高 GDP 比率から経済成長率への影響について、簡単な内生的成長モデルを用いて考察する。

---

15) このメカニズムにおける Bohn（1998）の政策反応関数の役割は極めて大きい。

(1) **AK 型生産関数**

Arrow (1962)、Sheshinski (1967)、Romer (1986) に従って、学習効果 (learning-by-doing) と知識の波及 (knowledge spillovers) について考えよう<sup>16)</sup>。いま、代表的企業  $i$  の生産量を  $Y_i$ 、労働投入量を  $L_i$ 、資本ストックを  $K_i$ 、利用可能な知識水準を  $\omega_i$  とすると、代表的企業の生産関数は、

$$Y_i = F(K_i, \omega_i L_i) \quad (1)$$

と表される<sup>17)</sup>。次に、個々の企業の投資によって学習効果が働き、企業の資本ストック  $K_i$  の増加は知識水準  $\omega_i$  の増加をもたらすと仮定しよう。また、企業によって獲得された知識は瞬時に経済全体に波及し、全ての企業が費用負担なしで利用できる公共財であると考えよう。したがって、経済全体の知識水準  $\omega$  は経済全体の資本ストック  $K$  とプラスの相関があることになる。さらに、知識は個々人の学習によって蓄積されるので、経済全体の知識水準は経済全体の一人当たり資本ストック  $K/L$  と比例関係にあると考え、

$$\omega = K/L \quad (2)$$

と仮定しよう。(1)(2) 式より代表的企業の生産関数は、

$$Y_i = F(K_i, (K/L)L_i) \quad (3)$$

と表され、一次同次性から、

$$Y_i/K_i = F[1, (K/L)(L_i/K_i)] = f[(K/L)(L_i/K_i)] \quad (4)$$

が得られる。また、企業同質性から、

$$L_i/K_i = K/L, Y_i/K_i = Y/K \quad (5)$$

が成立しているので、(4) 式から、

$$Y/K = f(1) \quad (6)$$

となる。ただし、 $Y$  は経済全体の生産量で GDP に等しい。この  $f(1)$  を  $A$  とおくと、AK 型生産関数、

$$Y = AK \quad (7)$$

を得る。したがって、GDP は資本ストックと全要素生産性から構成されることになる。

16) 以下の説明は、Barro and Sala-i-Martin (1995, pp.146-47) を参考にしている。

17) ただし、代表的企業の生産関数は一次同次が仮定されている。

**(2) 公的債務残高成長率と GDP 成長率**

いま、実質分配国内所得 (= GDP) を  $Y$ 、所得税率を  $t$  (=一定)、名目利率を  $r$ 、名目公的債務残高を  $B$ 、物価水準を  $p$  とすると、可処分所得  $Y_D$  と税収  $T$  は、それぞれ、

$$Y_D = (1 - t)(Y + rB/p) \quad (8)$$

$$T = t(Y + rB/p) \quad (9)$$

と表される。(8) 式からわかるように、家計の収入は所得と公的債務の利払いから構成されている。また、政府支出は GDP の一定比率  $g$  と仮定すると、

$$g = G/Y \quad (10)$$

となる。ここで、公的債務残高 GDP 比率を  $b$  と表すと、

$$b = B/pY \quad (11)$$

となる。さらに、実質利率は資本の限界生産性に等しいと考え、(7) 式を考慮すると、

$$r/p = \partial Y / \partial K = A \quad (12)$$

を得る。また、物価水準  $p$  については、

$$p = \text{一定} \quad (13)$$

と仮定しよう。財政赤字は公債の発行によって賄われるので政府の予算制約式は、

$$\dot{B}/p = G + rB/p - t(Y + rB/p) \quad (14)$$

と表される。さらに、両辺を  $Y$  で割って、(10)(11)(12) 式を考慮すると

$$b(\dot{B}/B) = g + Ab - t(1 + Ab) \quad (15)$$

を得る。これより、

$$\dot{B}/B = (g - t)/b + A(1 - t) \quad (16)$$

となる。次に、貯蓄を  $S$ 、貯蓄性向を  $s$  とすると、貯蓄は以下のように表される。

$$S = sY_D \quad (17)$$

さらに、家計貯蓄は投資と実質公的債務の購入に当てられるので、

$$S = I + \dot{B}/p \quad (18)$$

と表される。ただし、(20) 式は定義式ではなく市場均衡式を表している。言い換えれば、 $S$  が  $I + \dot{B}/p$  よりも大きい場合は生産物市場では超過供給が生じており、逆に  $S$  が  $I + \dot{B}/p$  よりも小さい場合には生産物市場は超過需要の状態にある<sup>18)</sup>。次に、減価償却率をゼロと仮定するなら、投資は、

$$I = \dot{K} \quad (19)$$

と表される。ここで、(8)(17)(19) 式を家計の貯蓄式 (18) 式に代入すると、

$$s(1-t)(Y + rB/p) = \dot{K} + \dot{B}/p \quad (20)$$

となり、(20) 式の両辺を  $Y$  で割って、(12) 式を考慮すると、

$$\dot{K}/Y = s(1-t)(1 + Ab) - b(\dot{B}/B) \quad (21)$$

を得る。さらに、(7) 式を考慮すると次式を得る。

$$\dot{Y}/Y = A\{s(1-t)(1 + Ab) - b(\dot{B}/B)\} \quad (22)$$

ここで、政府支出と利払いの GDP に対する比率（政府支出・利払い GDP 比率）を  $\delta$  とし政策変数と仮定する<sup>19)</sup>。わが国の場合も、財政赤字に関しては政府支出と利払いの合計額が絶えず問題とされており、現実的に妥当な仮定と考えられる。(10)(11)(12) 式を考慮するなら  $\delta$  は以下のように表される。

$$\delta \equiv g + Ab \quad (23)$$

(23) 式を (15) 式に代入すると、

$$b(\dot{B}/B) = \delta - t(1 + Ab) \quad (24)$$

を得る。

18) 詳しくは、補論 A を参照されたい。

19) 政府支出のみを政策変数とした場合は、財政赤字が生じると公的債務残高 GDP 比率が無限に増加し財政破綻を引き起こすことが理論的に導かれる。

### (3) 均衡解の存在と体系の安定性

以下では、上で示された経済体系の安定性と政策変数による比較動学分析を行う。(13) 式を考慮すると、公的債務残高 GDP 比率の変化率は (11) 式より、

$$\dot{b}/b = \dot{B}/B - \dot{Y}/Y \quad (25)$$

と求まる。上式に (22) 式を代入し整理すると、

$$\dot{b} = (1 + Ab)(\dot{B}/B)b - As(1 - t)(1 + Ab)b \quad (26)$$

を得る。(24) 式を (26) 式に代入すると、

$$\dot{b} = -A^2\{t + s(1 - t)\}b^2 - A\{t + s(1 - t) - (\delta - t)\}b + \delta - t \quad (27)$$

となる。これより、異なる二つの均衡解  $b^*$ 、 $b^{**}$  (ただし、 $b^* > b^{**}$ ) がそれぞれ、

$$b^* = (\delta - t)/A\{t + s(1 - t)\} \geq 0 \quad \text{as} \quad \delta - t \geq 0 \quad (28)$$

$$b^{**} = -1/A < 0 \quad (29)$$

と求まる。以下では、わが国の財政赤字の状況を考慮して、

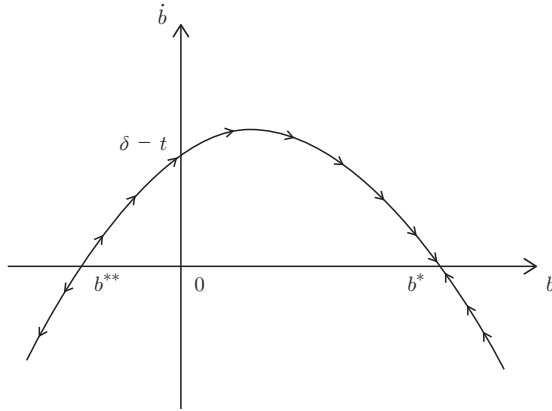
$$\delta - t > 0 \quad (30)$$

を仮定すると (27)~(29) 式より  $\dot{b}$  曲線は図 5 のように描ける<sup>20)</sup>。図 5 からわかるように、公的債務残高 GDP 比率の均衡値  $b^*$  は一意に決まり体系は安定的事であることがわかる<sup>21)</sup>。

20) 図 5 では、 $\delta > 2t + s(1 - t)$  の場合を描いている

21)  $b^{**} < 0$  は経済変数としては除外される。

図 5 均衡解と安定性



#### (4) 比較動学

次に、政策変数である政府支出・利払い GDP 比率が変化した場合の公的債務残高 GDP 比率の移行経路と比較度学分析を行なう。(27) 式を  $\delta$  で偏微分し政府支出・利払い GDP 比率の増加が  $\dot{b}$  曲線に与える影響を計算すると、

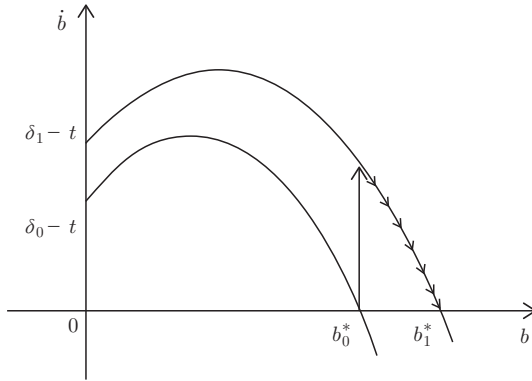
$$\partial \dot{b} / \partial \delta = 1 + Ab > 0 \quad (31)$$

となり、 $\dot{b}$  曲線は上方にシフトすることがわかる。これを描いたのが図 6 である。図 6 からわかるように、均衡公的債務残高 GDP 比率は  $b_0^*$  から  $b_1^*$  に上昇する。(28) 式から計算で確かめると (32) 式を得る。

$$db^* / d\delta = 1/A\{t + s(1 - t)\} > 0 \quad (32)$$

ここで、政府支出・利払い GDP 比率  $\delta$  の増加がどのように公的債務残高 GDP 比率  $b$  に影響を与えるかを見ておこう。図 6 にも描かれているように、政府支出・利払い GDP 比率  $\delta$  が増加すると、(24) 式からわかるように新規債務発行が増加する。他方、政府支出・利払いの増加は家計貯蓄から投資に回る資金をクラウド・アウトするため、投資と GDP を低下させる。この公的債務残高の増加と GDP の低下が公的債務残高 GDP 比率を急激に上昇させることになる。公的債務残高 GDP 比率の上昇は利払いの増加を通じて貯蓄を増加させ、

図 6 比較動学



投資へのクラディング・アウト効果を緩和し GDP の成長を回復させる。他方、公的債務残高 GDP 比率の上昇によって政府の利払いが増え続けるため、公的債務残高は通減的ではあるが増加していく。これらの要因によって、公的債務残高 GDP 比率は新たな均衡点  $b_1^*$  へと増加していく。

### (5) 公的債務残高 GDP 比率と経済成長率

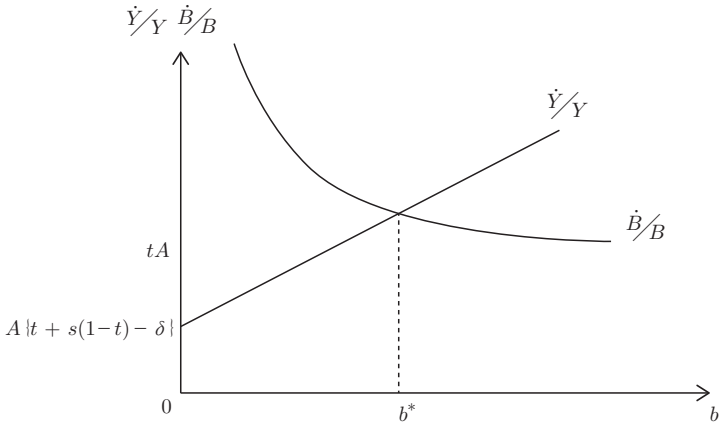
以下では、これまでの理論モデルを用いて公的債務残高 GDP 比率の増加が GDP 成長率にどのような影響を与えるかを考察する。まず、GDP 成長率や公的債務残高成長率の動きを確認するために、公的債務残高 GDP 比率  $b$  に対する  $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線の形状を見てみる。横軸に公的債務残高 GDP 比率  $b$  をとると、 $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線は (22)(24)(30) 式から (33)(34) 式のように求まり、これを図示すると図 7 のように描ける<sup>22)</sup>。

$$\dot{Y}/Y = A^2\{t + s(1 - t)\}b + A\{t + s(1 - t) - \delta\} \quad (33)$$

$$\dot{B}/B = (\delta - t)/b + tA \quad (34)$$

22)  $\dot{Y}/Y$  線の切片  $A\{t + s(1 - t) - \delta\}$  と  $\dot{B}/B$  線の漸近線  $tA$  の大小関係については、 $tA > A\{t + s(1 - t) - \delta\}$  を仮定して図 7 を描いている。

図 7  $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線



この図からわかるように、

$$\dot{B}/B \geq \dot{Y}/Y \Leftrightarrow b \leq b^* \quad (35)$$

が成立しているので、均衡値  $b^*$  の左側では  $\dot{B}/B > \dot{Y}/Y$  となり、右側では  $\dot{B}/B < \dot{Y}/Y$  となるため、(25) 式から  $b^*$  に収束することが確認できる。

次に、政府支出・利払い GDP 比率  $\delta$  の上昇が GDP 成長率と公的債務残高成長率に与える影響について見てみよう。(33)(34) 式から、

$$\frac{\partial(\dot{Y}/Y)}{\partial\delta} = -A < 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial(\dot{B}/B)}{\partial\delta} = \frac{1}{b} > 0 \quad (37)$$

となるので、 $\dot{Y}/Y$  線は下方にシフトし、 $\dot{B}/B$  線は上方にシフトすることがわかる、これを図示したのが図 8 である。

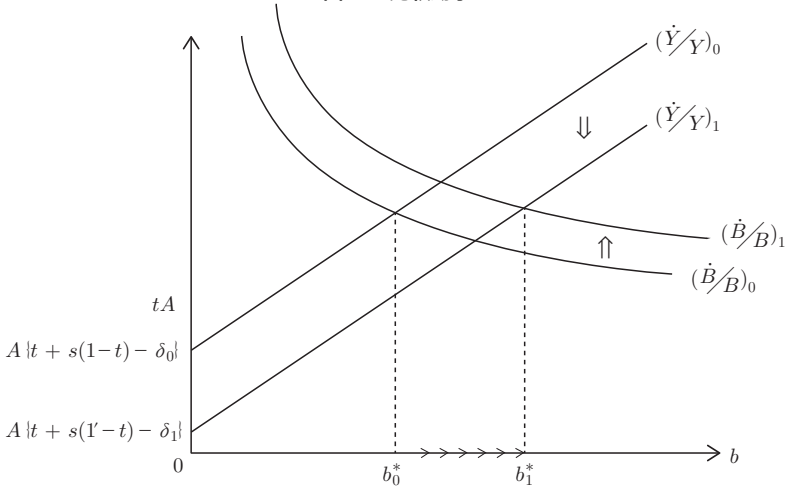
ここで、政府支出・利払い GDP 比率  $\delta$  の増加によって、公的債務残高 GDP 比率が新たな均衡値  $b_1^*$  に達したときに GDP 成長率  $\dot{Y}/Y$  がどのように変化するかを (33) 式から計算すると、

$$\frac{d(\dot{Y}/Y)}{d\delta} = A^2\{t + s(1-t)\} \frac{db^*}{d\delta} - A \quad (38)$$

と求まる。上式に (32) 式を代入すると、



図 8 比較動学



$$d(\dot{Y}/Y)/d\delta = 0$$

となる。したがって、政府支出・利払い GDP 比率  $\delta$  の増加は均衡での GDP 成長率に対して影響を与えないことがわかる。他方、政府支出・利払い GDP 比率  $\delta$  の増加は均衡での公的債務残高 GDP 比率を高めるので、この二つの事実から、公的債務残高 GDP 比率が上昇したとしても均衡での GDP 成長率は上昇しないことになる。実際、(33) から  $d(\dot{Y}/Y)/db^*$  を求めると、

$$\frac{d(\dot{Y}/Y)}{d\delta} A^2 \{t + s(1-t)\} - A \frac{db^*}{db^*} \quad (39)$$

となり、(30) 式から  $d(\dot{Y}/Y)/db^* = 0$  となる<sup>23)</sup>。

### 3. 財政赤字の持続可能性と公的過剰債務問題

前節で見たように、政府支出・利払い GDP 比率を政策変数とした場合、公的債務残高 GDP 比率と GDP 成長率の間には関係性が見出されなかった。第 1 節での EU 諸国の実証データや第 2 節での分析結果からもわかるように、公

23) ただし、図 8 からわかるように、移行過程においては、公的債務残高 GDP 比率の上昇とともに GDP 成長率は上昇していく。

的過剰債務問題は必ずしも財政破綻を意味するものではなく、公的債務残高 GDP 比率は定常状態へと収束する可能性が大きい。そうであるならば、その背後に何らかの財政赤字の持続可能性要因が作用していることも考えられる。本節では、財政赤字の持続可能性と公的過剰債務問題について分析する<sup>24)</sup>。財政赤字の持続可能性条件としては多くの研究がなされているが、ここでは、Hakkio and Rush (1991)、Bohn (1998) の条件を取り上げよう。

### (1) Hakkio and Rush (1991) の持続可能性条件

Hakkio and Rush (1991) は財政赤字の持続可能性条件として、利払いを含む財政赤字 GDP 比率の定常性を提案している。本稿のような確定論的なモデルでは、財政赤字 GDP 比率を外生的な政策変数として捉えることができる。この場合、政策変数  $\delta$  は、

$$\delta \equiv g + rb - t(1 + rb) \quad (40)$$

と表され、(15) 式を考慮すると、

$$b(\dot{B}/B) = \delta \quad (41)$$

となる。上式を (26) 式に代入すると、

$$\dot{b} = -A^2s(1-t)b^2 + A\{\delta - s(1-t)\}b + \delta \quad (42)$$

となる。これより、異なる二つの均衡解  $b^*$ 、 $b^{**}$  (ただし、 $b^* > b^{**}$ ) が、

$$b^* = \delta/As(1-t) \geq 0 \quad as \quad \delta \geq 0 \quad (43)$$

$$b^{**} = -1/A < 0 \quad (44)$$

と求まる。以下では、財政赤字を前提とし、

$$\delta > 0 \quad (45)$$

を仮定すると、図 5 と同様の  $\dot{b}$  曲線が描ける<sup>25)</sup>。

次に、政策変数である財政赤字 GDP 比率  $\delta$  が変化した場合の  $b$  の移行経路

24) ここでの公的過剰債務問題とは第 1 節で述べたような、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の関係の意味している。

25) ただし、 $\dot{b}$  曲線の切片と均衡解  $b^*$  の値はそれぞれ、 $\delta$ 、 $\delta/As(1-t)$  である。

と比較動学分析を行なおう。(42) 式を  $\delta$  で偏微分し財政赤字 GDP 比率の増加が  $\dot{b}$  曲線に与える影響を求めると、

$$\partial \dot{b} / \partial \delta = 1 + Ab \quad (46)$$

となり、 $\dot{b}$  曲線は上方にシフトすることがわかる。これを図示したのが図 9 である。

図 9  $\dot{b}$  線と比較動学

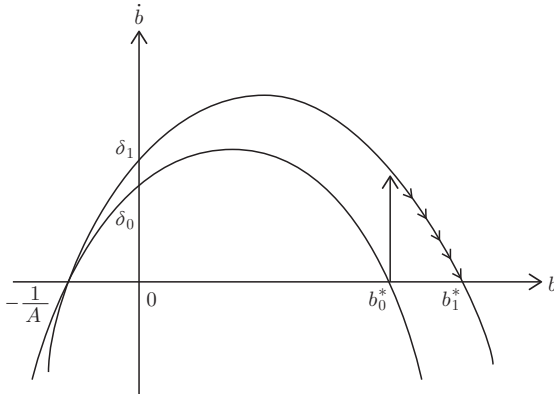


図 9 からわかるように、公的債務残高 GDP 比率は  $b_0^*$  から  $b_1^*$  に上昇する。実際、(43) 式から (47) 式を得る。

$$db^* / d\delta = 1 / As(1 - t) \quad (47)$$

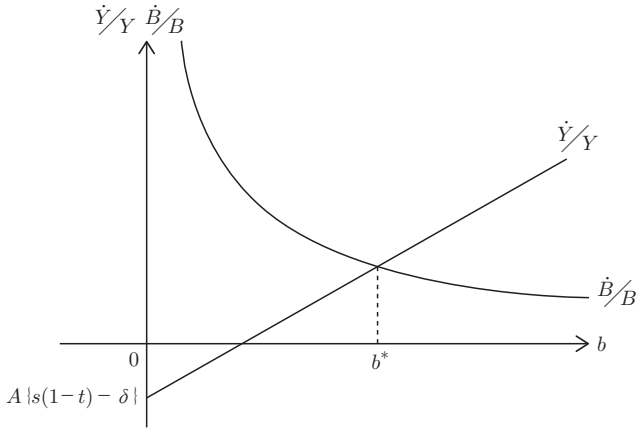
さらに、前節と同様に、公的債務残高 GDP 比率の増加が GDP 成長率にどのような影響を与えるかを考察しよう。横軸に公的債務残高 GDP 比率  $b$  をとると、 $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線は (22)(41) 式から (48)(49) 式のように求まり、これを図示すると図 10 のように描ける<sup>26)</sup>。

$$\dot{Y}/Y = As(1 - t)(1 + Ab) - \delta \quad (48)$$

$$\dot{B}/B = \delta / b \quad (49)$$

26)  $\dot{Y}/Y$  線の切片  $A\{s(1 - t) - \delta\}$  については、 $\delta > s(1 - t)$  と仮定すると図 10 のように描ける。

図 10  $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線



この図からわかるように、

$$\dot{B}/B \geq \dot{Y}/Y \Leftrightarrow b \leq b^* \quad (50)$$

が成立しているので、均衡値  $b^*$  の左側では  $\dot{B}/B > \dot{Y}/Y$  となり、右側では  $\dot{B}/B < \dot{Y}/Y$  となるため、(25) 式から  $b^*$  に収束することが確認できる。

次に、財政赤字 GDP 比率  $\delta$  の上昇が GDP 成長率と公的債務残高成長率に与える影響について見てみよう。(48)(49) 式から、

$$\frac{\partial(\dot{Y}/Y)}{\partial\delta} = -A < 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial(\dot{B}/B)}{\partial\delta} = \frac{1}{b} > 0 \quad (52)$$

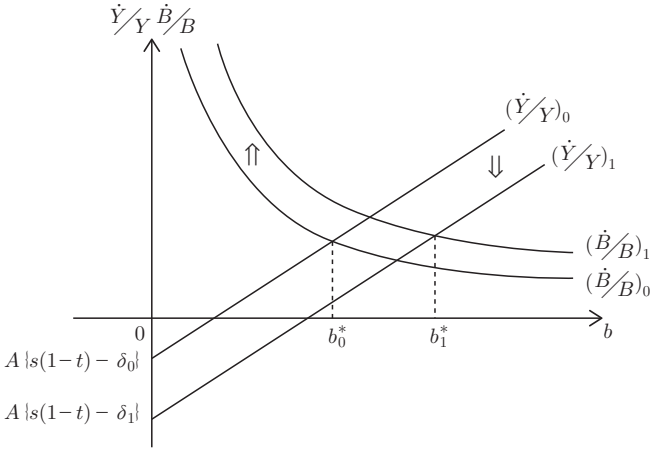
となるので、 $\dot{Y}/Y$  線は下方にシフトし、 $\dot{B}/B$  線は上方にシフトすることがわかる。これを図示したのが図 11 である。

前と同様に、財政赤字 GDP 比率の増加により公的債務残高 GDP 比率  $b^*$  が上昇し新たな均衡値  $b_1^*$  に達したときに GDP 成長率  $\dot{Y}/Y$  がどのように変化するかを (48) 式から求めると、

$$\frac{d(\dot{Y}/Y)}{db^*} = A^2t + s(1-t) - A\frac{d\delta}{db^*} \quad (53)$$

となり、(47) 式から  $d(\dot{Y}/Y)/db^* = 0$  を得る。

図 11 比較動学



## (2) Bohn (1998) の持続可能性条件

Bohn (1998) は、基礎的財政赤字 GDP 比率が公的債務残高 GDP 比率に対してマイナスに反応することを財政赤字の持続可能性条件として挙げている<sup>27)</sup>。この場合、基礎的財政赤字 GDP 比率  $\delta$  は、

$$\delta \equiv g - t(1 + Ab) \quad (54)$$

と定義され政策変数と見なされる。さらに、Bohn (1998) に従って、

$$\delta = \delta(b) \equiv \bar{\delta} - \beta b^2, \quad \bar{\delta} \geq 0, \quad \beta > 0 \quad (55)$$

と仮定しよう。(55) 式は、公的債務残高 GDP 比率が増えると政府は政府支出の削減によって基礎的財政赤字 GDP 比率を縮小することを意味している。また、 $\bar{\delta}$  は公的債務残高 GDP 比率がゼロの場合の基礎的財政赤字 GDP 比率を表している。以下では分析の簡単化のために、基礎的財政赤字 GDP 比率  $\bar{\delta}$  が非負であると仮定する<sup>28)</sup>。(54) 式を考慮して、(55) 式を (15) 式に代入す

27) 第 1 節でも述べたように、Arai, Kunieda and Nishida (2014) においても Bohn (1998) の政策反応関数を前提としている。

28) (54) 式を考慮して、 $\bar{\delta} = g - t$  と見なすことも可能である。また、この仮定を外しても分析の結果に定性的な影響はない。

ると、

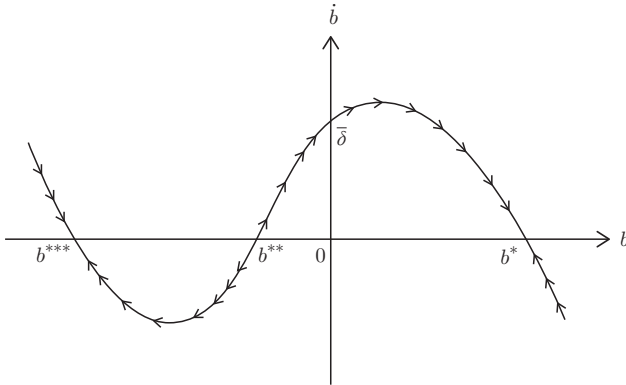
$$b(\dot{B}/B) = \bar{\delta} - \beta b^2 + Ab \quad (56)$$

となる。上式を (26) 式に代入すると、

$$\dot{b} = -A\beta b^3 + [A^2\{1 - s(1 - t)\} - \beta]b^2 + A\{1 - s(1 - t) + \bar{\delta}\}b + \bar{\delta} \quad (57)$$

を得る。この  $\dot{b}$  線を図示すると図 12 のように描け、公的債務残高 GDP 比率の正の均衡解  $b^*$  が存在する<sup>29)</sup>。

図 12 均衡解と安定性



次に、政府支出の増加によって基礎的財政赤字 GDP 比率  $\bar{\delta}$  の増加が  $\dot{b}$  曲線に与える影響を求めると、

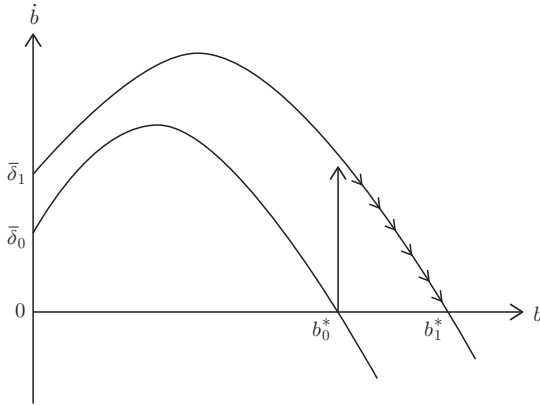
$$\partial \dot{b} / \partial \bar{\delta} = 1 + Ab \quad (58)$$

となり、 $\dot{b}$  曲線は上方にシフトすることがわかる。これを描いたのが図 13 である。図 13 には基礎的財政赤字 GDP 比率  $\bar{\delta}$  が  $\bar{\delta}_0$  から  $\bar{\delta}_1$  に増えた場合が描かれている<sup>30)</sup>。図 13 から、公的債務残高 GDP 比率は  $b_0^*$  から  $b_1^*$  に上昇することがわかる。

29)  $\bar{\delta} = 0$  の場合、(57) 式は、 $\dot{b} = -A\beta b^3 + [A^2\{1 - s(1 - t)\} - \beta]b^2 + A\{1 - s(1 - t)\}b$  となり、三つの均衡解はそれぞれ、 $b^{***} = -1/A$ 、 $b^{**} = 0$ 、 $b^* = \{1 - s(1 - t)\}/\beta$  と求まる。

30) ただし、図 13 では  $b$  が非負の場合のみが描かれている。

図 13 比較動学



実際、 $\bar{\delta}$  の増加による  $b^*$  への効果を (57) 式から求めると、

$$\frac{db^*}{d\bar{\delta}} = -\frac{(1 + Ab^*)}{-3A\beta(b^*)^2 + 2[A^2\{1 - s(1 - t)\} - \beta]b^* + A\{[1 - s(1 - t)] + \bar{\delta}\}} \quad (59)$$

となる。図 13 では (59) 式の分母を負と仮定している。ここで、公的債務残高 GDP 比率の増加が GDP 成長率にどのような影響を与えるかを考察しよう。そのために、まず、公的債務残高 GDP 比率  $b$  に対する  $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線の形状を見てみよう。横軸に公的債務残高 GDP 比率  $b$  をとると、 $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線は (22)(56) 式から (60)(61) 式のように求まり、これを図示すると図 14 のように描ける<sup>31)</sup>。

$$\dot{Y}/Y = A[\beta b^2 - A\{1 - s(1 - t)\}b + s(1 - t) - \bar{\delta}] \quad (60)$$

$$\dot{B}/B = \bar{\delta}/b - \beta b + A \quad (61)$$

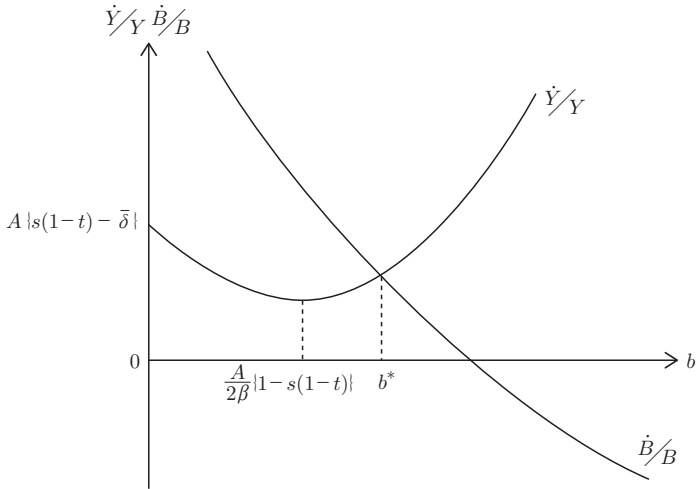
この図からわかるように、

$$\dot{B}/B \geq \dot{Y}/Y \Leftrightarrow b \leq b^* \quad (62)$$

が成立しているので、均衡値  $b^*$  の左側では  $\dot{B}/B > \dot{Y}/Y$  となり、右側では

31) 図 14 は、 $\beta > A^2\{1 - s(1 - t)\}^2/4\{s(1 - t) - \bar{\delta}\}$  を仮定して描かれている。Bohn (1998、p.961) においても、ある正の定数  $\rho$  に対して、 $\beta \geq \rho > 0$  と  $\beta$  の有界性が仮定されている。

図 14  $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線



$\dot{B}/B < \dot{Y}/Y$  となるため、(25) 式から  $b^*$  に収束することが確認できる。次に、 $\bar{\delta}$  の上昇が  $\dot{Y}/Y$  線と  $\dot{B}/B$  線率に与える影響について見てみよう。(60)(61) 式から、

$$\frac{\partial(\dot{Y}/Y)}{\partial \bar{\delta}} = -A < 0 \quad (63)$$

$$\frac{\partial(\dot{B}/B)}{\partial \bar{\delta}} = \frac{1}{b} > 0 \quad (64)$$

となるので、 $\dot{Y}/Y$  線は下方にシフトし、 $\dot{B}/B$  線は上方にシフトすることがわかる、これを図示したのが図 15 である。図 15 からわかるように、 $\bar{\delta}$  の増加によって均衡点は  $b_0^*$  から  $b_1^*$  に上昇することがわかる。

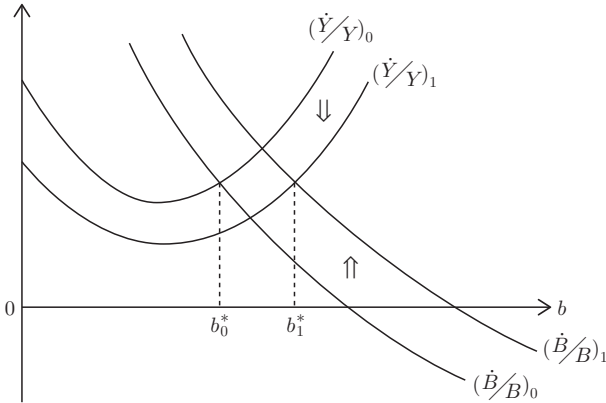
ここで、政府支出の増加により  $\bar{\delta}$  が増加し、公的債務残高 GDP 比率  $b^*$  が上昇し新たな均衡値  $b_1^*$  に達したときに GDP 成長率  $\dot{Y}/Y$  がどのように変化するかを (59) 式を考慮して (60) 式から求めると、

$$\frac{d(\dot{Y}/Y)}{db^*} = \frac{A^2[-\beta(b^*)^2 + A\{1-s(1-t)\}b^* + \bar{\delta}]}{(1+Ab^*)} \quad (65)$$

となる。これより、ある値  $\bar{b}$  に対して、



図 15 比較動学



$$\frac{d(\dot{Y}/Y)}{db^*} \geq 0 \quad \text{as} \quad 0 \leq b^* \leq \bar{b} \quad (66)$$

を得<sup>32)</sup>、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率との間に非線型の関係があることを確認できる。さらに、(65)(66) 式から、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の間の非線型性の背後には貯蓄性向、全要素生産性、政府支出等が関係していることがわかる<sup>33)</sup>。(60)(65) 式から、 $\dot{Y}/Y$  と  $b^*$  の関係は図 16 のように描くことができる。

図 16 からわかるように、 $b^* < \bar{b}$  であるならば、政府が政府支出を増やし  $\bar{b}$  が上昇し均衡での公的債務残高 GDP 比率  $b^*$  が増えるにしたがい GDP 成長率  $(\dot{Y}/Y)$  は上昇していくが、やがて  $b^*$  が  $\bar{b}$  を超えると  $b^*$  の増加と共に GDP 成長率  $(\dot{Y}/Y)$  は減少していく<sup>34)</sup>。

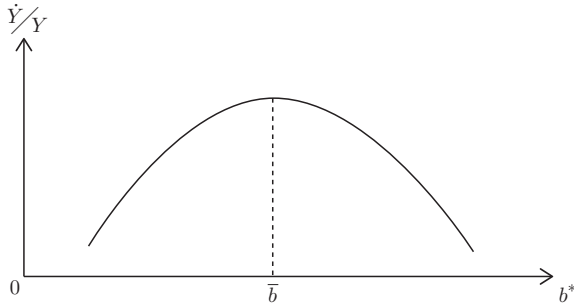
最後に、公的債務残高 GDP 比率の上昇に伴う経済成長率の非線型性が生じ

32)  $\bar{b}$  の値については補論 B を参照されたい。

33) Checherita-Westphal and Rother (2012, pp.1401-03) においても、公的債務残高 GDP 比率が経済成長率に非線型的に影響を与える経路として、貯蓄率、政府支出（公共投資）、全要素生産性を挙げている。

34) 本稿のように、均衡値の変化による経済成長率の非線型性を導いた先行研究としては、Barro (1990)、Aschauer (2000) がある。ただし、Barro (1990) は政府支出 GDP 比率の増加に伴う経済成長率の非線型性を分析しており、Aschauer (2000) は公共資本・民間資本比率の増加に伴う経済成長率の非線型性を考察している。

図 16 経済成長率の非線型性



るメカニズムを考察しよう。政府支出が大きくなく  $\bar{\delta}$  が小さい間は、(22)(55)式からわかるように、公的債務残高 GDP 比率の上昇は貯蓄の増加と基礎的財政赤字 GDP 比率の低下をもたらす。この基礎的財政赤字 GDP 比率の低下は新規の公的債務発行を減らし、(18)式からわかるように、家計の貯蓄増加と公的債務の購入に回す資金の減少が生じ、投資が増加し経済成長率が上昇する。つまり、公的債務の増加による貯蓄の増加と公的債務の新規発行の減少による投資のクラウディング・インが生じ経済成長率が上昇する。しかしながら、政府支出が増えて  $\bar{\delta}$  が大きくなり公的債務残高 GDP 比率  $b^*$  が  $\bar{b}$  を超えると、貯蓄の増加を上回って公的債務の新規発行額が増加するようになる。(18)式からわかるように、これによって投資がクラウディング・アウトされ経済成長率が低下する。

このように、第 1 節で概観した公的債務残高 GDP 比率と経済成長率との間の非線型性を理論モデルによって説明することが可能となった。その際に、基礎的財政赤字 GDP 比率の上昇が公的債務残高 GDP 比率の上昇と経済成長率を上昇させ、公的債務残高 GDP 比率がある閾値を超えると経済成長率を低下させるというメカニズムが明らかになった。その意味では、公的債務残高 GDP 比率の推移が経済成長率の非線型性をもたらしているのではない。むしろ、基礎的財政赤字 GDP 比率が非線型性に大きな役割を担っていることが明

らかになった<sup>35)</sup>。さらに言えば、財政赤字の持続可能性を保証する政策反応関数 (55) 式が経済成長率の非線型性において果たす役割は極めて大きい。言い換えれば、特定の政策によって、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の非線型性が生じていると見なすことができる。この点に関しては、公共投資を公的債務で賄う黄金律政策 (golden rule fiscal policy) の文脈ではあるが、Greiner (2012) も同様の指摘をしている<sup>36)</sup>。EU 主要国においては、黄金律政策を含む何らかの財政の持続可能性政策が財政政策にビルトインされていることを考えると、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の負の関係や非線型性は、財政当局の政策反応関数によって生じている可能性がある。

## おわりに

本稿においては、第 1 節で、Reinhart 等の主張に沿って公的過剰債務問題と呼ばれる公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の関係を OECD 等のデータを用いて概観した。その際、EU 諸国のデータによって、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の負の関係や非線型性について確認を行った。

第 2 節では、現在のわが国のように、政府支出と公的債務の利払いの総計の支出額を重視すると仮定して内生的成長モデルを構築した。その上で、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の関係を分析し、均衡値においては公的債務残高 GDP 比率の上昇は経済成長率に全く影響を与えないとの結論を得た。この結果は、第 1 節で概観した OECD と EU 主要国における実証データを理論的に説明できないことを意味している。

第 3 節では、この結果を踏まえて、財政赤字の持続可能性の条件を理論モデルに導入し、公的債務残高 GDP 比率と経済成長率の関係を分析した。その結果、Hakkio and Rush (1991) が財政赤字の持続可能性条件として提案した、利払いを含む財政赤字 GDP 比率の定常性をモデルに導入した場合、公的債務

35) Kumar. and Woo (2010, p.7) においても、この点に関して、「経済成長と政府債務はともに、第三の変数によって決定されている可能性もある」と述べている。

36) Greiner (2012, p.6) 参照のこと。また、Checherita-Westphal, Hallet and Rother (2012) をも参照されたい。

残高 GDP 比率と経済成長率との関係は、第 2 節で分析した政府支出と公的債務の利払いの総支出額をコントロールする場合と同様の結果となった。これに対して、Bohn (1998) が提唱した、公的債務残高 GDP 比率の変化に対して基礎的財政赤字 GDP 比率を逆方向に調整する政策反応関数を導入した場合、長期的な（均衡値における）公的債務残高 GDP 比率の上昇に対する経済成長率の非線型性を導出することができた。その際、公的債務の増加に伴う貯蓄の増加に対する新規公的債務発行額の大きさに依存して、投資がクラウド・インされ、あるいはクラウド・アウトされることによって経済成長率の上昇と低下が生じることが明らかになった。しかしながら、この分析結果は、公的債務残高 GDP 比率が経済成長率の非線型性を生み出したものではなく、政策反応関数に基づく政府支出 GDP 比率の制御によるものと考えられる。その意味では、本稿で理論づけられた経済成長率の非線型性は政府の財政政策によって生み出されたものと考えられる。

最後に、この指摘との関係で本稿での分析の課題について述べておきたい。まず、上で論じたように、公的債務残高 GDP 比率の上昇に伴う経済成長率の非線型性の導出は政策反応関数に大きく依存している点を指摘できよう。次に指摘すべき課題は、第 1 節で取り上げた先行研究が論じているように、流動性制約、あるいは公的債務の金融資産としての役割のモデルへの導入が挙げられる。また、AK モデルが用いられているために、実質利子率が資本の限界生産力に等しく一定という欠点もある。これらの課題に関しては、稿を改めて論じたい。

## 補論 A

いま、消費を  $C$ 、租税を  $T$ 、政府支出を  $G$ 、投資を  $I$  とすると、市場均衡式は、

$$C + S + T = C + I + G \quad (\text{A-1})$$

と表される<sup>37)</sup>。ここで、租税  $T$ 、可処分所得  $Y_D$ 、貯蓄  $S$  を本文のように、

$$T = t(Y + rB/p) \quad (\text{A-2})$$

$$Y_D = (1 - t)(Y + rB/p) \quad (\text{A-3})$$

$$S = sY_D \quad (\text{A-4})$$

と表す。消費  $C$  は定義により、

$$C = Y_D - S \quad (\text{A-5})$$

であるので、(A-3)(A-4) 式から、

$$C = (1 - s)(1 - t)(Y + rB/p) \quad (\text{A-6})$$

となる。(A-2)(A-3)(A-4)(A-6) 式から、

$$\begin{aligned} C + S + T &= (1 - s)(1 - t)(Y + rB/p) + s(1 - t)(Y + rB/p) + t(Y + rB/p) \\ &= Y + rB/p \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

となる。つまり、消費、貯蓄、租税の合計は（分配）国内所得（=GDP）と政府からの利払いに等しくなる。三面等価により分配国内所得は生産国内所得に等しく、生産物市場の需給の不均衡を考えると以下のような不等式が成立している。

$$Y \geq C + I + G \quad (\text{A-8})$$

(A-8) 式を (A-7) 式に代入すると、

$$C + S + T \geq C + I + G + rB/p \quad (\text{A-9})$$

が成立する。(A-9) 式に、政府予算制約式、

---

37) 海外取引は捨象されている。

$$\dot{B}/p = G + rB/p - T \quad (\text{A-10})$$

を代入して整理すると、

$$S \geq I + \dot{B}/p \quad (\text{A-11})$$

を得る。つまり、生産物市場の需給不均衡式 (A-8) は (A-11) 式のように表され、本文 (18) 式のように等号の場合は生産物市場の均衡式を表している。

## 補論 B

(65) 式より

$$d(\dot{Y}/Y)/db^* \geq 0 \Leftrightarrow -\beta(b^*)^2 + A\{1 - s(1 - t)\}b^* + \bar{\delta} \geq 0 \quad (\text{B-1})$$

が成立する。ここで、

$$h(b^*) = -\beta(b^*)^2 + A\{1 - s(1 - t)\}b^* + \bar{\delta} \quad (\text{B-2})$$

とおき、 $h(b^*) = 0$  の正値解  $\bar{b}$  を求めると、

$$\bar{b} = \frac{A\{1 - s(1 - t)\} + \sqrt{A^2\{1 - s(1 - t)\}^2 + 4\beta\bar{\delta}}}{2\beta} > 0 \quad (\text{B-3})$$

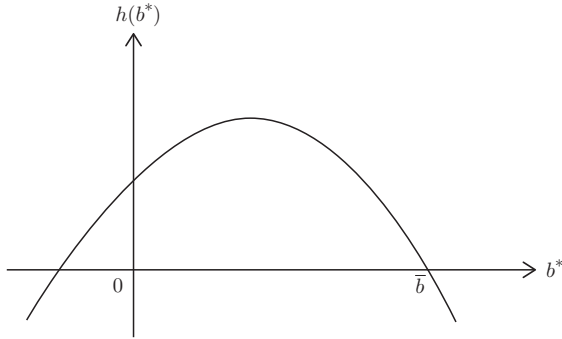
となる。これより、 $h(b^*)$  線は図 B-1 のように描ける。

図 B-1 と (B-1)(B-2) 式から、

$$d(\dot{Y}/Y)/db^* \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq b^* \leq \bar{b}$$

を得る。

図 B-1  $h(b^*)$  線



参考文献

- Arai R., Kunieda T. and K.Nishida (2014), “Is public Debt Growth-Enhancing or Growth-Reducing ?”, *KIER Discussion Paper Series*, no.884, pp.1-29.
- Arrow K.J. (1962), “The Economic Implications of Learning by Doing,” *Review of Economic Studies*, no.29, pp155-73.
- Aschauer D.A. (2000), “Do states optimize? Public capital and economic growth,” *The Annals of Regional Science*, no.34, pp.343-63.
- Barro R.J. (1990), “Government Spending in a Simple Model of Endogeneous Growth,” *Journal of Political Economy*, vol.98, no.5, S103-S125.
- Barro R.J.and Sala-i-Martin X. (1995), *Economic Growth*, McGraw Hill.
- Baum A., Checherita-Westphal C. and P. Rother (2013), Debt and growth : New Evidence for the Euro Area,” *Journal of International money and Finance*, no.32, pp.809-821.
- Bohn H. (1998), “The Behavior of U.S. Public Debt and Deficits.” *The Quarterly Journal of Economics*, vol.113, no.3, pp.949-963.
- Bräuning M. (2005), “The Budget Deficit, Public Debt, and Endogenous Growth,” *Journal of Public Economic Theory*, vol.7, No.5, pp.827-840.
- Cecchetti S.G., Mohanty M.S.and Zampolli F. (2011), “The Real Effects of Debt,” *BIS Working Papers*, No.352, pp.1-32.
- Checherita-Westphal C., Hallet A.H. and P. Rother (2012), “Fiscal Sustainability using Growth-Maximizing Debt Targets,” *Working Paper Series*, 1472, European Central Bank.

- Checherita-Westphal C. and P. Rother (2010), “The Impact of High Government Debt on Economic Growth and its Channels : An Empirical Investigation for the Euro Area,” *European Economic Review*, No.56, pp.1392-1405.
- Christopher S. A. and Bevan D.L. (2005), “Fiscal Deficits and Growth in Developing Countries”, *Journal of Public Economics*, vol.89, pp.571-97.
- Elmeskov J. and D. Sutherland (2012), “Post-Crisis Debt Overhang : Growth Implications across Countries,” *Second International Research Conference 2012*, Reserve Bank of India, pp.1-35.
- Futagami K., Iwaisako T. and Ohdoi R. (2008), “Debt Policy Rule, Productive Government Spending, and Multiple Growth Path,” *Macroeconomic Dynamics*, vol.12, no.4, pp.445-62.
- Greiner A. and Semmler W. (2000), “Endogenous Growth, Government Debt and Budgetary Regimes,” *Journal of Macroeconomics*, vol.22, no.3, pp363-384.
- Greiner A. (2012), “Debt and Growth : Is There a Non- Monotonic Relation?,” *Working Papers in Economics and Management*, 04-2012, Bielefeld University.
- Hakkio C.S. and Rush M. (1991), “Is Budget Deficits ‘Too Large’ ?,” *Economic Inquiry*, vol.29, pp.429-45.
- Kumar M.S. and Woo J (2010), “Public Debt and Growth,” *IMF Working Paper*, 10/174, pp.1-46.
- Laubach T. (2009), “New Evidence on the Interest Rate Effects of Budget Deficits and Debt,” *Journal of European Economic Association*, vol.7, no.4, pp.858-885.
- Panizza U. and Presbitero A.F. (2013), “Public Debt and Economic Growth in Advanced Economies : A Survey,” *Swiss Society of Economics and Statistics*, vol.149, no.2, pp175-204.
- Reinhart Carmen M. and K.Rogoff (2010), “Growth in a Time of Debt,” *American Economic Review : Paper and Proceedings*, no.100, pp.573-578.
- Reinhart C. M., Reinhart V.R. and K.S.Rogoff (2012), “Public Debt Overhangs : Advanced-Economy Episodes Since 1800,” *Journal of Economic Perspectives*, vol.26, no.3, pp69-86.
- Reinhart C. M., Reinhart V.R. and K.S.Rogoff (2015), “Dealing with Debt,” *Faculty Research Working Paper Series*, RWP15-009, Harvard Kennedy School.



- Rogoff K.S. (2015), “Debt Supercycle, not Secular Stagnation,” *VOX, CEPR Policy Portal*.
- Romer P.M. (1986), “Increasing Returns and Long-Run Growth,” *Journal of Political Economy*, ol.94, no.5, pp.1002-37.
- Saint-Paul G. (1992), “Fiscal Policy in an Endogenous Growth Model,” *Quarterly Journal of Economics*, vol.107, no.4, pp.1243-1259.
- Sheshinski E. (1967), “Optimal Accumulation with Learning by Doing,” in Shell K.,ed., *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, MIT Press.
- Woodford M. (1990), “Public Debt as Private Liquidity,” *American Economic Review Papers and Proceedings*, Vol.80, No.2, pp.382-88.