シュタッケルベルグの不均衡の解消について

On Dissolving the Stackelberg Disequilibrium

河　野　正　道

In this paper, we consider a two-person Stackelberg duopoly game. In the quantity game, the first mover is at an advantage when the goods are substitutes. Therefore it is natural that both firms try to take the position of the leader, *i.e.* the first mover. As a result the Stackelberg disequilibrium emerges. The purpose of this paper is to show a model in which the Stackelberg disequilibrium can be dissolved. We present a model where one firm is at an advantage when it moves first, and another firm is also advantaged when it moves second. Assuming that the goods are complementary, we introduce asymmetry in the cost functions, in the sense that one firm's marginal cost jumps from a low level to a higher one when the output exceeds some positive level, while the other firm's marginal cost remains constant at a low level. Therefore we can derive that there exists a case where it is advantageous for the former firm to move first, and another to move second. This shows the dissolution of the Stackelberg disequilibrium.

Masamichi Kawano

JEL：D43, L13
キーワード：シュタッケルベルグの不均衡
Keywords：Stackelberg disequilibrium

1．序論

２財２企業の複占モデルを考える。この２財が代替財であるとき、数量ゲームのシュタッケルベルグ均衡では先手が有利である。よって、双方の企業がともに先手になろうとして争い、その結果として過剰生産が生じ、双方が意図し

た利潤が実現せず、不均衡が生じる。このことは Stackelberg（1934）によって最初に示され、シュタッケルベルグの不均衡として知られている現象であり、教科書によく採り上げられている。Henderson and Quandt（1957）に次のように記載されている。[1)]

『双方が先導者になろうとするときには、各企業は相手の行動がその反応関数によって支配されるものと仮定するのであるが、事実はどちらの企業も反応関数に従わず、シュタッケルベルグの不均衡が出現する。シュタッケルベルグはこの不均衡が最もひんぱんに認められる場合だと信じていた。』

本稿の目的は、ある需要環境および技術的な環境の下では、一方の企業は利潤極大化行動の結果、先手を取り、他方もおなじく利潤極大化行動の結果、後手を選択するという均衡が存在することを示すことにある。

代替財ではなく補完財の場合、数量ゲームのシュタッケルベルグ均衡では、双方の企業の技術が対称的であるとき、リーダーの利潤はフォロワーの利潤よりも小さい。よって、両企業がともにフォロワーであろうとする。我々はこのシュタッケルベルグの不均衡を解消するために、両企業に非対称性を導入する。一方の企業、これを企業 1 とする、の生産量がある一定の値に達するまでは、両企業の費用関数は線形で同一であるが、しかし、その外生的に与えられた生産量を超えると、企業 1 の限界費用は上方にジャンプすると仮定する。つまり、大域的に費用逓増を示す。他方、企業 2 の限界費用は一定のままであり、両企業の間の費用関数に非対称性が生じるとする。このような環境の下で、企業 1 は先手、つまり、シュタッケルベルグのリーダーとして行動するほうが利潤は大きく、また、企業 2 は逆に後手、フォロワーとして行動するほうが利潤は大きく、内生的に先手・後手が決まる場合が存在することを示す。

本論文の構成は以下の通りである。次の第 2 節では基本モデルを提示し、第 3 節では数値例を用いたシミュレーションで我々の主張するところを示す。第 4 節では、解析的手法でこの命題を証明する。最後に第 5 節で結論を述べる。

---

1) 日本語訳では p.255。また、その他、代表的なテキストとしては、Fellner（1960）が挙げられる。

2. 基本モデル

財 1 を企業 1 が、財 2 を企業 2 が生産し、その需要関数はそれぞれ

$$p_1 = 1 - q_1 - \theta q_2, \tag{1}$$

$$p_2 = 1 - \theta q_1 - q_2 \tag{2}$$

とする。p は価格、q は生産量である。下付添え字は財の種類を示す。この 2 種類の財は補完財に議論を限定するので、$-1 < \theta < 0$ であるとする。両企業の費用関数は

$$C_1 = \begin{cases} c_1 q_1, & q_1 < q_1^0, \quad \text{(3-A)} \\ c_2(q_1 - q_1^0) + c_1 q_1^0, & q_1 > q_1^0, \quad \text{(3-B)} \end{cases}$$

$$C_2 = c_1 q_2 \tag{4}$$

と仮定する。ただし、$0 < c_1 < c_2 < 1$ である。つまり、企業 1 の費用関数 C_1 は、ある一定の生産量 q_1^0 でキンクしており、この生産量において、限界費用が c_1 から c_2 へとジャンプするのである。

2−1. 企業 1 がリーダーとなる場合

次に両企業によるシュタッケルベルグ・ゲームを考える。まず、最初に企業 1 がリーダーとなるシュタッケルベルグ均衡を求める。両企業の利潤は

$$\pi_1 = p_1 q_1 - C_1$$

$$= \begin{cases} \pi_1^A(q_1, q_2) = (1 - c_1 - q_1 - \theta q_2) q_1, & q_1 \leq q_1^0, \quad \text{(5-A)} \\ \pi_1^B(q_1, q_2) = (1 - c_2 - q_1 - \theta q_2) q_1 - (1 - c_2) q_1^0, & q_1 > q_1^0, \quad \text{(5-B)} \end{cases}$$

$$\pi_2 = p_2 q_2 - C_2 = (1 - c_1 - \theta q_1 - q_2) q_2 \tag{6}$$

である。ここで π_1 の上付き添え字の A は生産量が q_1^0 以下のとき、つまり、限界費用が c_1 以下の生産量の時の利潤であり、B は生産量が q_1^0 以上のとき、つまり、限界費用が c_2 の時の利潤を示す。企業 1 がリーダーとなる均衡を得るために、まず企業 2 の反応関数を求める。

$\partial\pi_2/\partial q_2 = 0$ より、

$$q_2 = \frac{1 - c_1 - \theta q_1}{2} = q_2^R(q_1) \tag{7}$$

を得る。$q_2^R(q_1)$ は企業 2 の反応関数である。これを (5-A),(5-B) に代入して π_1 を最大化する。次に、この最大化が $q_1 \le q_1^0$、つまり、(5-A) で示された範囲で得られるか、あるいは $q_1 > q_1^0$、つまり、(5-B) で示された範囲で得られるか、の双方を考える必要がある。以下では場合分けを行い、まず、$q_1 \le q_1^0$、これを範囲 A とし、この範囲 A において均衡が成立する条件を調べる。後に、$q_1 > q_1^0$ の範囲（これを範囲 B とする）で均衡が成立するときの検討を行う。

2-1-1. 範囲 A

この範囲 A の利潤関数は (5-A) より

$$\pi_1^A(q_1, q_2) = (1 - c_1 - q_1 - \theta q_2)q_1$$

であるから、シュタッケルベルグのリーダーとしての利潤関数は、(7) を用いて

$$\begin{aligned}\pi_1^A\left(q_1, q_2^R(q_1)\right) &= \left[1 - c_1 - q_1 - \theta q_2^R(q_1)\right] q_1 \\ &= \left[(1 - c_1)(2 - \theta) - q_1(2 - \theta)^2\right] \frac{q_1}{2}\end{aligned} \tag{8}$$

となり、これを q_1 に関して最大化すると、$d\pi_1^A\left(q_1, q_2^R(q_1)\right)/dq_1 = 0$ より

$$q_1^{A1} = \frac{(1 - c_1)(\theta - 2)}{2(\theta^2 - 2)} \tag{9}$$

を得る。これと企業 2 の反応関数 (7) より、企業 2 の均衡生産量は

$$q_2^{A1} = \frac{(1 - c_1)(\theta^2 + 2\theta - 4)}{4(\theta^2 - 2)} \tag{10}$$

となる。企業 1 がリーダーであり、範囲 A で実現する均衡を均衡 E^{A1} を呼ぶことにする。この均衡点の座標 $\left(q_1^{A1}, q_2^{A1}\right)$ が得られた。なお、範囲 A であるから

$$q_1^{A1} \le q_1^0 \tag{11}$$

が成立していなければならない。

2-1-2. 範囲 B

次に $q_1 > q_1^0$、つまり、範囲 B において均衡が成立したとする。この均衡を E^{B1} とする。このときの企業 1 の利潤関数は (5-B) で与えられている。(5-B) と反応関数 (7) より企業 1 の利潤極大を実現する q_1 は $d\pi_1^B(q_1, q_2^R(q_1))/dq_1 = 0$ を解いて得た q_1 の値を q_1^{B1} とすると

$$q_1^{B1} = -\frac{\theta(1-c_1)-2(1-c_2)}{2(\theta^2-2)} \tag{12}$$

となる。(12) を企業 2 の反応関数 (7) に代入すると、範囲 B において企業 1 がリーダーとなるシュタッケルベルグ均衡 E^{B1} における企業 2 の均衡生産量は

$$q_2^{B1} = -\frac{(\theta^2-4)(1-c_1)+2\theta(1-c_2)}{4(\theta^2-2)} \tag{13}$$

となる。ただし、(11) のときと同様に

$$q_1^0 < q_1^{B1} \tag{14}$$

が必要である。

次に、q_1^{A1}, q_1^{B1} の大小関係をチェックする。(10)、(13) より

$$q_1^{A1} - q_1^{B1} = \frac{c_2-c_1}{2-\theta^2} > 0 \tag{15}$$

となる。よって、$q_1^A > q_1^B$ であり、企業 1 がリーダーとなるシュタッケルベルグ均衡は図 1 で示したように、E^{A1}, E^{B1}, E^{C1} の 3 種類になる。[2] なお、RE_2 は企業 2 の反応関数 (7) である。

ここで注意すべきことは、(11) と (14) は同時に実現するものではないということである。(11) と (14) の双方が成立しないときには、E^{A1}, E^{B1} の均衡の双方ともに成立せず、E^{C1} が実現するのである。E^{C1} の均衡点の左側における企業 1 の等利潤線の傾きは

$\left.\dfrac{dq_2}{dq_1}\right|_{\pi_1^A:const} = -\dfrac{\partial\pi_1^A/\partial q_1}{\partial\pi_1^A/\partial q_2}$ であり、右側では、$\left.\dfrac{dq_2}{dq_1}\right|_{\pi_1^B:const} = -\dfrac{\partial\pi_1^B/\partial q_1}{\partial\pi_1^B/\partial q_2}$ であり、均衡点に近付くにつれて

2) 言うまでもなく、この図は、これらの 3 パターンの均衡が同時に成立するという意味ではなく、どれか 1 パターンが成立することを示している。

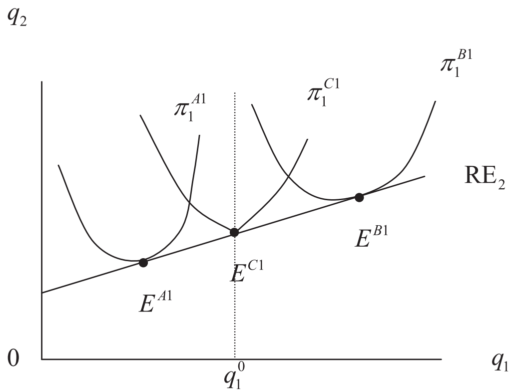

図 1：企業 1 がリーダーとなるシュタッケルベルグ均衡の可能なパターン

$$\lim_{q_1 \to q_1^0 - 0} \left. \frac{dq_2}{dq_1} \right|_{\pi_1^A : const} = \frac{(1-c_1)(2-\theta) + q_1^0(\theta^2 - 4)}{\theta q_1^0},$$
$$\lim_{q_1 \to q_1^0 + 0} \left. \frac{dq_2}{dq_1} \right|_{\pi_1^B : const} = \frac{(1-c_1)(2-\theta) + q_1^0(\theta^2 - 4) - (c_2 - c_1)}{\theta q_1^0}$$

であり、それぞれの値に収束していく。その 2 つの収束先には[3)]、

$$\lim_{q_1 \to q_1^0 - 0} \left. \frac{dq_2}{dq_1} \right|_{\pi_1^A : const} < \lim_{q_1 \to q_1^0 + 0} \left. \frac{dq_2}{dq_1} \right|_{\pi_1^B : const}, \tag{16}$$

の関係があり、図 1 で示したように、傾きは q_1^0 で不連続となり、キンクする。この E^{C1} の座標は $\left(q_1^0, q_2^R(q_1^0)\right)$ より、(7) を用いて

$$q_1^{C1} = q_1^0, \tag{17}$$
$$q_2^{C1} = \frac{1 - c_1 - \theta q_1^0}{2} \tag{18}$$

と表現できる。

つまり、この E^{A1}, E^{C1}, E^{B1} の 3 パターンの均衡のうち、どれか 1 つが実現するのであり、それは費用関数のキンクを与える生産量である q_1^0 の大きさに依存する。それを示すのが次の補助定理 1 である。

3) $\lim_{q_1 \to q_1^0 - 0} \left. \frac{dq_2}{dq_1} \right|_{\pi_1^A : const} - \lim_{q_1 \to q_1^0 + 0} \left. \frac{dq_2}{dq_1} \right|_{\pi_1^B : const} = \frac{c_2 - c_1}{\theta q_1^0} < 0$ が成立する。

補助定理 1：

シュタッケルベルグのリーダーとしての企業 1 の利潤は、

1) $q_1^{A1} < q_1^0$のときは、　　　E^{A1}において

2) $q_1^{B1} < q_1^0 < q_1^{A1}$のときは、$E^{C1}$において

3) $q_1^0 < q_1^{B1}$のときは、　　　E^{B1}において

　最大化される。

2－2.　企業 2 がリーダーとなる場合

　次に企業 2 がリーダーとなるシュタッケルベルグ均衡を求める。まず、企業 1 の反応関数を求める。$\partial\pi_1^B(q_1, q_2)/\partial q_1 = 0$ より企業 1 の反応関数を

$$q_1 = \begin{cases} \dfrac{1 - c_1 - \theta q_2}{2} = q_1^{RA}(q_2), \quad q_1 \leq q_1^0 & \text{(19-A)} \\ \dfrac{1 - c_2 - \theta q_2}{2} = q_1^{RB}(q_2), \quad q_1 > q_1^0 & \text{(19-B)} \end{cases}$$

と導出できる。なお、反応関数 $q_1^{RA}(q_2)$, $q_1^{RB}(q_2)$ の上付き添え字の A、B は範囲 A、B を示す。逆関数として、

$$q_2 = \begin{cases} \dfrac{1 - c_1 - 2q_1}{\theta}, q_1 \leq q_1^0 & \text{(20-A)} \\ \dfrac{1 - c_2 - 2q_1}{\theta}, q_1 > q_1^0 & \text{(20-B)} \end{cases}$$

と書き換えることができる。なお、この反応関数のキンクは

$$E^{C2} = \left(q_1^0, \frac{1 - c_1 - 2q_1^0}{\theta}\right), \ \widetilde{E}^{C2} = \left(q_1^0, \frac{1 - c_2 - 2q_1^0}{\theta}\right)$$

の 2 か所がある。このうち、E^{C2} で企業 2 の利潤が最大化される可能性はある。しかし、$\widetilde{E}^{C2}$ に関しては、その可能性はない。これは図 2 より明らかである。企業 2 の利潤は右方向に等利潤線がシフトするにつれて利潤が上昇する。つまり、

$$\pi_2(q_1, q_2^{\text{small}}) > \pi_2(q_1, q_2^{\text{large}}), \quad \text{if} \ \ q_2^{\text{large}} > q_2^{\text{small}}$$

は明らかである。よって図 2 の点 $\widetilde{E}^{C2}$ は企業 2 によって選択されず、均衡とはならない。なお、図 2 において RE_1^A は範囲 A での企業 1 の反応関数、RE_1^B は範囲 B におけるそれである。

したがって、企業 2 がリーダーとなる可能なシュタッケルベルグ均衡は、図 3 で示したように、E^{A2}, E^{B2}, E^{C2} の 3 パターンである。なお、E^{C2} の座標は

$$q_1^{C2} = q_1^0, \tag{21}$$

$$q_2^{C2} = \frac{1 - c_2 - 2q_1^0}{\theta} \tag{22}$$

となる。

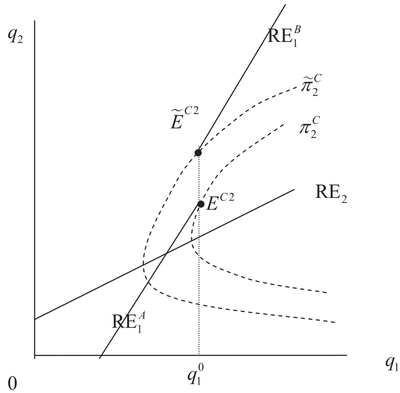

図 2：$\widetilde{E}^{C2}$ は企業 2 がリーダーとなる可能なシュタッケルベルグ均衡はではない。

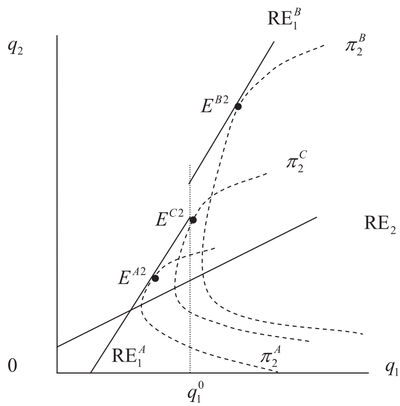

図 3：企業 2 がリーダーであるシュタッケルベルグ均衡の可能なパターン

2-2-1．範囲 A での均衡

まず、企業 2 の利潤は、範囲 A においては (5-A),(19-A) より

$$\pi_2^A = \pi_2\left(q_1^{RA}(q_2), q_2\right) \tag{23}$$

であり、$d\pi_2^A/dq_2 = 0$ より、

$$q_2^{A2} = \frac{(1-c_1)(\theta-2)}{2(\theta^2-2)} \tag{24}$$

を得、これを企業 1 の反応関数 (19-A) に代入して

$$q_1^{A2} = \frac{(1-c_1)(-4+2\theta+\theta^2)}{4(\theta^2-2)} \tag{25}$$

を得る。ただし、範囲 A の定義より

$$q_1^{A2} < q_1^0$$

である。

2-2-2．範囲 B での均衡

同様にして範囲 B では (5-B),(19-B) より $\pi_2^B = \pi_2\left(q_1^{RB}(q_2), q_2\right)$ を得、これを q_2 で最大化し、$d\pi_2^B/dq_2 = 0$ より

$$q_1^{B2} = \frac{(1-c_2)(4-\theta^2) - 2\theta(1-c_1)}{-4(\theta^2-2)} \tag{26}$$

$$q_2^{B2} = \frac{(1-c_1)\theta - 2(1-c_2)}{2(\theta^2-2)} \tag{27}$$

を得る。ただし、範囲 B の定義より

$$q_1^0 < q_1^{B2}$$

である。また、これら q_1^{A2}, q_1^{B2} の大小関係は $-1 < \theta < 0,\ c_1 < c_2$ より

$$q_1^{A2} - q_1^{B2} = \frac{(c_2-c_1)(\theta-2)(\theta+2)}{4(\theta^2-2)} > 0 \tag{28}$$

が成立し、$q_1^{B2} < q_1^{A2}$ である。よって、次の補助定理 2 が成立する。

補助定理 2：

シュタッケルベルグのリーダーとしての企業 2 の利潤は

1) $q_1^{A2} < q_1^0$のときは　　　　E^{A2}において

2) $q_1^{B2} < q_1^0 < q_1^{A2}$のときは、$E^{C2}$において

3) $q_1^0 < q_1^{B2}$のときは　　　　E^{B2}において

最大化される。

次に $q_1^{A1}, q_1^{B1}, q_1^{A2}, q_1^{B2}$ の大小関係を求める。

$$q_1^{A1} - q_1^{B1} = \frac{c_2 - c_1}{2 - \theta^2} > 0, \tag{29}$$

$$q_1^{A1} - q_1^{A2} = \frac{(1 - c_1)\theta^2}{4(2 - \theta^2)} > 0, \tag{30}$$

$$q_1^{B1} - q_1^{B2} = \frac{(1 - c_1)\theta^2}{4(2 - \theta^2)} > 0, \tag{31}$$

$$q_1^{A2} - q_1^{B1} = -\frac{(1 - c_1)\theta^2 - 4(c_2 - c_1)}{4(2 - \theta^2)} \gtreqless 0 \Leftarrow \theta^2 \lesseqgtr \frac{4(c_2 - c_1)}{1 - c_1} \tag{32}$$

となるので、$-1 < \theta < 0,\ 0 < c_1 < c_2 < 1$ を考慮すると、

$$\theta^2 < \frac{4(c_2 - c_1)}{1 - c_1} \tag{33}$$

のとき、つまり、

$$-2\sqrt{\frac{c_2 - c_1}{1 - c_1}} < \theta < 0 \tag{34}$$

のとき $q_1^{B2} < q_1^{B1} < q_1^{A2} < q_1^{A1}$ の順に大小関係が得られる。(33) が成立したとき、これをケース I とする。また、

$$\theta^2 > \frac{4(c_2 - c_1)}{1 - c_1} \tag{35}$$

のとき、つまり、

$$-1 < \theta \leq -2\sqrt{\frac{c_2 - c_1}{1 - c_1}} \tag{36}$$

のときをケース II とする。ケース II のとき $q_1^{B2} < q_1^{A2} < q_1^{B1} < q_1^{A1}$ の順になる。これを次の補助定理 3 として整理しておく。

補助定理 3

ケース I)　$-2\sqrt{\dfrac{c_2-c_1}{1-c_1}}<\theta<0$ のときは、$q_1^{B2}<q_1^{B1}<q_1^{A2}<q_1^{A1}$ が成立し、

ケース II)　$-1<\theta\leq-2\sqrt{\dfrac{c_2-c_1}{1-c_1}}$ のときは、$q_1^{B2}<q_1^{A2}<q_1^{B1}<q_1^{A1}$ が成立する。

補助定理 1、2 および 3 を考慮して q_1^0 の存在する領域と、その領域で成立するそれぞれの均衡の組み合わせを図示すると次のようになる。

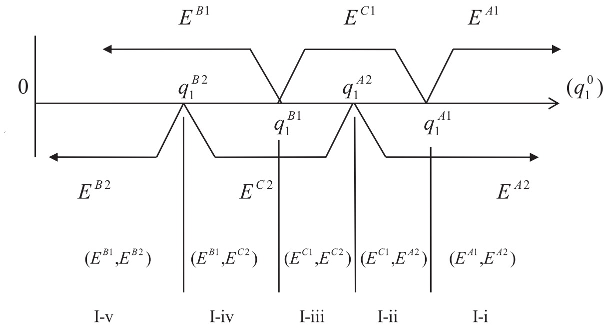

図 4-1：ケース I

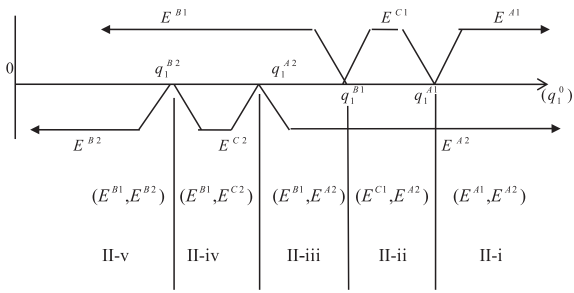

図 4-2：ケース II

図 4-1, 4-2 で示されたものを言葉で表現すると次のようになる。まず、図 4-1 では

ケース I-i) $q_1^{A1} < q_1^0$ には, $\left(E^{A1}, E^{A2}\right)$,

ケース I-ii) $q_1^{A2} < q_1^0 < q_1^{A1}$ には, $\left(E^{C1}, E^{A2}\right)$,

ケース I-iii) $q_1^{B1} < q_1^0 < q_1^{A2}$ には, $\left(E^{C1}, E^{C2}\right)$,

ケース I-iv) $q_1^{B2} < q_1^0 < q_1^{B1}$ には, $\left(E^{B1}, E^{C2}\right)$,

ケース I-v) $q_1^0 < q_1^{B2}$ には, $\left(E^{B1}, E^{B2}\right)$

が対応することを示している。また、図 4-2 では、

ケース II-i) $q_1^{A1} < q_1^0$ には, $\left(E^{A1}, E^{A2}\right)$,

ケース II-ii) $q_1^{B1} < q_1^0 < q_1^{A1}$ には, $\left(E^{C1}, E^{A2}\right)$,

ケース II-iii) $q_1^{A2} < q_1^0 < q_1^{B1}$ には, $\left(E^{B1}, E^{A2}\right)$,

ケース II-iv) $q_1^{B2} < q_1^0 < q_1^{A2}$ には, $\left(E^{B1}, E^{C2}\right)$,

ケース II-v) $q_1^0 < q_1^{B2}$ には, $\left(E^{B1}, E^{B2}\right)$

が対応することを示している。

次にそれぞれのケースにおいて、企業 1，2 はリーダーとなる方が有利であるか、フォロワーである方が有利であるかを調べる。例えば、ケース I-i において、企業 1 はリーダーとなる方が有利（不利）であり、企業 2 はフォロワーとなる方が有利（不利）であれば、均衡 E^{A1}（E^{A2}）が実現し、双方ともにリーダーあるいはフォロワーとなる方が有利であれば、シュタッケルベルグの不均衡が生じる。まずは、数値例を用いてその結果を示しておく。[4)]

3. 数値例を用いてのシュタッケルベルグ均衡のパターンの導出

図 5-1, 5-2 において、リーダーとなったときの利潤 $\pi_i^{(L)}$, $(i = 1, 2)$, とフォロワーとなったときの利潤 $\pi_i^{(F)}$ の差、$\Delta\pi_1 = \pi_1^{(L)} - \pi_1^{(F)}$, $\Delta\pi_2 = \pi_2^{(L)} - \pi_2^{(F)}$ の値を q_1^0 に応じて描いている。太い実線は企業 1 の $\Delta\pi_1$、太い点線は企業 2 の $\Delta\pi_2$ を示している。上付添え字の（L）はリーダー、（F）はフォロワーを示す。ケース I では $\theta = -0.5$, $c_1 = 0.1$, $c_2 = 0.2$ を、ケース II では

4) 図 5-1,2 を描くために Maple 17 を用いた。

$\theta = -0.75,\ c_1 = 0.1,\ c_2 = 0.2$ を仮定している。ケース I-i、ii, および v の 3 つのケースは、仮定した数値例では、$\Delta\pi_1$ は負となるが、I-iii の一部、I-iv の全部は $\Delta\pi_1$ が正となる。

また、ケース II でも同様に、II-iv の範囲においては、一部で $\Delta\pi_1^{iv} > 0$ と

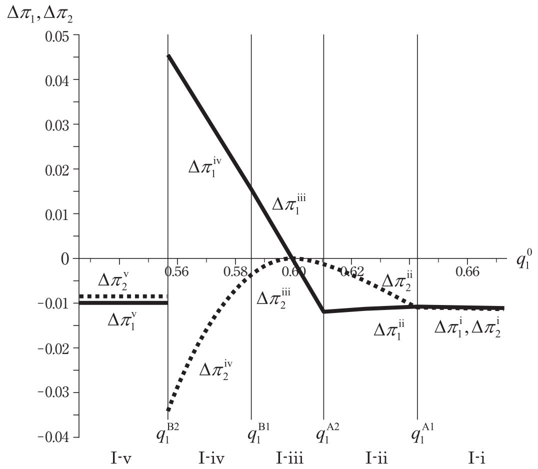

図 5-1：ケース I: $\Delta\pi_1, \Delta\pi_2$ **の図形：**$\theta = -0.5, c_1 = 0.1, c_2 = 0.2$ **の場合**

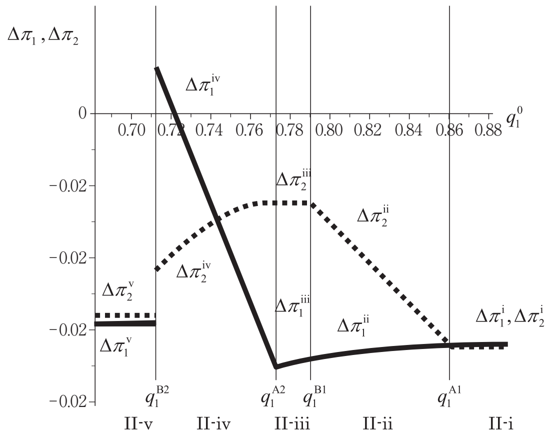

図 5-2：ケース II: $\Delta\pi_1, \Delta\pi_2$ **の図形：**$\theta = -0.75, c_1 = 0.1, c_2 = 0.2$ **の場合**

なっている。つまり、この領域では企業 1 はリーダーとなったほうが有利であることを示している。また、企業 2 に関しては、I,II ともにすべての領域で $\Delta\pi_2 \leq 0$ となり、等号が成立するのは、領域 I-iv の一点においてのみである。したがって、企業 1 がリーダーに、企業 2 がフォロワーとなる領域が存在する。つまり、この領域でシュタッケルベルグの不均衡は解消されているのである。

以下に示す解析的手法でこの事実を導出する。

4. 解析的方法

4－1. ケース I

ケース I-i）　このケースにおいては $q_1^{A1} < q_1^0$ であるから、図 4-1 で示されたように企業 1 がリーダーとなる均衡は $E^{A1} = \left(q_1^{A1}, q_2^{A1}\right)$ で、企業 2 がリーダーとなる均衡は $E^{A2} = \left(q_1^{A2}, q_2^{A2}\right)$ で与えられる。（図 6 参照）そのとき、それぞれの利潤は $\pi_1^{i(L)} = \pi_1^A\left(q_1^{A1}, q_2^{A1}\right)$，$\pi_2^{i(F)} = \pi_2\left(q_1^{A1}, q_2^{A1}\right)$、および、$\pi_1^{i(F)} = \pi_1^A\left(q_1^{A2}, q_2^{A2}\right)$，$\pi_2^{i(L)} = \pi_2\left(q_1^{A2}, q_2^{A2}\right)$ である。ここで上付き添え字の i は、領域 I-i の i を示している。次にそれぞれの企業がリーダーとなった

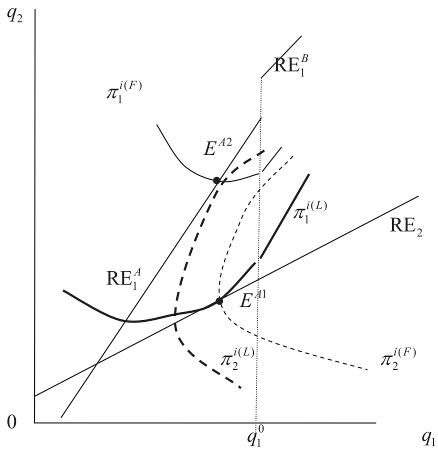

図 6：ケース I-i

ときとフォロワーとなったときの利潤の差、$\Delta\pi_1$、$\Delta\pi_2$ の正負を導出する。(5-A),(6),(9),(10),(24) および (25) より

$$\Delta\pi_1^i = \pi_1^{i(L)} - \pi_1^{i(F)} = \frac{-(1-c_1)^2\theta^3(3\theta-4)}{16(2-\theta^2)^2} < 0, \tag{37}$$

$$\Delta\pi_2^i = \pi_2^{i(L)} - \pi_2^{i(F)} = \frac{-(1-c_1)^2\theta^3(3\theta-4)}{16(2-\theta^2)^2} < 0 \tag{38}$$

となり、企業 1,2 ともにフォロワーとなるのが有利である。よって、シュタッケルベルグの不均衡は解消されない。この領域では両企業とも費用関数が同じであるから、両企業は全く同質であり、このような結果は簡単に予想できる。これは図 5-1 においてケース I-i で $\Delta\pi_1^i$, $\Delta\pi_2^i$ はともに負となっていることと対応している。

ケース I-ii)　図 4-1 より $q_1^{A2} < q_1^0 < q_1^{A2}$ の範囲であるから、企業 1 は $E^{C1} = \left(q_1^{C1}, q_2^{C1}\right)$ においてリーダーとなり、$E^{A2} = \left(q_1^{A2}, q_2^{A2}\right)$ においては、企業 2 はリーダーとなる。（図 7 参照）そのとき、それぞれの利潤は $\pi_1^{ii(L)} = \pi_1^A\left(q_1^{C1}, q_2^{C1}\right)$, $\pi_2^{ii(F)} = \pi_2\left(q_1^{C1}, q_2^{C1}\right)$, および $\pi_1^{ii(F)} = \pi_1^A\left(q_1^{A2}, q_2^{A2}\right)$,

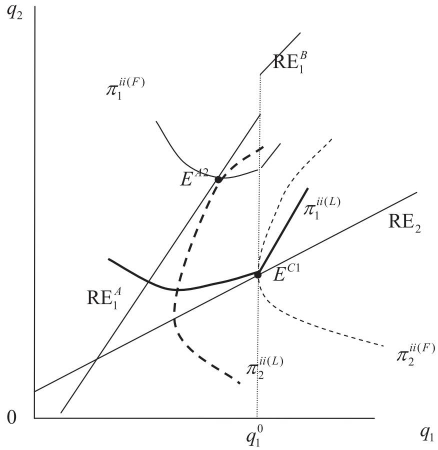

図 7：ケース I-ii

$\pi_2^{ii(L)} = \pi_2\left(q_1^{A2}, q_2^{A2}\right)$ であるので、(5-A),(17), (18),(24) および (25) より、以下の式が導出される。

$$\Delta\pi_1^{ii} = \frac{\theta^2-2}{2}\left(q_1^0 + \frac{(2-\theta)(1-c_1)}{4}\right)^2 - \frac{\theta^3(1-c_1)^2(3\theta-4)}{16(\theta^2-2)^2} < 0 \tag{39}$$

符号は、$-1 < \theta < 0,\ 0 < c_1 < c_2$ より容易に導出される。また、企業 2 に関しては (6),(17),(18),(24),(25) より、

$$\Delta\pi_2^{ii} = -\frac{(\theta-2)^2(1-c_1)^2}{8(\theta^2-2)} - \frac{\left(\theta q_1^0 + c_1 - 1\right)^2}{4} \tag{40}$$

となる。(40) の q_1^0 に関する極値（これは最大値である）は $q_1^0 = \dfrac{1-c_1}{\theta} < 0$ のときであるので、$q_1^0 > 0$ の領域であるケース I-ii においては $\Delta\pi_2^{ii}$ は q_1^0 に関して減少関数である。この領域においては、$q_1^{A2} < q_1^0 < q_1^{A1}$ より、$\Delta\pi_2^{ii}$ の最大を与える $q_1^0 = q_1^{A2}$ においては、

$$\Delta\pi_2^{ii}\Big|_{q_1^0=q_1^{A2}} = -\frac{\theta^4(\theta-2)^2(1-c_1)^2}{64(\theta^2-2)^2} < 0 \tag{41}$$

となるので、このケース I-ii の全区間で $\Delta\pi_2^{ii} < 0$ が成立する。よって、ケース I-i と同様に両企業ともにフォロワーとなる方が有利である。

ケース I-iii）　図 4-1 より、$E^{C1} = \left(q_1^{C1}, q_2^{C1}\right)$ において企業 1 はリーダーとなり、$E^{C2} = \left(q_1^{C2}, q_2^{C2}\right)$ においては、企業 2 がリーダーとなる。(図 8 参照)

そのとき、それぞれの利潤は $\pi_1^{iii(L)} = \pi_1^A\left(q_1^{C1}, q_2^{C1}\right)$, $\pi_2^{iii(F)} = \pi_2\left(q_1^{C1}, q_2^{C1}\right)$ および $\pi_1^{iii(F)} = \pi_1^A\left(q_1^{C2}, q_2^{C2}\right)$, $\pi_2^{iii(L)} = \pi_2\left(q_1^{C2}, q_2^{C2}\right)$ である。リーダーとなったときとフォロワーとなったときの利潤の差を求める。(5-A),(17),(18),(21) および (22) より、

$$\Delta\pi_1^{iii} = \frac{(\theta-2)q_1^0\left\{(\theta+2)q_1^0 + c_1 - 1\right\}}{2} \tag{42}$$

となる。ケース I-iii の区間は、図 4-1 より $q_1^{B1} < q_1^0 < q_1^{A2}$ である。この区間の $\Delta\pi_1^{iii}$ の正負をチェックする。[5] この範囲の上限 q_1^{A2} においては $\Delta\pi_1^{ii}$ と連

5) 図 9-1,2 参照。

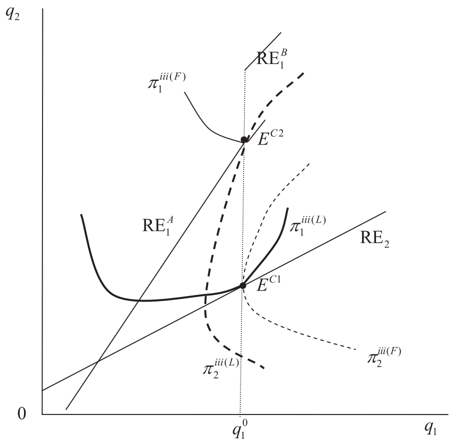

図 8：ケース I-iii

続しており、すでに $\Delta\pi_1^{ii}\big|_{q_1^0=q_1^{A2}}<0$ であることが (40) で導出されているので、$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{A2}}<0$ は明らかである。[6] 次に下限の q_1^{B1} においては

$$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}}=\frac{\{-\theta(1-c_1)+2(1-c_2)\}(1-c_1)(\theta-2)\left\{\theta^2-2\,(\theta+2)\,\dfrac{c_2-c_1}{1-c_1}\right\}}{8(\theta^2-2)^2} \tag{43}$$

となる。$0<c_1<1,\ -1<\theta<0$ であるから、(43) より

$$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}}\gtreqless 0\Leftrightarrow\theta^2-2\,(\theta+2)\,\frac{c_2-c_1}{1-c_1}\lesseqgtr 0 \tag{44}$$

となる。ここで簡単化のために変数

$$a=\frac{c_2-c_1}{1-c_1} \tag{45}$$

を導入する。すると (44) は、

$$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}}\gtrless 0\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{\theta^2}{2(2+\theta)}<a,\\ a<\dfrac{\theta^2}{2(2+\theta)}\end{cases} \tag{46}$$

6)　なお、$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{A2}}=\dfrac{(\theta^2+2\theta-4)(1-c_1)^2(\theta-2)\theta^3}{32(\theta^2-2)^2}<0$ と導出することもできる。

となる。ここで、$0 < a < 1$ である[7)]。さらに、いま扱っているケース I は (35) より

$$\frac{\theta^2}{4} < a \tag{47}$$

となる。また、$-1 < \theta < 0$ より $\dfrac{\theta^2}{4} < \dfrac{\theta^2}{2(2+\theta)}$ であるから、(46) より次の補助定理 4 が成立する。

補助定理 4：

ケース I-iii においては

$$\frac{\theta^2}{2(\theta+2)} < a < 1 \text{ のときに、} \Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} > 0,$$

$$\frac{\theta^2}{4} < a < \frac{\theta^2}{2(\theta+2)} \text{ のときに、} \Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} < 0$$

が成立する。

この補助定理 4 が示すところは、c_2 が c_1 より十分に大きければ、また、c_1 が十分に 1 に近ければ a は大きくなるのだから、$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} > 0$ となる可能性が高いということである。

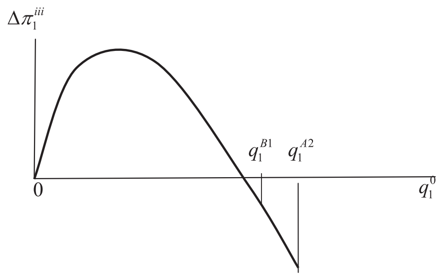

図 9-1：ケース I-iii　その 1　$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} < 0$ のとき

7) $\dfrac{\partial a}{\partial c_1} = -\dfrac{1-c_2}{1-c_1} < 0, \dfrac{\partial a}{\partial c_2} = \dfrac{1}{1-c_1} > 0$
より、a の最大値は c_1 の最小値である 0、また、c_2 の最大である 1 で得られ、a の最大値は 1 となる。

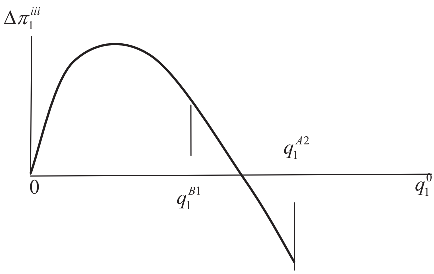

図 9-2：ケース I-iii　その２　$\Delta\pi_1^{iii} > 0$ が q_1^{B1} 付近で成立する

また、企業 2 については、(6),(17),(18),(21),(22) より

$$\Delta\pi_2^{iii} = \frac{-(\theta-2)^2\left\{(\theta+2)\,q_1^0 + c_1 - 1\right\}^2}{4} < 0 \tag{48}$$

が成立することが明らかである。よって企業 2 は常にフォロワーとなる方が有利である。従って、I-iii においては、企業 1 はリーダーに、企業 2 はフォロワーになる場合がある。

ケース I-iv）　図 4-1 より、$q_1^{B2} < q_1^0 < q_1^{B1}$ の範囲であるから $E^{B1} = \left(q_1^{B1}, q_2^{B1}\right)$ において企業 1 はリーダーとなり、$E^{C2} = \left(q_1^{C2}, q_2^{C2}\right)$ においては、企業 2 はリーダーとなる。（図 10 参照）

このとき、それぞれの利潤は、$\pi_1^{iv(L)} = \pi_1^B\left(q_1^{B1}, q_2^{B1}\right)$，$\pi_2^{iv(F)} = \pi_2\left(q_1^{B1}, q_2^{B1}\right)$ および $\pi_1^{iv(F)} = \pi_1^B\left(q_1^{C2}, q_2^{C2}\right)$，$\pi_2^{iv(L)} = \pi_2\left(q_1^{C2}, q_2^{C2}\right)$ である。すると、(5-B),(12),(13),(21) および (22) より

$$\Delta\pi_1^{iv} = q_1^0\left(c_2 - c_1 - q_1^0\right) + \frac{\left(\theta c_1 - 2c_2 - \theta + 2\right)^2}{8\left(2-\theta^2\right)} \tag{49}$$

となる。この区間 I-iv の上限であり、区間 I-iii の下限である $q_1^0 = q_1^{B1}$ においては、$\Delta\pi_1$ は q_1^0 に関して連続であるので、

$$\Delta\pi_1^{iv}\Big|_{q_1^0=q_1^{B1}} = \Delta\pi_1^{iii}\Big|_{q_1^0=q_1^{B1}}$$

を得る。[8)]

8)　連続であることは、解析的にも確認することができる。

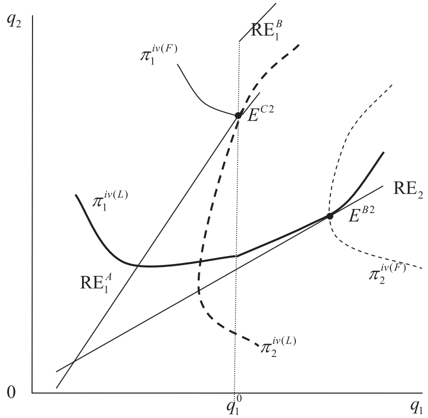

図 10：ケース I-iv

$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} > 0$ を成立させるパラメーター θ, c_1, c_2 の領域が存在することをすでに補助定理 4 で示した。よって、I-iv の範囲でも $\Delta\pi_1^{iv} > 0$ が少なくともそのパラメーターの近傍で成立することがわかる。しかし、$\Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} < 0$ のときには、I-iv において $\Delta\pi_1^{iv} > 0$ となる領域があるか否かは不明である。

$\Delta\pi_1^{iv}\big|_{q_1^0=q_1^{B2}}$ の符号を調べる。(5-B),(12),(13),(17) および (18) より、この範囲の下限である $q_1^0 = q_1^{B2}$ においては

$$\Delta\pi_1^{iv}\Big|_{q_1^0=q_1^{B2}} = \frac{(1-c_1)^2\left[M_1a^2+2M_2a+M_3\right]}{-16\left(\theta^2-2\right)^2} \tag{50}$$

となる。ただし、

$$M_1 = 5\theta^4 - 24\theta^2 + 32,$$

$$M_2 = -3\theta^4 - 3\theta^3 + 12\theta^2 + 8\theta - 16,$$

$$M_3 = \theta^3\left(3\theta - 4\right)$$

である。$-1 < \theta < 0$ より $M_1 > 0, M_2 < 0, M_3 < 0$ が容易に分る。すると、

$$\Delta\pi_1^{iv}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} = \Delta\pi_1^{iii}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} == \frac{(1-c_1)^2\left(2a+\theta-2\right)\left(2-\theta\right)\left(\theta^2-2a\theta-4a\right)}{8\left(\theta^2-2\right)^2}$$

となる。

$\Delta\pi_1^{iv}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} > 0$ は、

$$\frac{-M_2-\sqrt{{M_2}^2-M_1M_3}}{M_1} < a < \frac{-M_2+\sqrt{{M_2}^2-M_1M_3}}{M_1} \tag{51}$$

の場合である。また、ケース I の θ と a の関係は (47) で示されている。(47) と (51) を図示すると、図 11 に示したようになる。なお、

$$1 < \frac{-M_2+\sqrt{{M_2}^2-M_1M_3}}{M_1} \tag{52}$$

であることは明らかであり[9)]、かつ、ケース I の範囲になければならないので、$\Delta\pi_1^{iv}\big|_{q_1^0=q_1^{B1}} > 0$ となるのは、

$$\max\left[\frac{\theta^2}{4}, \frac{-M_2-\sqrt{{M_2}^2-M_1M_3}}{M_1}\right] < a < 1 \tag{53}$$

かつ、

$$0 < \theta < 1 \tag{54}$$

の範囲である。(図 11 参照) つまり、で $\Delta\pi_1^{iv} > 0$ を実現させる a および θ が存在する。

次に企業 2 に関しては

$$\Delta\pi_2^{iv} = \frac{\left\{(\theta^2-2)q_1^0+(1-c_1)(1-\theta)\right\}\left(2q_1^0-1+c_1\right)}{\theta^2} - \frac{\left\{(4-\theta^2)(1-c_1)-2\theta(1-c_2)\right\}^2}{16\left(2-\theta^2\right)^2} \tag{55}$$

である。$\dfrac{\partial^2\Delta\pi_2^{iv}}{\partial {q_1^0}^2} = \dfrac{4(\theta^2-2)}{\theta^2} < 0$ であり、$\Delta\pi_2^{iv}$ は q_1^0 について凹関数である。かつ、この区間の上限 q_1^{B1} においては

$$\left.\frac{\partial\Delta\pi_2^{iv}}{\partial q_1^0}\right|_{q_1^0=q_1^{B1}} = \frac{(1-c_1)\left(-\theta^2+4a\right)}{\theta^2} > 0 \tag{56}$$

となる。よって、全領域で $\Delta\pi_2^{iv}$ は q_1^0 について増加関数である。かつ、

$$\left.\Delta\pi_2^{iv}\right|_{q_1^0=q_1^{B1}} = -\frac{(\theta^2-2)^2\left(\theta^2c_1-2c_2\theta-\theta^2-4c_1-2\theta+4\right)^2}{16\theta^2(\theta^2-2)^2} < 0 \tag{57}$$

であるから、この I-iv の全領域で $\Delta\pi_2^{iv} < 0$ となる。よって、企業 2 はフォ

9) $\dfrac{-M_2+\sqrt{{M_2}^2-M_1M_3}}{M_1} \geq \dfrac{-2M_2}{M_1} = 1+\dfrac{\theta\left(\theta^3+6\theta^2-16\right)}{5\theta^4-24\theta^2+32} \geq 1$ より。

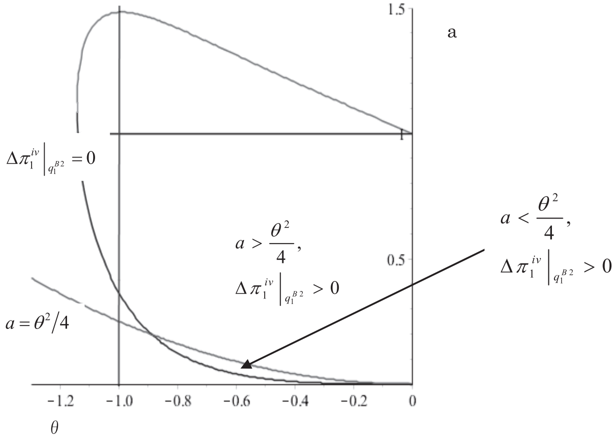

図 11：ケース 1: $\Delta\pi_1^{iv}\Big|_{q_1^{B2}}$ の符号: $c_1=0.1,\ c_2=0.2$ の場合

ロワーとなるのが有利である。従って、$\Delta\pi_1^{iv}>0$ でかつ $\Delta\pi_2^{iv}<0$ のときにシュタッケルベルグの不均衡は解消されている。

ケース I-v） 図 4-1 より $q_1^0<q_1^{B2}$ の範囲にある。ここでは､$E^{B1}=\left(q_1^{B1},q_2^{B1}\right)$ において企業 1 はリーダーとなり、$E^{B2}=\left(q_1^{B2},q_2^{B2}\right)$ においては、企業 2 がリーダーとなる。

そのとき､それぞれの利潤は $\pi_1^{v(L)}=\pi_1^B\left(q_1^{B1},q_2^{B1}\right)$，$\pi_2^{v(F)}=\pi_2\left(q_1^{B1},q_2^{B1}\right)$、および $\pi_1^{v(F)}=\pi_1^B\left(q_1^{B2},q_2^{B2}\right)$，$\pi_2^{v(L)}=\pi_2\left(q_1^{B2},q_2^{B2}\right)$ である。すると、(45) を用いて

$$\Delta\pi_1^v=\frac{-\theta^3(1-c_1)^2(a^2\theta-2a\theta+4a-3\theta-4)}{16\left(\theta^2-2\right)^2}<0 \tag{58}$$

である。符号は、$0<a<1,-1<\theta<0$ より、分子において、$a^2\theta-2a\theta+4a-3\theta-4=\theta\left\{(a-1)^2+2\right\}-4(1-a)<0$ となるからである。また、企業 2 については、同じく (45) を用いて

$$\Delta\pi_2^v=\frac{-\theta^3(1-c_1)^2(2a^2\theta-4a\theta+4a+3\theta-4)}{16\left(\theta^2-2\right)^2}<0 \tag{59}$$

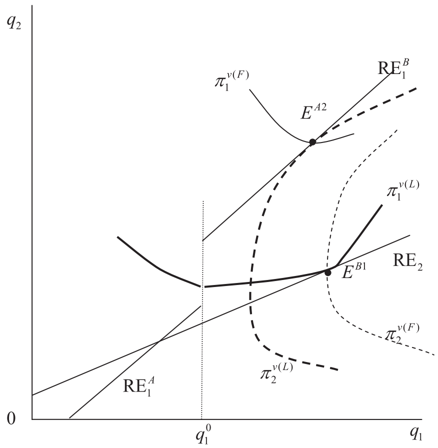

図 12：ケース I-v

である。符号は、$0 < a < 1, -1 < \theta < 0$ より、分子において $2a^2\theta - 4a\theta + 4a + 3\theta - 4 = \theta\left\{2(a-1)^2 + 1\right\} - 4(1-a) < 0$ となるからである。よって、企業 2 もフォロワーとなる方が有利である。

ただし、ここで注意をすべきことは、$\Delta\pi_1$ が q_1^{B2} で連続ではないということである。これを確認する。(46) より

$$\Delta\pi_1^v\Big|_{q_1^0=q_1^{B2}} - \Delta\pi_1^{iv}\Big|_{q_1^0=q_1^{B2}} = \frac{a(1-c_1)^2(a\theta^2 - \theta^2 - 4a - 2\theta + 4)}{4\left(\theta^2 - 2\right)} < 0 \tag{60}$$

となる。符合は、$0 < a < 1, -1 < \theta < 0$ より、$a\theta^2 - \theta^2 - 4a - 2\theta + 4 = (4-\theta^2)(1-a) - 2\theta > 0$ となるからである。よって、範囲 I-iv と範囲 I-v は q_1^0 に関して不連続である。(図 13 参照)

5. ケース II

ケース II のときには、補助定理 3 および図 4-2 で示されたように、$q_1^{B2} < q_1^{A2} < q_1^{B1} < q_1^{A1}$ の順になる。よって、$\Delta\pi_1$ と $\Delta\pi_2$ の関数の形は領域 I-iii と領域 II-iii のみにおいて異なる。また、この 2 つの領域は上限と下限が入れ替わっ

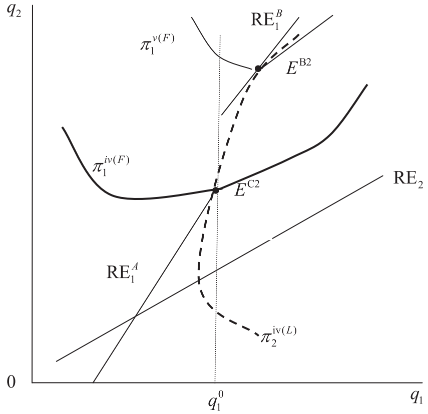

図 13：π_1^{iv} から π_1^{v} へのジャンプ

ている。また、I-ii と II-ii は関数の形は同じであるが、q_1^0 の範囲の下限が異なる。さらに、I-iv と II-iv は、範囲の上限が異なる。このことによって、$\Delta\pi_1$ と $\Delta\pi_2$ の符号が変化するか否かを検討する。ケース II では、$\Delta\overline{\pi}_1$、$\Delta\overline{\pi}_2$ と表記する。ただし、$\Delta\overline{\pi}_k^{iii} \neq \Delta\pi_k^{iii}$ であり、それ以外は、$\Delta\overline{\pi}_k^{j} = \Delta\pi_k^{j}, j = i, ii, iv, v$ であり、$k = 1, 2$ である。

ケース II-ii）　図 4-2 より、II-ii の範囲は $q_1^{B1} < q_1^0 < q_1^{A1}$ であり、I-ii の範囲 $q_1^{A2} < q_1^0 < q_1^{A1}$ とは下限のみが異なる。先に I-ii で行った $\Delta\pi_1^{ii} < 0$ の証明方法を用いる。$\Delta\overline{\pi}_1^{ii}$ は q_1^0 に関して減少関数であり、上限の $q_1^0 = q_1^{A1}$ において $\Delta\overline{\pi}_1^{ii}\big|_{q_1^0 = q_1^{A1}} < 0$ となるので、下限においても $\Delta\overline{\pi}_1^{ii}\big|_{q_1^0 = q_1^{B1}} < 0$ となる。企業 2 については、(45) を用いると

$$\Delta\overline{\pi}_2^{ii}\big|_{q_1^0 = q_1^{B1}} = -\frac{\theta(1-c_1)^2\left[4a^2\theta - 4a\theta^2 - 8a\theta + 16a - 4\theta^2 + 3\theta^3\right]}{16\left(\theta^2 - 2\right)^2} \tag{61}$$

となり、$[\cdot]$ 内は

$$
\begin{aligned}
&4a^2\theta-4a\theta^2-8a\theta+16a-4\theta^2+3\theta^3\\
&=\left\{4a^2\theta-4a\theta^2+\theta^3\right\}+8\left\{\left(a-\frac{\theta^2}{4}\right)(2-\theta)\right\}<0
\end{aligned}
\tag{62}
$$

となる。(62) の符号はケース II だから (27) と (45) より $a-\dfrac{\theta^2}{4}<0$ となり、また、$-1<\theta<0$ より、$\{\cdot\}$ 内はすべて負となるからである。よって、企業 1 も企業 2 もフォロワーとなる方が有利である。

ケース II-iii)　図 4-2 より、$q_1^{A2}<q_1^0<q_1^{B1}$ の範囲だから、$E^{B1}=\left(q_1^{B1},q_2^{B1}\right)$ において企業 1 はリーダーとなり、$E^{A2}=\left(q_1^{A2},q_2^{A2}\right)$ においては、企業 2 はリーダーとなる。それぞれの利潤は $\overline{\pi}_1^{iii(L)}=\pi_1^B\left(q_1^{B1},q_2^{B1}\right)$, $\overline{\pi}_2^{iii(F)}=\pi_2\left(q_1^{B1},q_2^{B1}\right)$、$\overline{\pi}_1^{iii(F)}=\pi_1^A\left(q_1^{A2},q_2^{A2}\right)$, および $\overline{\pi}_2^{iii(L)}=\pi_2\left(q_1^{A2},q_2^{A2}\right)$ である。すると、

$$
\Delta\overline{\pi}_1^{iii}=-\frac{\{-(1-c_1)\theta+2(1-c_2)\}^2}{8\left(\theta^2-2\right)}-\frac{(1-c_1)^2(\theta^2+2a\theta-4)^2}{16\left(\theta^2-2\right)^2}+(c_2-c_1)q_1^0
\tag{63}
$$

であり、この区間 $q_1^{A2}<q_1^0<q_1^{B1}$ の上限である q_1^{B1} においては、

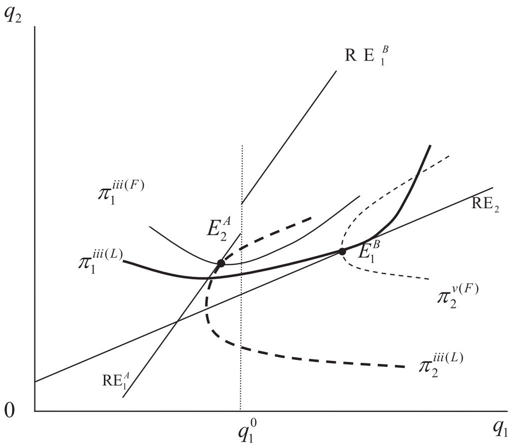

図 14：ケース II-iii

$$\Delta\overline{\pi}_1^{iii}\Big|_{q_1^0=q_1^{B1}}=\frac{(1-c_1)^2\left(8(\theta^2-2)a^2-(3\theta-4)\theta^3\right)}{16(\theta^2-2)^2}<0$$

となる[10)]。また、

$$\frac{\partial\Delta\overline{\pi}_1^{iii}}{\partial q_1^0}=c_2-c_1>0$$

であり、増加関数である。よって、この区間では $\Delta\overline{\pi}_1^{iii}<0$ となる。このように、企業 1 はフォロワーとなる方が有利である。企業 2 については、

$$\begin{aligned}\Delta\overline{\pi}_2^{iii}&=-\frac{(1-c_1)^2(\theta-2)^2}{8\left(\theta^2-2\right)}-\frac{(-2\theta+\theta^2c_1-\theta^2+2c_2\theta-4c_1+4)^2}{16\left(\theta^2-2\right)^2}\\&=\frac{(1-c_1)^2\left[-32-4\theta^2a^2-12\theta^3-16\theta a+8\theta^2a+32\theta+\theta^4+4\theta^3a+8\theta^2\right]}{16\left(\theta^2-2\right)^2}\end{aligned}\tag{64}$$

となる。(64) の $[\cdot]$ 内は、

$$\begin{aligned}&\{\theta^4-1\}+12\{-\theta^3-1\}+8\{\theta^2-1\}+16\{\theta(1-a)\}+8\{\theta(1+a\theta)\}\\&+\{4a\theta^3-4a^2\theta^2+8\theta-11\}<0\end{aligned}\tag{65}$$

となる。符号は (65) のすべての $\{\cdot\}$ 内は $-1<\theta<0,\ 0<a<1$ より負となるからである。よって、(64) は負となり、企業 2 もフォロワーとなる方が有利である。

ケース II-iv）　図 4-2 より、II-iv の範囲は $q_1^{B2}<q_1^0<q_1^{A2}$ である。I-iv の範囲は図 4-1 より $q_1^{B2}<q_1^0<q_1^{B1}$ であり、上限のみが異なる。この上限 q_1^{A2} において II-iv と II-iii と連続しているので、この上限における $\Delta\pi_1^{iv},\Delta\pi_2^{iv}$ の値はすでに求めた。下限である q_1^{B2} における $\Delta\pi_1^{iv},\Delta\pi_2^{iv}$ の値はケース I で既に求め、ケース I を規定する $a>\dfrac{\theta^2}{4}$ の下で、$\Delta\pi_1\big|_{q_1^0=q_1^{B2}}>0$ が存在することを図 11 で示した。つまり、ケース II では、(37),(46) より $a<\dfrac{\theta^2}{4}$ であり、この領域においても $\Delta\pi_1\big|_{q_1^0=q_1^{B2}}>0$ を実現させる領域が存在することを図 11 は示している。よって、II-iv においては、企業 1 はリーダーとなり、企業 2 はフォロワーとなる場合があり、このとき、シュタッケルベルグの不均衡は解消されるのである。

10) 符号は $-1<\theta<0$ より明らかである。

以上の議論を次の補助定理にまとめる。

補助定理 5：
ケース II-iv において、企業 1 は $\Delta\pi_1^{iv} > 0$ となり、先手となる方が有利な場合がある。
ケース II では iv 以外の場合である i,ii,iii,v の場合には $\Delta\pi_1 < 0,\ \Delta\pi_2 < 0$ が常に成立し、先手が有利となる場合はない。

補助定理 4 と 5 より、以下の定理が導出される。

定理：補完財の数量ゲームのときは、ある生産量を超えると限界費用がジャンプして高くなる企業は、先手が有利となり、限界費用がジャンプせず、低く留まる企業が後手有利となる場合が存在する。

以上のように、シュタッケルベルグの不均衡は解消される場合が発見された。

6. 結論

2 つの企業の間には費用関数に非対称性を導入した複占モデルを考えた。一定の生産量以下においては、両企業の費用関数は同一であり、企業は同質的であるが、その生産量を超えると一方の企業の限界費用は上方にジャンプするが他方は元の水準に留まる。すると限界費用がジャンプした企業の方は先手、つまり、シュタッケルベルグのリーダーとなった方が後手をとるよりも利潤が大きくなる可能性が存在することが補完財の数量ゲームにおいて導出された。先手の利潤が大きくなるか否かは、限界費用がジャンプするそのクリティカルな生産量、および、どれだけ限界費用がジャンプするのか、また、補完財の程度に依存して決まる。また、他方の限界費用が一定に留まる企業は常に後手、つまり、フォロワーとなる方が常に有利であることが導出される。よって、先手が有利となる技術的および需要関数の条件が実現するときには、シュタッケル

ベルグの不均衡は解消されるのである。

参考文献

[1] Henderson,J.M., and Quandt,R.E.,(1958) *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach*, McGraw-Hill,1958.
日本語訳、「現代経済学―価格分析の理論―」、小宮隆太郎訳、創文社、1961.

[2] Fellner,W.J., *Competition Among the Few ― Oligopoly and Similar Market Structures* ―, 1949, Augustus M. Kelley Pub.
日本語訳「寡占」越後和典、矢野恵二、綿貫禎次郎訳、好学社、1976

[3] Stackelberg,H.v., *Marketform und Gleichgewicht*, Julius Springer, Vienna, Austria 1934,
日本語訳「寡占論集」大和瀬達二、上原和夫訳、至誠堂、1970.