MT システムの研究

永田　　靖*

Study on MT System

Yasushi NAGATA

要旨：田口玄一博士により独自に開発された MT システムは、タグチ流多変量解析法として普及している。最初に提案された MT 法は、マハラノビスの距離を用いて異常判別を行う手法である。その後、多重共線性の問題を解決する方法として MTA 法、全項目を 2 変数に縮約する RT 法、予測を行う方法として T 法などが提案されてきた。本稿では、MT システムに関して著者らが実施してきた研究成果を総合的に報告する。

Abstract :

The Mahalanobis Taguchi（MT）system is a collection of widely used multivariate analysis procedures developed by Dr. Gen-ichi Taguchi. The MT procedure was proposed for discrimination of abnormal samples by using the Mahalanobis distance. It is the first proposed procedure in the overall MT system, and is similar to the multivariate control chart which is long-established in the field of statistical multivariate analysis.

Dr. Taguchi proposed new procedures which were incorporated along with several innovative ideas. The Mahalanobis Taguchi Adjoint（MTA）procedure was proposed as a counter measure when there exist multicollinearities among items. The Recognition Taguchi（RT）procedure was initiated for discriminating abnormal samples when there are too many items. In this case, only two variables are constructed from the original data. The Taguchi（T）procedure was proposed for predicting future output values. This procedure is used in the cases where regression analysis is applied.

In this paper, we discuss the MT, MTA, RT, and T procedures. We offer outlines of these procedures and highlight their theoretical properties. Furthermore, we describe several improved procedures.

This paper consists of our related research which has been published.

キーワード：MT システム、MT 法、MTA 法、RT 法、T 法

1. は じ め に

本稿では、田口玄一博士が独自に開発し、タグチ流多変量解析法として普及している MT システム（Mahalanobis Taguchi System）について議論する。

田口博士は、ロバストパラメータ設計の開発者・実践者として世界中に知られている。ロバストパラメータ設計は、ノイズに頑健な制御因子の良品条件を見つけるための実験計画法である。一

*早稲田大学創造理工学部経営システム工学科教授

方、受動的に得られた観察データの解析に対して、田口博士は MT システムという形で、数々の手法を開発されてきた。それらの手法は、従来からの統計的多変量解析法の一部と類似するところもあったものの、独自なアイディアが付加されて、実務家が使いやすいように工夫され、比較的短期間で普及していった。

MT システムの中で田口博士が最初に提案した方法は MT 法である。良品・不良品に分類された多変量データに対して 2 群の判別分析を適用するのは不適切であることを田口博士は指摘し、異常判別の観点からマハラノビスの距離を用いた解析を提案した。この考え方は、古くから存在する多変量管理図に近い。MT 法が提案されて以降、比較的早い時期に、解説付き事例集として田口・兼高（2002）が刊行された。また、宮川（2000）は数理統計学の側面から MT 法を解説している。さらに、この時期に、欧米でも、Taguchi et al.（2001）、Taguchi and Jugulum（2002）、Woodall et al.（2003）が刊行されている。

その後、多重共線性の問題を解決する方法として MTA（Mahalanobis Taguchi Adjoint）法、項目数がサンプル数よりも多い場合を扱うマルチ法、信号因子を用いる方法として T（Taguchi）法、全項目を二つの変数に合成する RT（Recognition Taguchi）法などが次々に田口博士によって提案されてきた。現在では、これらの手法を総称して MT システムと呼んでいる。これらの総合的な解説は品質工学会（2007）や立林ら（2008）を参照されたい。

本稿では、MT システムに関して著者らが実施してきた研究成果を総合的に報告する。この種の報告は、永田（2013）において比較的詳しく行われているが、本稿では、その内容を要約しつつ、それ以降の成果を含めて報告する。

本稿の構成は次のとおりである。第 2 章では、MT 法について概説し、その性質と拡張手法について述べる。第 3 章では、MTA 法について概説し、その性質と拡張手法について述べる。第 4 章では、RT 法について概説し、その性質と拡張手法について述べる。第 5 章では、T 法について概説し、その性質と拡張手法について述べる。最後に第 6 章では、まとめと今後の方向性について記載する。

2. MT 法

2.1 MT 法の概要

良品・不良品の判定問題を考える。多変量解析法で変数と呼ぶものを、MT システムでは項目と呼ぶ。

MT 法では、次の手順で解析する。ここでは、p 個の量的な項目が観測されているとする。

1. 良品データに対して一つの母集団を想定し、これを単位空間と呼ぶ。
2. 単位空間に属する n 個のサンプル（p 次元データベクトル）に基づいて、単位空間の中心位置（平均ベクトル）を求める。
3. 単位空間のサンプルに基づいて、分散共分散行列ないしは相関係数行列を推定する。
4. 単位空間の各サンプルから中心位置へのマハラノビスの距離を計算し、閾値を決める。
5. 新たなデータに対して、マハラノビスの距離を計算し、閾値を越えれば不良品、超えなければ良品と判定する。

上記の 5 の判定の前に、項目選択を行う場合もある。

2.2 MT 法の性質

標準偏差を求める際、平方和を n で割るなら、単位空間におけるマハラノビスの距離の 2 乗の合計値は np に一致する。また、平方和を $n-1$ で割るなら、マハラノビスの距離の 2 乗の合計値は $(n-1)p$ となる（例えば永田（2009）を参照）。

確率ベクトル x が p 次元正規分布 $N(\mu, \Sigma)$ に従うとき、

$$D^2 = (x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu)$$

は自由度 p のカイ二乗分布に従うので、

$$E(D^2) = p,\ \ V(D^2) = 2p$$

となる。したがって、異常を判定するための閾値（管理図なら管理限界線）として、例えば 3 シグマルールを用いるならば

$$p + 3\sqrt{2p}$$

と定めることができる。

D^2 では、μ と Σ が真値だという点に注意しな

ければならない。MT 法で予測に用いるのは、単位空間に属する既存のデータに基づく推定量 $\hat{\mu}$, $\hat{\Sigma}$ を用いた

$$\hat{D}^2 = (x - \hat{\mu})^T \hat{\Sigma}^{-1} (x - \hat{\mu})$$

である。ここで、x は判定したい新たなデータベクトルである。$\hat{D}^2$ は、x の各項目を標準化（平均を引き標準偏差で割る）したベクトル z と相関係数行列 R を用いて

$$\hat{D}^2 = z^T R^{-1} z$$

と表すことができる。x が単位空間に属している、すなわち x が $N(\mu, \Sigma)$ に従うなら、

$$E(\hat{D}^2) = \frac{p(n+1)}{n-p-2}$$

となる（宮川・永田（2003）を参照）。サンプル数 n が項目数 p よりも十分に大きいなら、$E(\hat{D}^2) \approx p$ なので $p + 3\sqrt{2p}$ に基づく判定は適切である。しかし、そうでない場合には、$E(\hat{D}^2)$ は p よりもずっと大きくなって、過大な予測バイアスが生じる。

Tracy et al.（1992）は、$\hat{D}^2$ が F 分布の定数倍に従うことを示した。これより、先と同様な考え方で閾値を求めると、相当大きな値の設定が必要となる。

2.3　MT 法の拡張手法

大久保・永田（2015）は、サンプル数 n が十分に大きくないとき MT 法の性能がよくないことに着目して、そのような場合に性能を改善する方法を提案している。それは、0 に近い固有値を 0 でない小さな定数に置き換えてスペクトル分解により相関係数行列を近似する手法である。彼らは、確率的主成分分析のモデルを想定して数値的な評価を行い、性能の改善可能性を示している。

次に、時系列的に変化するパネルデータがあるものとする。一つの時点においてパネルの個数 n が小さい場合には、MT 法は精度がよくない。また、一つのパネルのデータが時系列で推移するとき、その変化点を調べたい。いったん変化した後、その状態が続き、そこからさらに変化したかどうかを知りたいとする。これらの状況に対しては、事前分布を仮定して、ベイズ流の更新を行う MT 法が有用となる。Enomoto and Nagata（2016）は、ベイズ MT 法を開発し、その性能を評価し、提案手法の有用性を示している。

3. MTA 法

3.1　MTA 法の概要

MT 法では、マハラノビスの距離の 2 乗を計算するとき、分散共分散行列の逆行列を求める計算がある。逆行列が求まらない場合「多重共線性が存在する」という。

多重共線性が存在するのは「サンプル数 n が項目数 p より小さい場合」と「項目間に線形関係が存在する場合」である。本章では後者を考える。このような状況に対して MTA 法が提案されている（田口（2002））。

MTA 法では、マハラノビスの距離の 2 乗の計算において相関係数行列の逆行列を相関係数行列の余因子（adjoint）行列で置き換えたマハラノビスの距離の 2 乗を用いる。

3.2　MTA 法の性質

宮川・永田（2003）は、MTA 法の性質について次の点を指摘している。

1. 標本相関係数行列の逆行列が存在するとき、MTA 法のマハラノビスの距離の 2 乗は、通常の MT 法のマハラノビスの距離の 2 乗の定数倍である。
2. 相関係数行列のランクが 1 だけ落ちるときには、MTA 法のマハラノビスの距離の 2 乗は、単位空間上での項目間の線形制約式の 2 乗の定数倍となる。単位空間外でその線形制約式が成り立たないなら、その距離は有効な判別尺度になる。しかし、単位空間外でもその線形制約式が成り立つなら、その距離は判別尺度とはならない。また、たとえ有効な判別尺度になりえたとしても、これだけでは、その他の情報を無視している。
3. 標本相関係数行列のランクが 2 以上落ちたとき、MTA 法のマハラノビスの距離の 2 乗は常にゼロとなり、MTA 法は判別力をもたない。

3.3 MTA 法の拡張手法

宮川・永田（2003）は、3.2 節で述べた性質を考慮して、次のような拡張手法を提案している。

0 よりわずかに大きな適切な閾値 c を設定する。標本相関係数行列 R において、c 以上の固有値が q 個あるとき、残りの $(p-q)$ 個の固有値がゼロである（変数間に $(p-q)$ 個の線形制約式が成り立つ）とみなす。そこで、R を q 個の固有値と固有ベクトルによるスペクトル分解により近似し、それに対応するムーア・ペンローズの一般逆行列 R^+ を用いてマハラノビスの距離の 2 乗として

$$\hat{D}^2_{(1)} = z^T R^+ z$$

を計算する。これを第 1 種の距離の 2 乗と呼ぶ。R が逆行列をもつなら、$\hat{D}^2_{(1)}$ は通常のマハラノビスの距離の 2 乗に一致する。

次に、ゼロとみなす固有値が $(p-q)$ 個あるので、ゼロの固有値に対応する互いに直交する固有ベクトル $w_{q+1}, w_{q+2}, \cdots, w_p$ を求め、第 2 種の距離の 2 乗として

$$\hat{D}^2_{(2)} = (z^T w_{q+1})^2 + (z^T w_{q+2})^2 + \cdots + (z^T w_p)^2$$

を定義する。この距離は単位空間では（ほぼ）ゼロである。この距離が単位空間外でゼロでない場合には、判別するための有効な尺度になる。

第 1 種の距離と第 2 種の距離を一つにまとめるのは困難である。第 1 種の距離に関しては単位空間において確率分布を考えることができるが、第 2 種の距離に関しては確率分布を想定できないからである。

MTA 法では、R のランクが 1 だけ落ちるときに、第 2 種の距離のみを考慮し、第 1 種の距離を無視している。

なお、$p \geq n-1$ なら、単位空間のすべての初期データに対して第 1 種の距離が同じ値になるという性質がある（永田・久富（2008）を参照）。

4. RT 法

4.1 RT 法の概要

本節では、田口（2006 a, b）および立林ら（2008）に基づいて、RT 法の概略を述べる。

単位空間に属する n 個のサンプルに対して p 項目 $x_1, x_2, \cdots, x_p$ を観測し、初期データが得られていると仮定する。初期データとは、次の統計量を計算するためのデータである。まず、各項目の平均 $\bar{x}_j (j = 1, 2, \cdots, p)$ とその 2 乗和 r を求める。次に、

$$線形式：L_i = \sum_{j=1}^{p} \bar{x}_j x_{ij}$$

$$残差平方和：S_{ei} = \sum_{j=1}^{p} x_{ij}^2 - \frac{L_i^2}{r}$$

$$残差分散：V_{ei} = \frac{S_{ei}}{p-1}$$

$(i = 1, 2, \cdots, n)$ を求める。これらより、二つの変数

$$Y_{i1} = \frac{L_i}{r}, \ Y_{i2} = \sqrt{V_{ei}}$$

に集約する。集約された二つの変数に基づいて MT 法と同様にしてマハラノビスの距離の 2 乗を計算して判定する。

4.2 RT 法の性質

RT 法を適用するときには、すべての項目の単位が同じになっている必要がある。項目間で単位が異なると、例えば r や L_i の計算において単位が異なる量を加え合わせることになり、加え合わさった量の意味が不明になるからである。この点について、田口（2006 b）の 12.3 節の最初に「すべて同一次元のデータ（例えば画素のデータ、時系列のデータなど）であるとき」と適用場面が示されている。そして、田口（2006 a, b）では文字認識の問題を意識して RT 法が提案されている。

永田・土居（2009）は、単位の問題を考慮していない事例が散見されるのを指摘した。さらに、大久保・永田（2012）は、単位が揃っている・いないだけでなく、他の項目より大きな絶対値をとる項目が存在すると、その項目によって判定結果がほぼ決まってしまうこと、および、他の項目に比べ微小な値しかとらない項目が存在すると、その項目は解析結果にほとんど寄与しなくなることを示している。

RT 法では、二つにまとめた合成変数に関して、$\bar{Y}_1 = 1$, $\bar{Y}_2 > 0$ となる。また、$Y_1 = 1$ かつ $Y_2 = 0$ となる点は $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_p)$ に限られる。

永田・土居（2009）は、RT 法で用いるマハラ

ノビスの距離の 2 乗が単位空間の中心位置では 0 にはならず正の値をとり、中心付近から少し離れた点まで減少傾向となって、いったん 0 の値をとり、それ以降単調増加する性質を示した。この性質は、連続量のデータに対して、新たなデータが単位空間に属するかどうかを判定するとき、ミスリーディングとなる可能性を意味する。MT 法の場合は単位空間の中心位置ではマハラノビスの距離の 2 乗は 0 になるので、それと整合しないからである。

4.3　RT 法の拡張手法

永田・土居（2009）は、単位空間の中心位置では 0 となり、中心位置から離れるにしたがって増加していく二つの距離を提案している。

次に、再度、4.2 節で述べた単位の問題について考える。すべての項目の単位の無次元化を行うために、初期データに対して通常の標準化（項目ごとに平均を引き、標準偏差で割る）を行っても RT 法は機能しない。それは、各項目の平均がゼロになり、2 乗和 r がゼロになるからである。そこで、大久保・永田（2012）は、単位の問題を解決するため RT-PC 法を提案している。合成変数 Y_1 を R に基づく第 1 主成分とし、合成変数 Y_2 を残差の標準偏差（第 1 主成分を説明変数、標準化後のもとの変数を目的変数として回帰式を求めた場合の残差の標準偏差）とする。それ以降は RT 法の計算手順ないしは永田・土居（2009）の拡張手法の計算を行う。さらに、より一般的に、第 1 主成分と第 2 主成分と残差というような 3 変数への集約、そして、それ以上の変数への集約を考慮した RT-PC＋法を彼らは提案し、MT 法や RT 法など、関連するいくつかの手法と比較検討を行っている。

5. T 法

5.1　T 法の概要

田口（2005）は、MT システムの一つとして T 法を提案した。T 法は、その後、T 法（1）、T 法（2）、T 法（3）と分類された。T 法（1）は両側 T 法、T 法（2）は片側 T 法、T 法（3）は前章で述べた RT 法である。本章では T 法（1）を取り扱い、今後、T 法（1）を単に T 法と呼ぶ。

T 法は、異常を検出する MT システムの他の手法とは異なり、予測を目的としている。適用するデータ形式は重回帰分析と同じ場合が多いため、事例研究を通して T 法と重回帰分析との比較がなされてきた。

本節では、田口（2005）と立林ら（2008）にそって、T 法の概要を述べる。

p 個の項目を $x_1, x_2, \cdots, x_p$、出力値を y と表す。できるだけ均質でサンプル数が多いところから a 個のサンプルを選択し、単位空間とする。各項目の平均値と出力値の平均値を求め、単位空間の中心位置とする。単位空間のデータとして選択しなかった残りの l 個のサンプルを信号データと呼ぶ。信号データの各項目と出力値から単位空間での各項目と出力値の平均をそれぞれ引いて規準化し、規準化したデータを $X_{ij}(i=1,2,\cdots,l; j=1, 2,\cdots,p)$, $M_i(i=1,2,\cdots,l)$ と表す。規準化したデータに基づき、各項目を目的変数、出力値を説明変数として原点を通る単回帰分析を行い、比例定数

$$\beta_j = \frac{\sum_{i=1}^{l} M_i X_{ij}}{r} \quad (j=1,2,\cdots,p)$$

を算出する。回帰による平方和 $S_{\beta j}$ と残差分散 V_{ej} より SN 比

$$\eta_j = \max\left(0, \frac{S_{\beta j} - V_{ej}}{rV_{ej}}\right) \quad (j=1,2,\cdots,p)$$

を求める。項目ごとの出力の推定値

$$\hat{M}_{ij} = \frac{X_{ij}}{\beta_j}$$

を SN 比で重み付け統合し、総合推定値 $\hat{M}_i$ を算出する。

T 法を適用するデータでは、単位空間のデータと信号データとの分離が容易ではない場合が多い。また、単位空間のサンプル数を多くとると、信号データが少なくなる。単位空間のデータは各項目と出力値の平均を求めるためだけに用いるので、単位空間のサンプル数は $1(a=1)$ でもよいとされている。本章でも $a=1$ とする。

5.2　T 法の性質

重回帰分析では多重共線性の問題が発生する場

合がある。一方、T 法では多重共線性の問題は生じない。しかし、T 法でも、項目間の相関が強いと、予測の信頼性に問題が生じることがある。例えば、項目が 3 つあり、最初の二つの項目間に $x_1 = cx_2$（c は 0 と異なる定数）の関係があるとき、$\eta_1 = \eta_2$，$\hat{M}_{i1} = \hat{M}_{i2}$ などが成り立つ。総合推定値ではすべての項目が取り込まれた形になって解釈がしやすいように見えるが、実質的には、第 1 項目を二重カウントしている。すなわち、相関の強い項目を過大評価した予測式が得られてしまう。

また、サンプル数が説明変数の個数以下の場合でも、重回帰分析では多重共線性が発生して解析不能になるが、T 法では解析は可能である。さらに、サンプル数が説明変数の個数よりも多くて説明変数の個数に近い場合には、残差の自由度が小さくなり重回帰分析の解析結果が不安定になるのに対して、T 法ではそのような不安定さは示さないと考えられる。

重回帰分析では、ある説明変数の偏回帰係数が他の変数の追加・削除により大きく変化することがある。さらに、符号まで変化することもある。これは、説明変数間の相関を適切に利用しているから生じる。一方、T 法の予測式における各項目の係数は他の項目の追加・削除によりその係数の値自体は変化するが、その係数の符号は変化しない。これは項目間の相関を考慮していないからである。

田口（2005）の Q&A の A 6-12 には次の記述がある。「一つひとつの項目では比例式 $x = \beta M$ を求めて、$M_1, M_2, \cdots, M_l$ の推定を次式で行う。$\hat{M} = x/\beta$ それを総合している。はかりでいろいろな質量を総合するのと同じである。」これは、次のように解釈できる。p 個のはかり（p の項目）が存在し、l 種類の重り（信号）を用意する。i 番目の重りの真値を M_i とし、j 番目のはかりで測るときの測定値を X_{ij} とするとき、

$$X_{ij} = \beta_j M_i + \varepsilon_{ij} \ (i = 1, 2, \cdots, l; j = 1, 2, \cdots, p)$$

というモデルを考えることができる。このモデルにしたがって 5.1 節で述べた統計量が導かれている。

一方、重回帰分析では、

$$M_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{i1} + \alpha_2 X_{i2} + \cdots + \alpha_p X_{ip}$$

$(i = 1, 2, \cdots, l)$ というモデルを想定する。T 法のモデルと重回帰分析のモデルとでは、項目と信号の因果関係が逆である。したがって、本来は、T 法と重回帰分析では適用する場面が異なるはずである。しかし、どちらを用いても、信号 M を予測できるから、背後にあるモデルの違いには配慮されず、重回帰分析と同じデータ形式に対しても T 法が用いられてきたと考えられる。

5.3　T 法の拡張手法

単位空間のサンプル数を 1 とするとき、出力値がおおむね中心位置にある一つのデータを単位空間のサンプルとして選ぶことになる。しかし、出力値が中心位置にあっても、そのサンプルのすべての項目値も中心位置にあるとは限らない。そのような項目に対して原点を通る直線を当てはめるのは無理が生じる。そこで、稲生ら（2012）は 2 種類の規準化の方法（Ta 法、Tb 法）を提案し、その性能を検討している。Ta 法では、単位空間を設定せずに、すべてのデータを信号データと考え、すべてのデータより各項目と出力値の平均を求めて規準化する。これ以降の計算手順は 5.1 節と同じである。Tb 法でも、Ta 法と同様に、単位空間を設定せず、すべてが信号データと考える。Tb 法では、各項目に対して規準化後の SN 比が最大となるサンプルを求め、そのサンプルの値を用いて規準化する。項目ごとに回帰式を当てはめるとき、「原点を通ること」だけでなく、「直線性の当てはめの向上」を期待している。

Goto and Nagata（2013）は、T 法を用いると、残差分析が適切にできないことを示している。T 法を用いたとき、傾向がないのに残差に傾向が現れたり、異常値があるのに残差にその兆候が見られなくなったりする。そこで、残差のバイアスに着目して、それを解消する方法を彼らは提案している。

Yoshimura and Nagata（2015）は、方向データとして項目値や出力値が得られる場合に対して T 法の拡張を試みている。方向データは、風向や 1 日の時間など、周期性のあるデータなので、そのまま計量値データとして解析したのではうまくい

かない。方向データ特有の解析方法をアレンジして、T 法の計算の中に組み込むことを提案し、その性能を評価している。

Kawada and Nagata（2015）では、T 法が逆回帰の方法論を用いていることから、逆回帰において古典的な推定量を改良するために提案されている推定量を T 法に取り入れる方法を試みている。逆回帰の古典的な推定量は分母に回帰係数の推定量が用いられるため解析結果が不安定になる場合がある。それを改良する推定量を T 法でも併用して、性能のよりよい T 法の手法を提案している。

T 法の項目選択については、従来からは、直交表を用いた項目選択が提案されてきた。それに対して、河田・永田（2015）は、この場合について過大推定などの問題点を指摘し、変数増減法による項目選択の方法を導入した。変数間の関連を多角的に検討してこの方法の優位性を示している。

6. ま と め

昨今、機械学習などの分野が急速に発展し、異常検知や予測に関して精度のよい方法論が数多く提案されている。MT システムは、品質工学の一分野として開発され、発展してきた。そして、最近では、機械学習の教科書などで MT システムが紹介されたり、多くの応用事例が公開されたりして、MT システムの認知度も高まってきた。

本稿で紹介したように、従来からある統計的推測論の観点を MT システムの各手法に組み込み、より性能のよい手法に拡張できる。本稿では、紹介できなかったが、ロバスト推定やカーネル法などと組み合わせる研究も進めている。機会があれば、紹介したい。

最後になりましたが、榎本悟教授の退職記念号に投稿する機会をいただき、榎本教授や関係者の方々には大変感謝しています。約四半世紀前に岡山大学経済学部で榎本教授と私とは同僚になりました。研究分野は異なりましたが、駆け出しの大学教員だった私を公私の両面から指導していただきました。これまで、私が大学教員としてなんとかやってくることができたのは、若いころ、榎本教授と出会ったことが大きいと思います。ここに改めて心から感謝の気持ちをお伝えしたいと思います。ありがとうございました。

参考文献

［1］稲生淳紀，永田靖，堀田慶介，森有紗（2012）：タグチの T 法およびその改良手法と重回帰分析の性能比較．日本品質管理学会誌，42, 265-277.
［2］大久保豪人，永田靖（2012）：タグチの RT 法における同一次元でない連続量データへの適用方法．日本品質管理学会誌，42, 248-264.
［3］大久保豪人，永田靖（2015）．MT システムにおける小標本データの解析方法．日本経営工学会論文誌，66, 30-38.
［4］河田紘志，永田靖（2015）．タグチの T 法における項目選択に関する研究．日本品質管理学会誌，45, 179-193.
［5］田口玄一（2002）：20 世紀の MTS 法と 21 世紀の MT 法．標準化と品質管理，55, 61-70.
［6］田口玄一，兼高達貮（編）（2002）：MT システムにおける技術開発．日本規格協会.
［7］田口玄一（2005）：目的機能と基本機能（6）．品質工学，13,［3］, 5-10.
［8］田口玄一（2006 a）：目的機能と基本機能（11）．品質工学，14,［2］, 5-9.
［9］田口玄一（2006 b）：目的機能と基本機能（12）．品質工学，14,［3］, 5-9.
［10］立林和夫，長谷川良子，手島昌一（2008）：入門 MT システム．日科技連出版社.
［11］永田靖，久冨剛（2008）：項目数が $n-1$ 以上の場合の MT システムの第 1 種の距離．日本品質管理学会誌，38, 142-146.
［12］永田靖（2009）：統計的品質管理．朝倉書店.
［13］永田靖，土居大地（2009）：タグチの RT 法で用いる距離の性質とその改良．日本品質管理学会誌，39, 364-375.
［14］永田靖（2013）．MT システムの諸性質と改良手法．応用統計学，42, 93-119.
［15］品質工学会（編纂）（2007）：品質工学便覧．日刊工業新聞社.
［16］宮川雅巳（2000）：品質を獲得する技術．日科技連出版社.
［17］宮川雅巳，永田靖（2003）：マハラノビス・タグチ・システムにおける多重共線性対策について．日本品質管理学会誌，33, 467-475.
［18］Enomoto, T. and Nagata, Y.（2016）．Detection of change points in panel data based on Bayesian MT method. *Total Quality Science,* 2, 36-47.

[19] Goto, K. and Nagata, Y.（2013）. Residual Analysis and Improvement of Taguchi's T method. ANQ（Asian Network for Quality）Congress 2013, The Swiss Hotel Le Concorde Hotel, Bangkok.

[20] Kawada, H. and Nagata, Y.（2015）. An application of a generalized inverse regression estimator to Taguchi's T Method. *Total Quality Science,* 1, 12-21.

[21] Taguchi, G., Chowdhury, S. and Wu, Y.（2001）. *The Mahalanobis-Taguchi System.* McGraw-Hill.

[22] Taguchi, G. and Jugulum, R.（2002）. *The Mahalanobis-Taguchi Strategy : A Pattern Technology System.* John Wiley and Sons.

[23] Tracy, N. D., Young, J. C. and Mason, R. L.（1992）. Multivariate Control Charts for Individual Observations. *Journal of Quality Technology,* 24, [2], 88-95.

[24] Woodall, W. H., Koudelik, R., Tsui, K. L., Kim, S. B., Stoumbos, Z. G. and Carvounis, C. P.（2003）. A Review and Analysis of the Mahalanobis-Taguchi System. *Technometrics,* 45（1）, 1-15.

[25] Yoshimura, A. and Nagata, Y.（2015）. An Application of Directional Data Analysis to Taguchi's T method. ANQ（Asian Network for Quality）Congress 2015, Chientan Youth Activity Center, Taipei.