

# 数量関係における数体系の視点によるグラフの指導に関する一考察

A study on teaching graphs from the view of the number system in the relations of quantities

中尾正広\*

## Abstract

It is often said that it is difficult not only for children to learn but also for teachers to teach the field “the relations of quantities” in the government course guidelines of elementary schools. In this paper, concerning the government course guidelines of junior high schools, we study teaching graphs from the view of the number system in the relations of quantities. In the first section, we prepare the importance of the relations of quantities, focusing on the fundamental policy of the revision of the government course guidelines. In the second section, we study the number system and teaching graphs in proportional and in inverse proportional, comparing the arithmetic authorized textbooks. In the last section, we conclude that it is important and required that the teachers, who should teach arithmetic without strict definitions, should systematically understand the essential contents.

キーワード：数量関係、学習指導要領、反復（スパイラル）

## 1. 準備

小学校教員養成課程において、教科に関する科目、教職に関する科目としての「算数」、「算数科教育法」を担当していて、算数科の4領域の中で、児童が学習するという視点においても、教師が指導するという視点においても、「数量関係」が難解かつ重要であると感じる時がある。現行学習指導要領の算数科改訂の基本方針における改善において、

「小学校においては、算数的活動を充実し、数量や図形について実感的に理解し豊かな感覚を育てながら、基礎的・基本的な知識・技能を確実に定着させるとともに、数学的な思考力・表現力を高めることや学んで身に付けた算数を生活や学習に活用することを重視して、次のような改善を図る。

(ア) 領域構成については、現行どおり「数と計算」、「量と測定」、「図形」及び「数量関係」とする。その際、言葉や数、式、表、グラフなどを用いた思考力・表現力を重視するため、低学年から「数量関係」の領域を設けるようにする。」

の記述があり、4領域の中での「数量関係」の更

なる有用性が示唆されていると考えられる。また、同項目内に示された

「(ウ) 算数的活動を今後も一層重視していくため、各学年の内容において、算数的活動についての記述を位置付けるようにする。その際、小学校と中学校との接続に配慮する。」

からも、算数的活動における小学校と中学校での反復（スパイラル）による学習指導が重要視されることが分かる。小学校学習指導要領の算数科においては、「数と計算」「量と測定」「図形」「数量関係」という4領域で、また、中学校学習指導要領数学科においては、「数と式」「図形」「関数」「資料の整理」という4領域で学習していることはいままでのま

い。本論文では、数の体系、関数のグラフを対象として、中学校学習指導要領「数と式」「関数」を意識して、小学校学習指導要領「数量関係」の視点による算数指導を考える。

## 2. 数量関係の視点による教科指導

小学校においては、数の体系の視点から見ると、

\* Masahiro NAKAO 教育学部教授

正の整数、正の小数、正の分数及び0という所謂、負でない有理数の範囲まで学習している。「数と計算」の領域で、学習することになるが、あくまで量の視点を通して学んでいると考える。具体的には、まず小学校第1学年で最初に2位数及び簡単な3位数（正の整数）を学習することになる。最初は離散量の視点からの学習である。その後、分数は第2学年から、小数は第3学年から学習を開始し、連続量の視点での学習も必要となる。中学校においては、負の数を導入し第3学年において、平方数の導入により無理数を含む実数を扱うこととなる。これら一連の過程の中で、例えば、分数の理解は、第1学年の量の比較の学習を素地として、有理数であるという視点から考えると、高学年の数量関係における学習内容である「比」の考え方を通して理解する方法が有効であると考えられる。中学校学習指導要領における無理数の学習においては平方根を利用している。

$$x^2 = a \quad (a > 0)$$

を満たす  $x$  の値を  $a$  の平方根といい、 $\sqrt{a}$  と  $-\sqrt{a}$  と表している。正の数の平方根のうち、分数では表せない数を無理数としている。このように数を拡張することで、二次方程式の解が得られ、三平方の定理を用いて、線分の長さを求めることができるようになる。有理数、無理数の学習において、それぞれ比、平方根を通して理解することになり、このことは「数量関係」での学習内容がこれらを理解するための素地となっており、重要性が示唆されているといえるであろう。もちろん児童は、無理数を学習していないので、その重要性を直接理解することができないが、将来高等教育学習時にそのような背景があることを指導者が想定して指導することは可能な限り求められる内容であると考えられる。

次に、比例と反比例のグラフの指導に関して考察したい。小学校学習指導要領では、正の数及び0を扱うので、座標の領域は第一象限に限定されるが、簡単な比例関係については、第5学年で学習し、それに引き続き、比例の関係を表すグラフが、第6学年で、原点を通る直線として表せる事を学習する。いくつかの点をプロットし、それらの点をつなぐと上記の直線になるというものであるが、プロットするいくつかの点は、格子点（ $x$ 座標と $y$ 座標の値が整数）または両座標の値が有限小数に限られる場合が多い。直線上の点には、座標の値が小学校学習指

導要領でも学習する分数（無限小数）ももちろん含まれているのであるが、取り扱われることは少ない。

反比例については、比例についての理解を深めることをねらいとしており、反比例を表すグラフは双曲線になるのであるが、その概形を掲載している教科書は比較的小数である。教科書6社の記載は次のように分類される。

①点を直線で結ぶもの

「表の  $x$  の値と対応する  $y$  の値の組を表す点をかき、直線でむすびましょう。」（学校図書）

②グラフをかくまたはグラフに表すもの。

「下の表を見て、それぞれグラフに・で表しましょう。」（日本文教出版）

「点を結んでグラフをかきましょう。」（大日本図書）

「縦の長さ  $x$  と横の長さ  $y$  の値の組を、下のグラフに表しましょう。」（東京書籍）

③グラフの概形またはその一部を明示するもの。（発展の項目を含む）

「反比例する2つの数量の関係を表すグラフは、下のようななめらかな曲線になります。」（図1を参照せよ。教育出版）（発展項目として記載）

「点をさらに細かくとると、下のようになります。反比例のグラフは、比例のグラフとちがって、直線にならないことがわかります。」（図2を参照せよ。啓林館）

一般に、関数のグラフの概形を描くときに、関数の連続性が問題となる。例えば、高等学校においては、 $y = 2^x$  のグラフを描くときに、 $x = \sqrt{2}$  の時の  $y$  の値  $y = 2^{\sqrt{2}}$  の値をどのように定義するかを示すことなく、 $y = 2^x$  のグラフをなめらかな連続関数とし

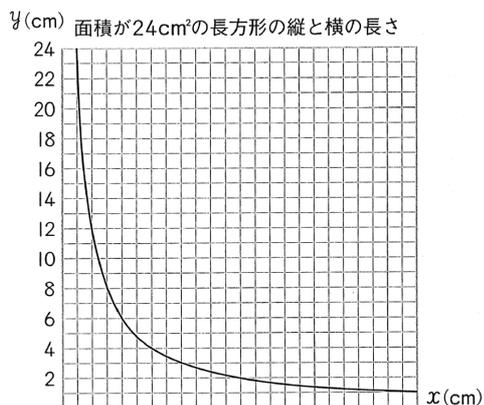


図1

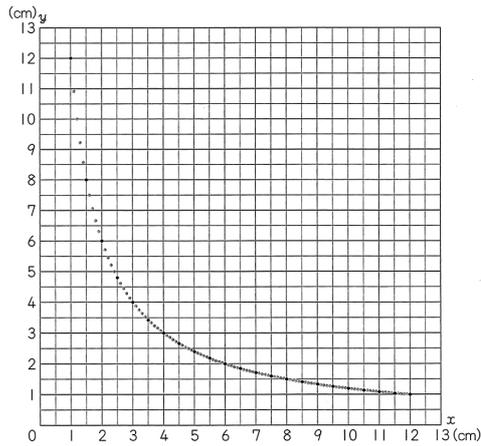


図2

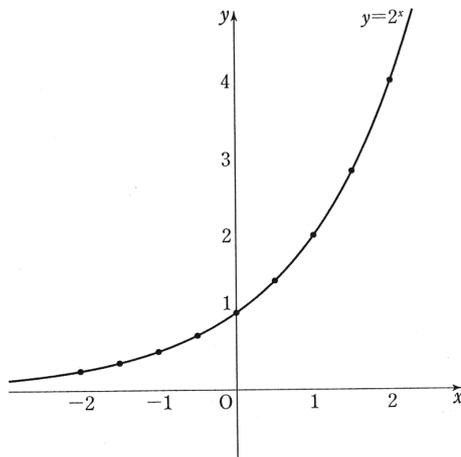


図3

て描いていることが問題点として指摘されることがある。(図3を参照せよ。数研出版) 関数の中でも基本的な関数  $y = ax + b$  等の一次関数についても、定義域として全ての実数を定めている場合は、 $x$  が無理数の場合の  $y$  の値についても言及されるべきである。より拡張された数を学習するときには、これらの事項に関して配慮が必要である。児童、生徒等の学習者は、学習時での数の範囲に応じて、理解すればよいと考えるが、指導する教員はその背景にある理論についても把握しておくことが望ましい。現行の学習指導要領では、第6学年で「文字を用いた式」を学習する。学習指導要領解説(算数編)にも、

「指導に当たっては、□、△などについての理解

の上に、□、△などの代わりに、 $a$ 、 $x$ などの文字を用いるようにする。その際、数を当てはめて調べる活動などを通して、整数値だけでなく、小数や分数の値も整数と同じように当てはめることができることに目を向け、数の範囲を拡張して考えることができるよう配慮する必要がある。」

と記載されており、旧学習指導要領と比較しても、中学校での学習指導要領への接続という視点で、数の拡張を意識した指導を想定したものであることが望ましいと考える。

### 3. まとめ

中学校学習指導要領における関数関係の概念に発展する学習内容を「数量関係」の中で児童に理解させるときに、小学校学習指導においては、厳密な定義を行わずに指導するケースが多く、教員が将来高等教育学習時にそのような背景があることを指導者が想定して指導することは必須のものであり、そのために、教員が小学校学習指導要領だけでなく、より高等教育の学習内容を系統的に理解することが求められると考える。本論文で考察された内容がより本質的な理解の助けとなり、本論文が、実際に児童を指導する現場の教員に少しでも役立つ意味での「研究ノート」として活用されれば幸いである。

#### 参考文献

- 文部科学省 平成10年12月 小学校学習指導要領
- 文部科学省 平成11年5月(平成19年7月 一部補訂) 小学校学習指導要領解説 算数編
- 文部科学省 平成20年6月 小学校学習指導要領解説 算数編
- 藤井齊亮、飯高 茂ほか 40名 平成22年検定 新しい算数 6下 東京書籍
- 小山正孝、中原忠男ほか 平成22年検定 小学算数 6下 日本文教出版
- 橋本吉彦ほか 18名 平成22年検定 たのしい算数 6下 大日本図書
- 一松信ほか 45名 平成22年検定 みんなとまなぶ 小学校算数 6下 学校図書
- 清水静海、船越俊介ほか 50名 平成22年検定 わくわく算数 6上 啓林館
- 澤田利夫ほか 27名 平成22年検定 小学算数 6上 教育出版
- 川中宣明ほか 16名 平成19年検定 数学Ⅱ 数研出版