DEA における基本モデルの拡張

瀬　見　　　博

I 序

通約性のない複数個のインプットを投入して、通約性のない複数個のアウトプットを産出する事業体(Decision Making Unit；以下、*DMU* と略す)の相対的な効率性を評価するために、包絡分析法(Data Envelopment Analysis；以下、DEA と略す)と呼ばれる手法が、1978年に Charnes, Cooper and Rhodes によって考案された[1]。その後、この手法は、理論面で一層の精緻化がはかられると同時に、応用面でもさまざまな分野に適用され大きな成果を収めてきた[2]。しかし、現在までに開発された DEA の基本モデル[3]（CCR モデル、BCC モデル、加法モデル、乗法モデル)には、応用可能性という点からみて、まだまだ解決されなければならない問題が数多く残されている。そこで本稿では、それらのうち実際に起こり得る頻度が高く、特に重要であると考えられる四つのケース、すなわち、(1) 質的(序数的)インプット／アウトプット項目を含むケース、

1) Charnes, A., Cooper, W. W. and Rhodes, E. (1978), Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, pp. 429–444.
2) 例えば、Seiford, L. M. (1994), A DEA Bibliography (1978–1992), in Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y. and Seiford, L. M. (eds.), *Data Envelopment Analysis : Theory, Methodology, and Application*, Kluwer Academic Publishers, pp. 437–469 を参照されたい。
3) DEA の基本モデルの詳細については、例えば、瀬見博（1998）「事業体の効率性評価法―DEA の基本モデル―」、後藤幸男・中橋國藏・山中雅夫・西村慶一編著『経営と会計のニュー・フロンティア』、中央経済社、153–163頁を参照されたい。

(2) インプット／アウトプット項目に付与される加重値のとり得る範囲を限定する必要があるケース、(3) 制御不能なインプット／アウトプット項目を含むケース、(4) カテゴリー変数を含むケース、をとりあげ、それぞれのケースにうまく対処することができるように、主として、DEA の代表的な基本モデルであるインプット指向型 CCR モデルを拡張してみることにする。

II インプット指向型 CCR モデル

特定の事業体 DMU_o の相対的な効率性を評価するために Charnes, Cooper and Rhodes によって展開されたインプット指向型 CCR モデルの基本形は、つぎのように表される[4)]。

$$
\begin{aligned}
&\text{Max} \quad && \sum_{r=1}^{t} u_r y_{ro} && && (1)\\
&\text{s.t.} \quad && \sum_{i=1}^{m} \nu_i x_{io} = 1 && && (2)\\
& && \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} \nu_i x_{ij} \leqq 0\,, && j=1,\ldots\ldots,n && (3)\\
& && \nu_i\,, u_r \geqq \varepsilon\,, && \forall\, i\,, r && (4)
\end{aligned}
$$

これを、乗数形式のインプット指向型 CCR モデルという。また、このモデルの双対形は、包絡形式のインプット指向型 CCR モデルと呼ばれ、

$$
\begin{aligned}
&\text{Min} \quad && \theta - \varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m} s_i^{+} + \sum_{r=1}^{t} s_r^{-}\right) && && (5)\\
&\text{s.t.} \quad && \theta x_{io} - s_i^{+} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j\,, && i=1,\ldots\ldots,m && (6)\\
& && \sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - s_r^{-} = y_{ro}\,, && r=1,\ldots\ldots,t && (7)\\
& && \lambda_j\,, s_i^{+}, s_r^{-} \geqq 0\,, && \forall\, j\,, i\,, r && (8)
\end{aligned}
$$

で与えられることがわかる。ここに、θ には符号制約がない。なお、上記モデル(1)〜(8)において、x_{ij}, y_{rj} は、それぞれ、事業体 DMU_j $(j=1,\ldots\ldots,n)$ のイン

4) インプット指向型 CCR モデルの詳細については、例えば、瀬見博（1998）「包絡分析法の基本モデル—CCR モデルと BCC モデル—」、『商学論究』、関西学院大学商学研究会、第45巻第4号、21-35頁を参照されたい。

プット項目 $i\,(i=1,\ldots\ldots,m)$ の投入量とアウトプット項目 $r\,(r=1,\ldots\ldots,t)$ の産出量を、また、ν_i と u_r は、インプット項目 i の投入量 x_{ij} とアウトプット項目 r の産出量 y_{rj} に付与される加重値を示す。さらに、ε は非アルキメデス無限小定数と呼ばれる非常に小さな正数、s_i^+ と s_r^- は、インプット項目 i の余剰とアウトプット項目 r の不足を表すスラック変数である。

III　質的項目と量的項目を含むモデル

DEA の基本モデルでは、すべてのインプット／アウトプット値が測定可能な基数データ(量的データ)であるという想定がなされている。しかし、現実には、分析にとって重要であると考えられるインプット／アウトプット項目のなかに、序数尺度上でしか測定することができないような質的項目を含めなければならない場合が数多く存在する。例えば、インプット／アウトプット項目を Likert 尺度でしか評価できない場合や、インプット／アウトプット項目に関して DMU_j を順位づけすることしかできない場合などがそれにあたる。そこで以下では、Cook, Kress and Seiford[5] に基づきながら、量的に測られる項目だけでなく質的にしか評価できない項目をも含んだデータに対して、DMU_j の相対的な効率性が測定できるように、既存の基本モデルを拡張してみることにする。

いま、R_1 個の量的(数値的)アウトプット項目 r と R_2 個の質的(序数的)アウトプット項目 q、I_1 個の量的(数値的)インプット項目 i と I_2 個の質的(序数的)インプット項目 p に対して与えられているデータを用いて、n 個の事業体 DMU_j の相対的な効率性を評価することを考える。まず、DMU_j の量的なインプット値とアウトプット値をそれぞれ x_{ij}, y_{rj} で、また、それらに付与される加重値をそれぞれ $\nu_i\,(i=1,\ldots\ldots,I_1)$, $u_r\,(r=1,\ldots\ldots,R_1)$ で表すことにする。つぎに、DMU_j の質的なインプット項目 p とアウトプット項目 q に関して、それ

5) Cook, W. D., Kress, M. and Seiford, L. M. (1996), Data Envelopment Analysis in the Presence of Both Quantitative and Qualitative Factors, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, No. 7, pp. 945–953.

ぞれL次元の単位ベクトル$(\delta_{p1}(j),\ldots,\delta_{pl}(j),\ldots,\delta_{pL}(j))$, $(\gamma_{q1}(j),\ldots,\gamma_{ql}(j),\ldots,\gamma_{qL}(j))$を定義する[6)]。ここに、$\delta_{pl}(j)$は、$p$番目の質的なインプット項目において$DMU_j$が$l$番目に位置づけられ得ると評価されているときには1の値を、それ以外のときには0の値をとる0–1変数である。同様に、$\gamma_{ql}(j)$は、q番目の質的なアウトプット項目においてDMU_jがl番目に位置づけられ得ると評価されているときには1の値を、それ以外のときには0の値をとる0–1変数である。さらに、$\gamma_{ql}(j)$と$\delta_{pl}(j)$に付与される価値変数(加重値)を、それぞれ$w^1_{ql}(q=1,\ldots\ldots,R_2)$, $w^2_{pl}(p=1,\ldots\ldots,I_2)$で表しておく。

以上で定義された記号を用いて、乗数形式のインプット指向型CCRモデルを、量的データだけでなく質的(序数的)データが含まれている状況にも適用できるように修正すれば、(1)〜(4)はつぎの(9)〜(14)に変更され得ることがわかる。

$$\text{Max} \quad \sum_{r=1}^{R_1} u_r y_{ro} + \sum_{q=1}^{R_2}\sum_{l=1}^{L} w^1_{ql}\gamma_{ql}(o) \tag{9}$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^{I_1} \nu_i x_{io} + \sum_{p=1}^{I_2}\sum_{l=1}^{L} w^2_{pl}\delta_{pl}(o) = 1 \tag{10}$$

$$\sum_{r=1}^{R_1} u_r y_{rj} + \sum_{q=1}^{R_2}\sum_{l=1}^{L} w^1_{ql}\gamma_{ql}(j) - \sum_{i=1}^{I_1} \nu_i x_{ij} - \sum_{p=1}^{I_2}\sum_{l=1}^{L} w^2_{pl}\delta_{pl}(j) \leqq 0\,, \quad j=1,\ldots\ldots,n \tag{11}$$

$$u_r \geqq \varepsilon\,, \quad r=1,\ldots\ldots,R_1 \tag{12}$$

$$\nu_i \geqq \varepsilon\,, \quad i=1,\ldots\ldots,I_1 \tag{13}$$

$$\left\{w^1_{ql},\, w^2_{pl}\right\} \in \Psi \tag{14}$$

ここに、Ψは価値変数のとり得る許容可能領域を示す。

ところで、ある質的項目に関して特定のDMU_jが序数尺度上で評価されるとき、そのDMU_jにとっては、$l+1$番目よりもl番目にランクづけされる方が高い評価をうけていることになるので、l番目のランクであるとみなされる場合に付与される価値変数(加重値)の方が、$l+1$番目のランクであるとみなされる

6) 質的項目が、例えば、非常に重要・重要・どちらともいえない・あまり重要でない・全く重要でない、といった5点尺度で評価されているときには、$L=5$となる。Lの値は任意に決められるが、通常、5か7か9に設定されることが多い。

場合に付与される価値変数(加重値)よりも大きくなければならない。したがって、w^1_{ql}, w^2_{pl} は少なくとも、

$$\Psi=\left\{\left(w^1_{ql}, w^2_{pl}\right)\middle| w^1_{ql}-w^1_{q,l+1}\geqq\varepsilon, w^1_{qL}\geqq\varepsilon, w^2_{pl}-w^2_{p,l+1}\geqq\varepsilon, w^2_{pL}\geqq\varepsilon, \forall q, p, l\right\} \tag{15}$$

を満たすことが必要になる。なお、ε は小さな正数である。

さらに、場合によってはマネジメントが事前に複数個の質的な項目間に優先順位をつけておきたいと望むような状況が起こり得る。そのときには、(15)の許容可能領域を修正しなければならない。

いま、複数個の質的なアウトプット項目がすでに重要度に関して降冪の順に並べられているものとしよう。すなわち、q 番目の項目の方が $q+1$ 番目の項目よりも重要であるとみなされているものとする。そのとき、価値変数 w^1_{ql} は少なくとも以下の条件を満たさなければならない。

$$w^1_{ql}-w^1_{q+1,l}\geqq\varepsilon, q=1,\ldots\ldots,R_2-1,\quad \forall l \tag{16}$$

$$w^1_{R_2l}\geqq\varepsilon,\quad \forall l \tag{17}$$

また、同様に考えれば、質的なインプット項目に関する価値変数 w^2_{pl} も、

$$w^2_{pl}-w^2_{p+1,l}\geqq\varepsilon, p=1,\ldots\ldots,I_2-1,\quad \forall l \tag{18}$$

$$w^2_{I_2l}\geqq\varepsilon,\quad \forall l \tag{19}$$

の条件を最低限満たす必要がある。以上から、質的な項目間に重要度に関して優先順位がつけられている場合には、価値変数 w^1_{ql}, w^2_{pl} は(15)と(16)〜(19)をすべて満たさなければならないことがわかる。

さて、(12)、(13)、(15)、(16)〜(19)で共通して用いられている ε は、選ばれたインプット／アウトプット項目が効率性の評価においてどの程度影響力があるのか、また、インプット／アウトプット項目間の重要度にどれくらいの違いがあるのかを示す識別パラメータとしての役割を担っている。したがって、その機能をう

まく果たすためには、ε の値はできるだけ大きい方が望ましい。そこで、この条件を満たす許容可能な ε の最大値 $\varepsilon_{\max}$ を決定することが必要になるが、それはつぎのようにして算定される。すなわち、まず、特定の DMU_o,（$o=1,\ldots\ldots,n$）に対して、

$$\text{Max} \quad \varepsilon \tag{20}$$

$$\text{s. t.} \quad (10)\sim(14) \tag{21}$$

を解くことにより、n 個の ε の最大値 $\hat{\varepsilon}_o=\text{Max}\ \varepsilon$ を求め、ついで、それらのなかですべての DMU_j に共通して適用できる ε の値を、$\varepsilon_{\max}$ として、

$$\varepsilon_{\max}=\min_{o=1,\ldots\ldots,n}\left\{\hat{\varepsilon}_o\right\} \tag{22}$$

から選択すればよい。このようにして選ばれた $\varepsilon_{\max}$ の値が、モデル(9)〜(14)の ε の値として用いられ、DMU_j の相対的な効率性が評価されることになる。

IV 加重値の制約

DEA の基本モデルでは、インプット値とアウトプット値に付与される加重値 ν_i と u_r に対して、それらが非負でなければならないという緩やかな制約だけが設けられている(実際のモデルでは、加重値の下限は ε か 1 のいずれかに制限されている[7])。この制約条件の下で、特定の DMU_o の相対的な効率性を評価すれば、最適な加重値のなかにしばしば 0 の値が表れる。このことは、正の加重値をもつ限られたインプット／アウトプット項目だけに基づいて DMU_o が評価されていることを意味する。換言すれば、それ以外の 0 または微小な正の加重値をもつインプット／アウトプット項目は、評価の際にほとんど無視されていることになる。これは、DMU_o が自己にできるだけ有利に作用する項目に重点をおいて効率性の計算を行うことができるというモデルに内在する特性によってもたらされる結果であり、モデルがもつ利点の一つとみなされてき

7) CCR モデルと BCC モデルの加重値の下限は ε であり、加法モデルと乗法モデルの加重値の下限は 1 である。

た。しかし、選ばれていながら影響力をもたないと判定されたインプット／アウトプット項目のなかに、効率性の評価において現実に無視できないと考えられる項目が含まれているような場合がある。専門家がその重要性を認めていたり、マネジメントが経験的に強い選好をもっている項目の加重値が0であれば、その分析結果は説得力を欠いたものになるであろう。このような問題を解決するための一つの方法は、インプット／アウトプット項目の重要度に関して専門家やマネジメントが抱いている事前の判断を分析に組み込むことができるような形で、加重値がとり得る範囲を制限することである。そのための手段として、個々の加重値や加重値の比に上限と下限を設ける方法などが考案されてきた。そこで以下では、それらのなかで比較的取り扱いが容易で合理的であると考えられるWong and Beasley[8]により提案された手法について検討してみることにする。

いま、DMU_kのすべてのアウトプット値の加重和S_kを、$S_k=\sum_{r=1}^{t} u_r y_{rk}$, $(k=1, \ldots\ldots, n)$とおけば、$\sum_{r=1}^{t}(u_r y_{rk}/S_k)=1$から、比率$(u_r y_{rk}/S_k)$は、$DMU_k$によって付与された$r$番目のアウトプット項目の重要度を表したものであるとみなすことができる。したがって、意思決定者が、分析されている問題の詳細な検討を通じて、DMU_kのr番目のアウトプット項目の重要度に関する下限値a_rと上限値b_rを適切に設定することができれば、アウトプット値に付与される加重値u_rのとり得る範囲を、次の比率制約式、

$$a_r \leqq u_r y_{rk} / S_k \leqq b_r, \quad (0 \leqq a_r \leqq b_r \leqq 1) \tag{23}$$

により制限することが可能となる。なお、適切な上下限値は、通常、全体のアウトプット項目のなかでそれぞれのアウトプット項目がどれくらい重要であるのかという問題を取り扱うことに精通している人々の間でコンセンサスを得る努力をすることによって決定される。具体的には、例えば、意思決定者に対し

8) Wong, Y. -H. B. and Beasley, J. E. (1990), Restricting Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 41, No. 9, pp. 829–835.

て「あなたは DMU を評価する際に、r 番目のアウトプット項目の重要度が z% と同じくらい低く(高く)ても政策上許すことができますか」といった質問を z の値を変化させながら繰り返すことによって上下限値の導出が行われる。

ところで、加重値 u_r の領域を限定するために、n 個のすべての DMU_j に対応する比率制約式(23)を基本モデル(1)〜(4)に追加すれば、制約式の数は $2n$ 個増加することになるので計算上余分なコストが発生する。そのため、Wong and Beasley は次のような簡便法を提案している。それは、評価すべき特定の DMU_o のみに対応する比率制約式(23)と架空の平均的な DMU を想定し、その DMU に対応する比率制約式、

$$a_r \leqq \left[u_r \left(\sum_{k=1}^{n} y_{rk} \Big/ n \right) \right] \Big/ \left[\sum_{j=1}^{t} u_j \left(\sum_{k=1}^{n} y_{jk} \Big/ n \right) \right] \leqq b_r \tag{24}$$

を、基本モデル(1)〜(4)に制約条件として追加するというものである。ここに、$\sum_{k=1}^{n} y_{rk}/n$ は架空の平均的 DMU の r 番目のアウトプット項目の値を表している。このようにすれば、追加しなければならない制約式の数を減らすことができ、計算時間も少なくてすむ。なお、インプット項目に付与される加重値 ν_i の範囲を限定しなければならない場合にも、上述のアウトプット項目に関する比率制約式についての考え方がそのまま適用できることはいうまでもない。

V　制御不能なインプット値とアウトプット値を含むモデル

基本モデルでは、すべてのインプット／アウトプット項目に関するデータは、各 DMU のマネジメントによって制御可能であり、自己の判断でいくらでも自由に変化させることができるものであるという仮定がおかれている。したがって、分析の結果、非効率であると判定された DMU のマネジメントは、その効率性を改善させるために、自己のすべてのインプット／アウトプット値を適切な値に変えることができる。しかし、選ばれたインプット／アウトプット項目のなかに、はじめから外生変数として固定されており、マネジメントによってその値を自由に変更・制御できない項目が含まれている場合がある。例

えば、あるファースト・フード・チェーンに属するいくつかの店舗の効率性を比較するために、労務費、原材料費、本社からその店舗に割り当てられている広告宣伝費、その地域の競争相手の数、駐車場の収容能力といった五つのインプット項目が選ばれているものとしよう。このとき、個々の店舗のマネージャーにとっては、前の二つの項目の値は制御可能であるが、後の三つの項目の値は所与であり、制御不能である。したがって、非効率であると判定されたある店舗が効率性を改善させるために、後の三つの項目の値を変える必要があったとしてもそれらを変更することはできない。このような状況は、既存の基本モデルでは取り扱えないが現実には数多く存在する。そこで以下では、制御不能なインプット／アウトプット値が含まれている場合にもうまく対処することができるように、基本モデルを修正してみることにする。

いま、m 種類のインプット項目 i のうち、最初の m' $(i=1,\ldots\ldots,m')$ 項目の値が制御可能であり、残りの $m-m'$ $(i=m'+1,\ldots\ldots,m)$項目の値が制御不能であるとしよう。同様に、t 種類のアウトプット項目 r についても、最初の t' $(r=1,\ldots\ldots,t')$ 項目の値が制御可能で、残りの $t-t'$ $(r=t'+1,\ldots\ldots,t)$ 項目の値が制御不能であるとする。このとき、インプット項目 $i(i=m'+1,\ldots\ldots,m)$の値とアウトプット項目 $r(r=t'+1,\ldots\ldots,t)$の値は固定されており、*DMU* のマネジメントによって変化させることができないので、それらに関する余剰や不足を考慮しなくてもよい。すなわち、基本的には目的関数のなかにも制約式のなかにも制御不能なインプット値の余剰 s_i^+ と制御不能なアウトプット値の不足 s_r^- を含める必要はない。したがって、包絡形式のインプット指向型 CCR モデル(5)〜(8)は、つぎのように修正される。

$$\text{Min} \quad \theta-\varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m'} s_i^{+}+\sum_{r=1}^{t'} s_r^{-}\right) \tag{25}$$

$$\text{s. t.} \quad \theta x_{io}-s_i^{+}=\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j, \quad i=1,\ldots\ldots,m' \tag{26}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j=x_{io}, \quad i=m'+1,\ldots\ldots,m \tag{27}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j-s_r^{-}=y_{ro}, \quad r=1,\ldots\ldots,t' \tag{28}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j = y_{ro}, \qquad r=t'+1, \ldots\ldots, t \tag{29}$$

$$\lambda_j, s_i^+, s_r^- \geqq 0, j=1, \ldots\ldots, n; i=1, \ldots\ldots, m'; r=1, \ldots\ldots, t' \tag{30}$$

ここに、θ には符号制約がない。また、(25)〜(30)の双対モデルは、ν_i と u_r を双対変数とすれば、

$$\text{Max} \quad \sum_{r=1}^{t} u_r y_{ro} + \sum_{i=m'+1}^{m} \nu_i x_{io} \tag{31}$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^{m'} \nu_i x_{io} = 1 \tag{32}$$

$$\sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m'} \nu_i x_{ij} + \sum_{i=m'+1}^{m} \nu_i x_{ij} \leqq 0 \tag{33}$$

$$\nu_i, \ u_r \geqq \varepsilon, \qquad i=1, \ldots\ldots, m'; r=1, \ldots\ldots, t' \tag{34}$$

と表すことができる。ただし、$\nu_i(i=m'+1, \ldots\ldots, m)$, $u_r(r=t'+1, \ldots\ldots, t)$ には符号制約がない。この(31)〜(34)は、制御不能なインプット／アウトプット値を含んだタイプの乗数形式のインプット指向型 CCR モデルであり、(1)〜(4)に対応するものであることがわかる。

VI　カテゴリー変数を含むモデル

それぞれの *DMU* を取りまく環境状況が異なる場合、それを全く無視して効率性を評価すれば、不公平が生じ *DMU* を正しく比較できないようなことが起こり得る。例えば、ある銀行の各支店の営業成績に関する効率性を評価する際、人口10万人規模の地方で営業している支店群 A と人口100万人規模の都会で営業している支店群 B とを、区別せずに同じカテゴリーに入れて比較することは望ましくない。なぜなら、支店群 A は支店群 B と比較して、市場規模が小さいために預金獲得の面でより厳しい環境下におかれていることが明白だからである。こうした事情を考慮せずに効率性を評価しても、その結果は無意味なものになるであろう。したがって、環境状況が明らかに異なる場合には、環境を厳しい状況からそうでない状況の順にいくつかのカテゴリーに分け、カテゴリー別に *DMU* を分類・評価しなければならない。しかし、カテゴリーごとに、そのカテゴリーに属する *DMU* 間だけで効率性を評価しても、全体としての効率

性は把握できない。そこで以下では、環境状況の厳しさの度合に応じていくつかのカテゴリーに分類されている DMU の効率性が、カテゴリー別でなく全体として評価できるように基本モデルを改良してみることにする。

いま、DMU のあるインプット変数が L 個の値（1, 2, ..., L）のなかのどれか1つの値をとるとすれば、これら L 個の値によって、DMU の集合 $D=\{1,2,......,n\}$ を L 個のカテゴリーに分類することができる。すなわち、

$$D=\{1,2,......,n\}=D_1\cup D_2\cup.....\cup D_L \tag{35}$$

ここに、$D_k=\{i\mid i\in D$ かつインプット変数の値$=k\}$, $D_j\cap D_k=\varnothing$ $(j\neq k)$ である。また、D_j に属する DMU の方が D_k, $(j<k)$ に属する DMU よりも厳しい環境下で活動しているものと想定しておこう。このとき、D_K, $K\in\{1,......,L\}$ に属する DMU を $\cup_{k=1}^{K} D_k$に含まれるすべての DMU の集合に関して評価することにすれば、それぞれの DMU がおかれた環境状況の違いをも考慮に入れた効率性の比較ができるようになる。したがって、特定の $DMU_o\in D_K$, $K\in\{1,......,L\}$ の相対的な効率性を評価するための包絡形式のインプット指向型 CCR モデルは、以下のように定式化できることがわかる。

$$\text{Min}\quad \theta-\varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m}s_i^{+}+\sum_{r=1}^{t}s_r^{-}\right) \tag{36}$$

$$\text{s. t.}\quad \theta x_{io}-s_i^{+}=\sum_{j\in\cup_{k=1}^{K}D_k}x_{ij}\lambda_j,\quad i=1,......,m \tag{37}$$

$$\sum_{j\in\cup_{k=1}^{K}D_k}y_{rj}\lambda_j-s_r^{-}=y_{ro},\quad r=1,......,t \tag{38}$$

$$\lambda_j\geqq 0,\quad j\in\cup_{k=1}^{K}D_k \tag{39}$$

$$s_i^{+},\ s_r^{-}\geqq 0,\quad i=1,......,m\ ;\ r=1,......,t \tag{40}$$

Ⅶ 結

以上、(1)質的(序数的)データを含むケース、(2)マネジメントの選好構造をインプット／アウトプット項目に反映できるケース、すなわち、加重値のとり得る領域を制限する必要があるケース、(3) DMU_j のマネジメントがコントロールできない外生的なデータを含むケース、(4) DMU_j がいくつかのカテゴリーに分

類されているケース、のそれぞれにうまく対処することができるように、DEAの代表的な基本モデルであるインプット指向型CCRモデルを拡張した。このことにより、DEAの現実問題への適用可能性は一層増大する。しかし本稿では、上記四つのケースに対して、残りの基本モデル(アウトプット指向型CCRモデル、BCCモデル、加法モデル、乗法モデル)の拡張は試みられていない。また、DEAの可能性をさらに拡大させるためには、DMU_jの効率性を多期間にわたり時系列的に評価できるモデルや確率的な属性を組み込んだモデルなどについても考察する必要がある。それらが今後に残された課題である。

(筆者は関西学院大学商学部教授)

<主要参考文献>

Banker, R. D. and Morey, R. C. (1986), Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs, *Operations Research*, Vol. 34, No. 4, pp. 513–521.

Banker, R. D. and Morey, R. C. (1986), The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, Vol. 32, No. 12, pp. 1613–1627.

Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y. and Seiford, L. M. (eds.) (1994), *Data Envelopment Analysis : Theory, Methodology, and Application*, Kluwer Academic Publishers.

Charnes, A. ,Cooper, W. W. and Rhodes, E. (1978), Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, pp. 429–444.

Cook, W. D., Kress, M. and Seiford, L. M. (1993), On the Use of Ordinal Data in Data Envelopment Analysis, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 44, No. 2, pp. 133–140.

Cook, W. D., Kress, M. and Seiford, L. M. (1996), Data Envelopment Analysis in the Presence of Both Quantitative and Qualitative Factors, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, No. 7, pp. 945–953.

Dyson, R. G. and Thanassoulis, E. (1988), Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 39, No. 6, pp. 563–576.

Kamakura, W. A. (1988), A Note on "The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, Vol. 34, No. 10, pp. 1273–1276.

Wong, Y. –H. B. and Beasley, J. E. (1990), Restricting Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 41, No. 9, pp. 829–835.

刀根薫（1993）『経営効率性の測定と改善—包絡分析法DEAによる—』日科技連。