ヘンリー・ジョージ定理について
——特に交通経済学の視点において——

丸　茂　　　新

はじめに

Henry George（1839–1897）は、彼の著書、Progress and Poverty（1879）においてすべての地代（ground rent）を税として国家の財源に組み込めば、一国の財政支出をすべて賄うことが可能であるばかりでなく、一国の貧困と経済危機からの脱出さえ可能であると主張した。いわゆるヘンリー・ジョージの単一税（a single tax）の見解である[1]。経済学説上、一般にヘンリー・ジョージについて評価が為されるのは彼のこの単一税に関してである。しかしながらわれわれが今回取り上げるヘンリー・ジョージ定理（HGT）は、一国の有効な経済地代の取り扱い方法を問題にする点では、ヘンリー・ジョージの単一税と共通の問題を取り扱うが、われわれの分析目標は一国の貧困や経済危機をいかに克服すべきかという次元の高い社会経済的な目標にあるのではなく、経済的厚生の極大化という比較的次元の低い理論問題に限定されたものである[2]。

さて最近、しばしば交通問題、とくに交通投資問題に関連してヘンリー・ジョージ定理（HGT）が言及される。その場合のヘンリー・ジョージ定理なるものは、最適都市（人口）規模を前提としてその下で実現する公共投資の投資

1) See Mark Blaug, Economic Theory in Retrospect, 4th ed., 1985, pp. 84–85, and J. A. Schumpeter, History of Economic Analysis, 1954, pp. 864–865.
2) この論文の作成に関しては、特に Henry George の経済的・社会的背景についてシンガポール大学経済学部の Senior Lecturer, Dr. Phang Sock Yong から多くのことを学ぶことができた。ここに特記し感謝したい。

額が問われる。しかし応用経済学としての交通論の視点に立って交通投資を問題にする時、一般的なHGTの理論における「公共投資」をそのまま「交通投資」に置き換えるだけで交通の分野における有効な説明を期待するにはしばしば無理があるようである。われわれは本稿においてまず、ヘンリー・ジョージ定理（HGT）と称されるものの基本的な内容はどのようなものかを確認し、続いて基本的モデルにおいて前提とされる純粋な公共財を「混雑現象」が発生する、いわば不純な公共財に置き換えてHGTの理論を問い直し、そして最後にHGTの理論に空間経済の視点を入れて検討してみることにする。

I．ヘンリー・ジョージ定理の基本的モデル

これまでヘンリー・ジョージ定理は、一般に、各研究者それぞれの前提の下でまず、いいわゆる最適都市（人口）規模を規定しその下での公共投資の投資額を求める形で展開されている。われわれはこの際、まずJ. E. Stiglitzのモデルに則してヘンリー・ジョージ定理（HJT）の基本的モデルの内容を説明することにする[3)]。

いまある独立した都市が存在し、そこでは既存の労働量（N）によりある一つの合成財あるいはすべての産出目的に投入可能な一つの財（Y）が生産され、その場合の生産関数は

$$Y = f(N) \tag{1}$$

であるとする。ただし

$$f'(N)>0, \quad f''(N)<0 \tag{2}$$

を仮定する。いま問題の合成財は、その一部が私的消費財（X）として消費され、他の一部は、サミュエルソン流の非排除性（non-exclusiveness）と非競合性（non-rivalness）が支配する「純粋な」公共財（P）として社会的な目的のために投入されるものとする。したがってこの際の公共財には「混雑現象」は発生しないものとする。いま問題の都市の住民一人当たりの私的消費財の消費

3）J. E. Stiglitz, "The Theory of Local Public Goods," in the Economics of Public Service ed. by M. S. Feldstein and R. P. Inman, 1977, pp. 276ff.

量をc（=X/N）で表せば、この都市の合成財（Y）の変換関数は

$$Y = cN + P \tag{3}$$

と表せる。後のモデルからも明らかなようにこの加算方式の変換関数がHGTの説明において基本的に重要な意味を持つ。

いまこの都市を代表する特定の個人の選出が可能であるとし、彼の効用関数は(4)の如くであるとしよう。

$$U = U(c, P). \tag{4}$$

(3)の制約の下で(4)の極大条件を求めると、ラグランジュ形式

$$L = U(c, P) - \lambda(Y - cN - P) \tag{5}$$

より、極大の必要条件は次の二式により与えられる。ただしλはラグランジュの未定乗数。

$$\partial U/\partial c + \lambda N = 0, \tag{6}$$

$$\partial U/\partial P + \lambda = 0. \tag{7}$$

(6)，(7) より

$$\partial U/\partial P//\partial U/\partial c = 1/N$$

$$\text{すなわち} \quad N \cdot U_P/U_c = 1 \tag{8}$$

ただし $U_P = \partial U/\partial P$, $U_c = \partial U/\partial c$

を導く。いま(4)において私的財の消費と公共財の消費の間に連続的な代替関係が理想的な形で成立するとすれば、以上の最適関係は第1図の如くであり、最適解はE点により与えられる。(8)より、問題の代表的な個人に関して私的な消費財と公共財の消費に関する限界代替率が、二財の間の限界変換率（1/N）に均等することを示し、別の解釈を以てすれば、代表的な個人の私的財の消費にかんする限界効用が彼により代表される公共財に関する限界効用を社会的に集計した評価（$N^* \partial U/\partial P$）に均等しなければならないことを示している。後者の説明はサミュエルソンの公共財の最適化の公式をわれわれの方式で表示した

ものといえる。なお第1図においては問題の都市の人口(N)を一定と仮定したが、今人口が漸次増加する状況を仮定するならば最適解は、第2図のように人口の増加に従ってE1、E2、E3の如くに変化する[4)]。

ところで今、公共財の投入(P)を一定とすれば、私的消費財(X)の限界効用が正である限りその消費財の最大可能な投入が最大可能な効用を保証するであろうから、(1)と(3)より消費財の生産は都市人口(N)との関係において

$$c = f(N)/N - P/N \tag{9}$$

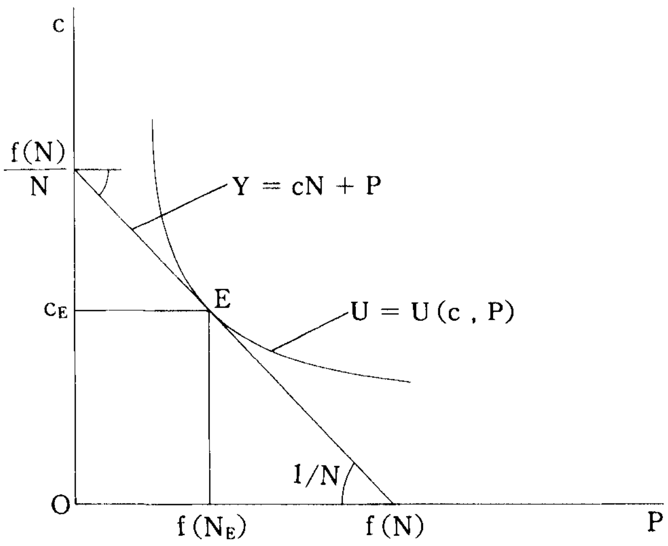
とおける。かくして問題の都市人口一人当たりの私的消費財の配分を最大にする都市人口は次の必要条件及び十分条件を満たさなければならない。

すなわち $$dc/dN = \{f'(N)N - f(N)\}/N^2 + P/N^2 = 0 \tag{10}$$

および $$d^2c/dN^2 = f''(N)/N < 0. \tag{11}$$

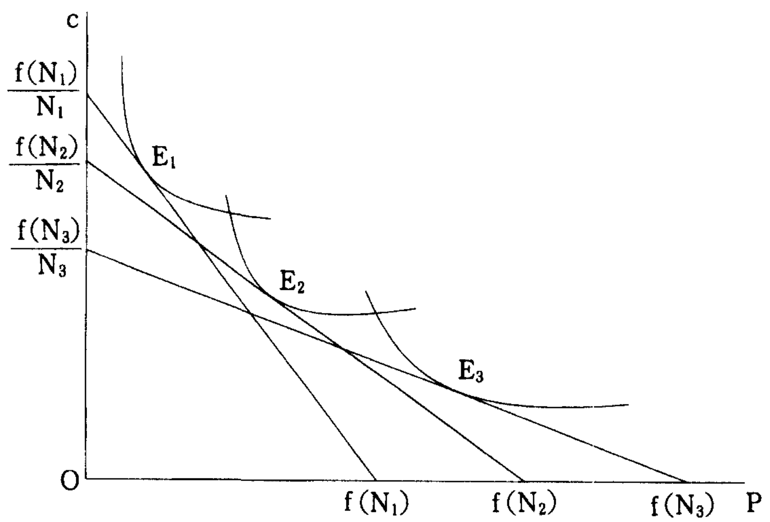
また(10)より $$P = f(N) - f'(N)N, \tag{12}$$

第1図 代表的消費者の消費選択



4) Stiglitzは第2図の最適解を、人口の変化に連続的に対応する包絡線として説明するがわれわれはこの際、不連続なものとして説明しておく。Cf. Stiglitz、op. cit., p. 277.

第２図　都市人口の変化と最適化



さらに(9)と(12)から

$$c = f'(N) \tag{13}$$

を導く。

なお f′(N) は労働の限界生産力を意味し、完全競争の下では賃金率（w）に等しい。かくして(13)より問題の都市における人口規模が最適である場合には、公共財に向けられるべき生産総額は、合成財をニューメレールとする場合、

$$P = f(N) - wN \tag{14}$$

として表され、ここに「最適な都市（人口）規模においては、公共財への支出は生産総額から賃金総額を差し引いた残額（地代）に均等する」との結論が導かれ、これをもってヘンリー・ジョージの定理という[5]。

Ⅱ．公共財の混雑化と HGT

以上の単純な基本モデルにおいては問題の都市の公共財は混雑現象を発生させない、完全な公共財を前提とした。しかし鉄道、バス、航空機等のいわゆる "carrier" については言うに及ばず、道路、港湾、空港等の交通施設ないしそれ

5) Stiglitz, op. cit., p. 278.

と連携する交通システムの利用に関して、現在、混雑状態が見られないものはほとんどない状態である。そこで次にわれわれは混雑の発生が前提となるこれらの交通施設や交通システムをも公共財の範疇で把握することにし、前述の基本モデルを現実の交通により近い形で展開してみることにする。さらにこの際、一つの大都市を都市部とその周辺部という二つの代替可能な居住空間に分け、いわば大都市圏内の居住空間の選択問題をからめてHGTを吟味することにする。さらにヘンリー・ジョージの単一税論では勤労者に対する地主（不労所得生活者）が設定され、後者の不労所得としての地代収入の国庫への吸い上げが最大の論点であったが、われわれのモデルにも不労所得に基づく消費グループ（R）を勤労者グループ（N）と区別して組み込むことにする[6)]。

今問題の大都市は都市部（A）とその周辺部（B）からなり、これら両地域において問題の合成財（Y）が生産されるものとする。すなわちその生産関数は

$$Y_i = F^i(N_i, T_i) \tag{2-1}$$

とする。ただし i＝A, B であり、T_i は社会的・経済的な集積の利益を意味し、さしあたり

$$T_A > T_B$$

と仮定する[7)]。なお基本モデルの(2)式と同様、合成財（Y）に関する労働の生産性については

$$F_N^i > 0, \quad F_{NN}^i < 0 \tag{2-2}$$

と仮定する。

他方、都市部およびその周辺部の勤労者（N_A, N_B）および地主グループ（R）を代表する居住者の効用関数は

$$U^A = U^A(c_A, f^A(P_A, N_A + R)),$$

6) この混雑モデルは基本的に次の論文に基づくものである。F. Flatters, V. Henderson and P. Mieszkowski, "Public Goods, Efficiency, and Regional Fiscal Equalization," J. of Public Economics, vol. 3 1974, pp. 99ff.

7) Flatters, et al., op. cit., p.100 ではこの変数 T_i を土地とか天然資源等自然の生産条件を意味するものと仮定されている。われわれは、この際、社会的・経済的な生産条件とりわけ集積の利益を仮定する。

$$U^B = U^B(c_B, f^B(P_B, N_B)), \qquad (2\text{-}3)$$
$$U^R = U^R(c_R, f^A(P_A, N_A+R))$$

ただし

$$c_A = X_A/N_A,\quad c_B = X_B/N_B,\quad c_R = X_R/R,\ P_i = \text{公共財} \qquad (2\text{-}4)$$

であり、問題の都市人口の変化は N_A および N_B においてのみ実現するものとする。なお（2-3）に含まれる f^i は i 地の混雑（緩和）関数であり、これについては

$$\partial f/\partial P_i > 0,\quad \partial f/\partial N_i < 0$$

が仮定され、効用関数との関係においては

$$\partial U^i/\partial f^i \cdot \partial f^i/\partial P_i > 0, \qquad (2\text{-}5)$$
$$\partial U^i/\partial f^i \cdot \partial f_i/\partial N_i < 0 \qquad (2\text{-}6)$$

が仮定される。さらに（2-3）の効用関数においては地主グループは、上で述べた社会的・経済的集積効果の理由によりすべて都市部（A）に住み、プラスの集積効果を享受すると同時に都市部の混雑化に関して加害者、被害者両面の関わりを持つことが仮定されている。

さてわれわれの二つの居住空間を前提とする大都市において問題の大都市が最適の都市（人口）規模を持つ場合には、これら二つの居住空間における代表的な市民の満足は均等するであろうから、われわれはこの A，B 両地域の代表的住民の効用均等の条件を考慮して、問題の大都市の最適な都市規模を求めるラグランジュ形式を次式の如くに設定することができる。

$$\begin{aligned} L = U^A(c_A, f^A(P_A, N_A+R) &+ \lambda_1\{U^A(c_A, f^A(P_A, N_A+R)) - U^B(c_B, f^B(P_B, N_B))\} \\ &+ \lambda_2\{U^R(c_R, f^A(P_A, N_A+R) - U^0\} \\ &+ \lambda_3\{Y_A + Y_B - (X_A + X_B + X_R + P_A + P_B)\} \\ &+ \lambda_4\{Y_A - F^A(N_A, T_A)\} \\ &+ \lambda_5\{Y_B - F^B(N_B, T_B)\} \\ &+ \lambda_6\{N - (N_A + N_B)\} \qquad (2\text{-}7) \end{aligned}$$

ただし λ_i はラグランジュの未定乗数である。(2-7) を N_A、N_B、X_A、X_B、P_A、

P_B について極大の必要条件を求め整理すれば、A、B 両地域について次の二式を得る[8)]。

$$f^A{}_p(N_A U^A{}_f/U^A{}_{cA} + RU^R{}_f/U^R{}_{cR}) = 1, \qquad (2\text{–}8)$$

および

$$f^B{}_P(N_B U^B{}_f/U^B{}_{cB}) = 1 \qquad (2\text{–}9)$$

ただし　$f^A{}_P = \partial f^A/\partial P_A,\ U^A{}_{CA} = \partial U^A/\partial(X_A/N_A)$, etc. である。

ところで今もし $f^i{}_P = 1$ ならば、これは $f^i = P_i$ を意味し、したがってこの場合は（2–3）より

$$U^i = U^i(c_i, P_i)$$

となり、また $f^i(P_i,\ N_i) \equiv P_i$, そして $\partial U^i/\partial f^i * \partial f^i/\partial P_i \equiv \partial U^i/\partial P_i$ であるから、このケースはまさに純粋な公共財が支配する二地域、二グループの問題となり、後者の純粋な公共財が支配するケースの最適解は

$$N_A U^A{}_P/U^A{}_{cA} + RU^R{}_P/U^R{}_{cR} = 1, \qquad (2\text{–}10)$$

および　$N_B U^B{}_P/U^B{}_{cB} = 1$ 　(2–11)

であることを知る。

なお、(2–8)～(2–11) の 4 式の右辺に現れる数値, 1, であるが、これは都市部（A）および周辺部（B）それぞれの地域の私的消費財（X_i）と公共財（P_i）

8) $\partial L/\partial N_A$, $\partial L/\partial N_B$ etc. の算出については、われわれの定義により効用関数が $U^i = U^i(X_i/N_i, f^i(P_i,\ N_i))$ の形を取るので、関数の関数として算出することに留意しなければならない.

$$\begin{aligned}\text{e. g.}\quad \partial L/\partial N_A = {}& \partial U^A/\partial(X_A/N_A) * \partial/\partial N_A.(X_A/N_A)\\ &+ \partial U^A/\partial f^A * \partial f^A/\partial(N_A+R) * \partial/\partial N_A.(N_A+R)\\ &+ \lambda_1\{\partial U^A/\partial(X_A/N_A) * \partial/\partial N_A.(X_A/N_A)\\ &\quad + \partial U^A/\partial f^A * \partial f^A/\partial(N_A+R) * \partial/\partial N_A.(N_A+R)\}\\ &+ \lambda_2\{\partial U^R/\partial f^A * \partial f^A/\partial(N_A+R) * \partial/\partial N_A.(N_A+R)\}\\ &- \lambda_4 \partial F^A/\partial N_A - \lambda_6 = 0 \qquad (\text{i})\end{aligned}$$

なお F. Flatters et al. の原文では（2–8）の記号表示にミスプリントがある。Cf. Flatters et al., op. cit., p. 109. また Flatters et al. では（2–10）および（2–11）の左辺にマイナス符号を付けるが、われわれは限界変換率の定義の選択によりプラス記号を用いることにする。

の間の限界変換率を意味すると同時に、問題の都市全体としてみた場合の限界変換率の数値でもある[9)]。

かくして（2–10）および（2–11）より、都市部（A）および周辺部（B）のいずれの公共財においても混雑が発生しない場合には、最適都市（人口）規模であるための条件は、各地域全体の公共財の利用と私的消費財の利用に関する限界代替率の合計値が問題の都市全体の公共財と私的消費財の間の限界変換率に均等することを示唆する。

他方、問題の都市の公共財の利用に関して混雑が発生する場合には、(2–8) および（2–9）に示されるように公共財の利用に関する限界的な影響力が（2–10）および（2–11）の基本的な関係に修正を求めることになる。なお（2–8）および (2–9) を別の表現を用いれば次の如くであり、公共財のサービス改善を通して実現する社会全体の限界的な効用の増加が極めて重要な働きを持つことが分かる。

$$
\begin{aligned}
&(N_A \partial U^A/\partial f^A * \partial f^A/\partial P_A)//\partial U^A/\partial_{cA} \\
&+ (R \partial U^R/\partial f^A * \partial f_A/\partial P_A)//\partial U^R/\partial P_A = 1, \qquad (2\text{–}12)
\end{aligned}
$$

$$
(N_B \partial U^B/\partial f^B * \partial f^B/\partial P_B)//\partial U^B/\partial c_B = 1 \qquad (2\text{–}13)
$$

以上われわれは公共財と私的消費財の利用についての関係に焦点を当ててきたが、最適都市における都市部（A）とその周辺部（B）の間の勤労者の地域的配分関係についてみれば、変数 N_A および N_B について最適都市の必要条件から次式を得る。

$$
[F^A{}_N - c_A + f^A{}_{N+R}/f^A{}_P] = [F^B{}_N - c_B + f^B{}_N/f^B{}_P]. \qquad (2\text{–}14)
$$

9) いま A 地についてみると一定量の合成財（$Y_A{}^0$）は $Y_A{}^0 = X_A + X_R + P_A$ の関係で変換される。地主グループの私的消費財の消費量（X_R）を一定とすれば、両辺を微分して $dX_A + dP_A = 0$、それゆえに公共財と私的消費財の間の限界変換率は $-dP_A/dX_A = 1$ である。B 地についても同様の関係が成立するが、問題の都市全体について公共財と私的消費財の限界変換率は 1 である。（$Y = Y_A + Y_B$, $X = X_A + X_B + X_R$, $P = P_A + P_B$ そして $Y = X + P$. $Y = Y^0$ の下で限界変換率は $-dP/dX = 1$）

(2-14) において f^i_N/f^i_P は、公共財の利用上の混雑にかんする限界代替率であり、問題の代表的な勤労者についての効用水準を一定に保つことを前提とするならば、いまもし勤労者をわずかばかり増やすとして、それにより発生する混雑効果を相殺するためにはどれほど公共財の供給量を増加しなければならないかの比率を示すものである[10]。また各辺の最初の項 $F^i_N - c_i$ は、すでに述べた基本式の⑿式に関するものであり、Flatters et al. はこれを「労働の社会的限界純正産物 (the net social marginal product of labour)」とよぶ[11]。以上の如く公共財の利用に関して都市部およびその周辺部において混雑現象が発生する場合、問題の都市全体の勤労者の地域的配分が最適であるためには私的消費財に関する地域的な均衡状態に加えて混雑効果を考慮した総合的なバランスが求められることになる。ついでにこの際、公共財の利用に関し混雑が発生しない場合の、二地域二グループの間の最適配分の必要条件を述べるならば、すでに見たように $f^i_P = 1$ に加えて、勤労者の増加による混雑効果がゼロ、すなわち $f^i_N = 0$ とおけば (2-14) より

$$[F^A_N - c_A] = [F^B_N - c_B] \qquad (2\text{-}15)$$

を得る。

さて基本モデルの⒁式に対応するヘンリー・ジョージ定理であるが、都市部 (A) とその周辺部 (B) の二つの経済圏をそれぞれ別個に取り扱えば下の如く、前節 (I) と同様の説明が可能である。

問題の都市全体の変換関数はわれわれの仮定により

$$Y_A + Y_B = X_A + X_B + X_R + P_A + P_B \qquad (2\text{-}16)$$

であり、これを地域別に分ければ

$$Y_A = X_A + X_R + P_A,$$

および $$Y_B = X_B + P_B$$

である。まず都市部 (A) についてみると勤労者一人当たりの私的消費財の消

10) See Flatters et al, op. cit., p. 109.
11) Flatters et al., op. cit., p. 104.

費量は

$$X_A/N_A = Y_A/N_A - X_R/N_A - P_A/N_A \tag{2-17}$$

となる。基本モデルにおけると同様、いま勤労者について正の限界効用を前提とすれば、各消費者に配分される私的消費財の数量が多いほど各消費者にとっての効用は大であるから（I）と同様の手法により X_A/N_A の極大の必要条件を求めると次式を得る。

$$dX_A/dN_A = (Y_A' N_A - Y_A)/N_A^2 + X_R/N_A^2 + P_A/N_A^2 = 0, \tag{2-18}$$

それ故、

$$P_A = Y_A - X_R - Y_A' N_A. \tag{2-19}$$

かくして基本モデルにおけると同様、公共投資に必要な投資額は、完全競争の支配する最適条件の下では、問題の合成財（Y）をニューメレールとして、

$$P_A = F^A - X_R - w_A N_A \tag{2-20}$$

で表示される。ただし w_A は都市部の勤労者の賃金率である。また周辺部（B）については

$$P_B = F^B - w_B N_B \tag{2-21}$$

を得る。

Ⅲ. 円型都市と HGT

われわれは最後に、空間経済の要因を取り入れてヘンリー・ジョージ定理を見ることにする[12)]。いま同じ性質を持つ個人が、都心部（CBD）を取り巻く周辺地域の、同一の標準的な土地区画（lot）に住み、そして政府は都心部とその周辺地域に純粋な公共財を提供し、その公共財の一部は混雑を発生させない都市交通システムであるとする。またこの都市交通システムは都心部を中心に周辺部に向けて放射状に張り巡らされ、市民はこの都市交通システムを用いて、居

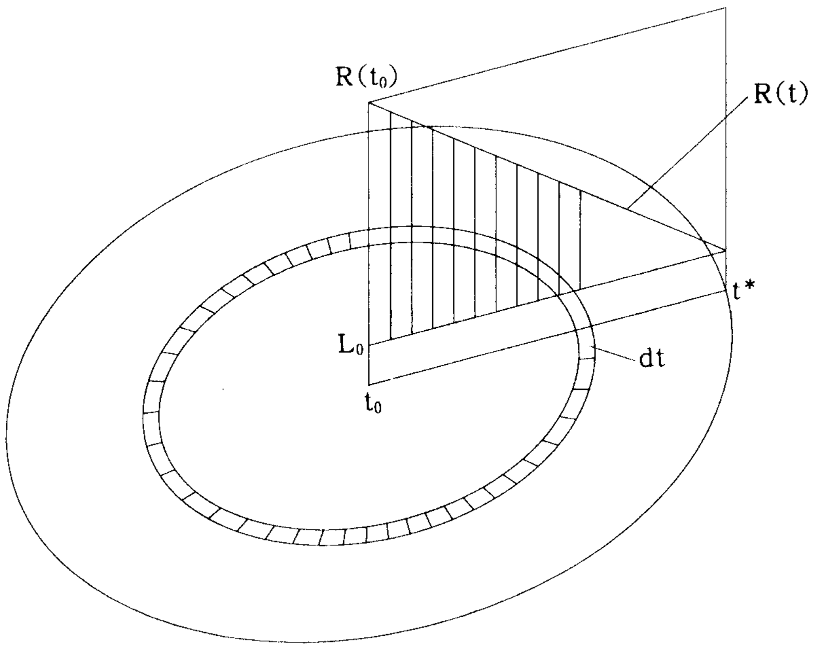
12) 以下の説明は基本的に次の論文による。R. J. Arnott and J. E. Stiglitz, "Aggregate Land Rents, Expenditures on Public Goods, and Optimal City Size," Q. J. E., vol. 93, 1979, pp. 471ff.

住以外のすべての経済的及び文化的活動をもっぱら都心部で実現するものとし、この際一つの円型都市が形成されているものと仮定する。なおこの場合、同質的な個人の効用関数は　U＝U(L,X,P)　であるとする。ただしL＝標準的土地区画の利用、X＝私的消費財、P＝公共財である。

いま問題の標準的な土地区画に対する経済的評価（地代）は都心部からの距離tの関数としてR(t)で表され、都心（t_0）からの距離が都市の境界線に向けて延びるにつれて低下し、最終的にはこの都市域において実現可能な最低の地代（L_0）まで低下するものと仮定する。他方、各居住地点（t）と都心（t_0）の場所的移動に伴う交通費はf(t)で表され、距離の増加に伴って逓増するものとする。この関係を図示したのが第3図である。

いまこの都市の住民が都心から距離tの地点に居住すべきかあるいはそれよりdt分だけより遠いt＋dtの地点に立地すべきかの選択が求められるとき、恐らく彼は都心からわずかばかりより遠い地点に立地することによる限界的な便益とその際発生する限界的なコストを比較して選択するであろうし、この場

第3図　円型都市と地代線



合の限界的便益は彼が負担すべき地代の低下分（$-R'(t)\,dt$）であり、他方、限界的なコストは交通費の増加分（$f'(t)\,dt$）であり、均衡状態においては

$$-R'(t) = f'(t) \tag{3-1}$$

が成立するであろう。（3-1）の両辺をtについて積分すると

$$R(t) + f(t) = k, \tag{3-2}$$

（ただしk＝積分常数）であり、かくしてわれわれのモデルにおいては地代と交通費の和が常に一定であり、より具体的にはkは都心における最高の地代$R(t_0)$に等しい。逆に都市域の境界線上（t^*）ではこの都市全体を通して期待される最低のローカル地代$R(t^*)$が支配する[13]。

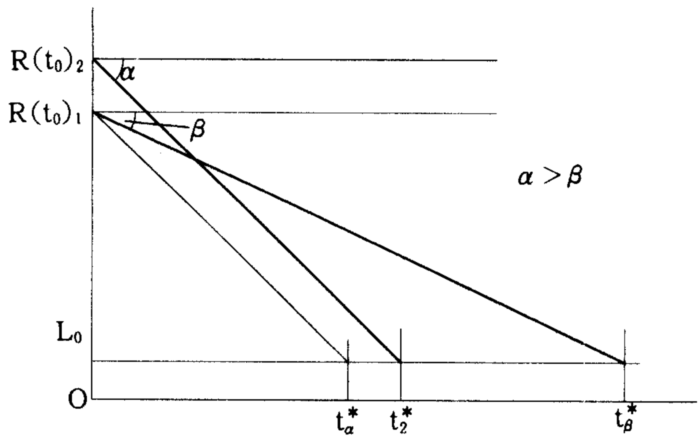
さていま都心から境界地点t^*に至るまでの都市全域について求められる地代総額（aggregate land rent,ALR）は

$$ALR \equiv \int_0^{t^*} R(t)2\pi t dt \tag{3-3}$$

で表され、他方、都心から境界地点までの交通費の総額（aggregate transport costs, ATC）は

$$ATC \equiv \int_0^{t^*} f(t)2\pi t dt \tag{3-4}$$

13）都市域の境界（限界）は運賃率が低下するか、あるいは都心の地代、$R(t_0)$、が高騰するかのいずれかの変化により延伸する傾向を持つ。



である。ところで部分積分を用いて（3–3）を別の表現に置き換えると

$$\mathrm{ALR} = \int_0^{t^*} -R'(t)\pi t^2 dt + R(t^*)\pi t^{*2}, \tag{3–5}$$

しかし（3–1）より

$$\mathrm{ALR} = \int_0^{t^*} f'(t)\pi t^2 dt + R(t^*)\pi t^{*2} \tag{3–6}$$

となる[14)]。

ところでいまわれわれが次のような線形の交通費関数を仮定すれば、

$f(t) = et$、（$e=\mathrm{const.}$）　それ故　$f'(t)=e$

であるから

$$f'(t)\,t = et = f(t) \tag{3–7}$$

である。（3–7）を用いて（3–6）を表せば次のようになる。

$$\mathrm{ALR} = \int_0^{t^*} f(t)\pi t dt + R(t^*)\pi t^{*2} \tag{3–8}$$

なお第3図から明らかなように都市全体としてみた地代の総収入（ALR）は、都心から都市の境界線までの地域について、各地点ごとの差額地代（differential land rent, DLR）の総和を求め、それにこの都市に共通する最低の地代収入を加算したものである。幾何学的には、これはまさしく半径 t^*、高さ $R(t^*)$ の円筒の上に $1/3\pi t^2 R(t_0)$ の直円錐を載せたものであり、この直円錐の部分が差額地代（DLR）である。すなわち（3–5）と（3–6）より

$$\mathrm{DLR} = \int_0^{t^*} f'(t)\pi t^2 dt. \tag{3–9}$$

いまこの DLR と線形の交通費総額（ATC）を比較すると、（3–4）と（3–7）および（3–8）より

14）$\mathrm{ALR} = \int R(t)2\pi t dt = 2\pi \int R(t) t dt$. そこで $R(t)=u$, $tdt=dv$ とおけば $du=R'(t)dt$, $\int dv = \int tdt$ それ故 $v=t^2/2$. 部分積分のルールにより $\int udv = uv - \int vdu$ であるから、結局、$\mathrm{ALR} = 2\pi \int R(t) tdt = 2\pi\left[R(t)(t^2/2) - \int (t^2/2)R'(t)dt\right] = R(t^*)\pi t^{*2} - \int R'(t)\pi t^2 dt$. しかし（3–1）より $-R'(t)=f'(t)$ であるから、問題の関係は $\mathrm{ALR} = R(t^*)\pi t^{*2} + \int f'(t)\pi t^2 dt$ となる。

$$ATC = 2DLR \qquad (3\text{-}10)$$

である。

以上の空間経済を背景にしてヘンリー・ジョージ定理の問題に移ろう。いま問題の都市の人口密度は単位面積当たり1人であると仮定すれば、問題の都市の人口は都市の面積に等しい。すなわち

$$N(t^*) = \pi t^{*2}. \qquad (3\text{-}11)$$

いまこの都市の利用可能な資源（合成財Y）は、これまでと同様、人口（＝労働人口）の関数であり、とりわけ説明を簡潔にするため線形の関係を仮定しよう。

$$Y = aN, \quad (a = \text{const.}) \qquad (3\text{-}12)$$

われわれはこの利用可能な資源を消費財と一般的公共財および人々を都心に移動させるに要する交通サービスの提供のために配分しなければならない。すでに基本モデルで用いた最適人口規模を求める方法をそのまま適用して私的消費財の利用可能量をみると

$$X = Y - ATC - P \qquad (3\text{-}13)$$

であり、従って都市の人口一人当たりの私的消費財の消費可能量（E）は、

$$E = a - ATC/N - P/N \qquad (3\text{-}14)$$

である。しかしわれわれの線形の交通費の仮定においては

$$ATC = e\int_0^{t^*} t\,(2\pi t)\,dt = 2/3 * e\pi t^{*3}、 \qquad (3\text{-}15)$$

他方、(3-11）より $t^{*3} = (N/\pi)^{3/2}$ であるから、結局、

$$ATC = kN^{3/2}, \qquad ただしk = 2/3 * e\pi^{\ 1/2}. \qquad (3\text{-}16)$$

かくして（3-16）と（3-14）より

$$E = a - kN^{1/2} - P/N \qquad (3\text{-}17)$$

を導く。私的消費財についてすべての市民の限界効用が正であることを期待し、そして市民一人当たりの消費財の配分量の最大化が社会的厚生の極大を実

現する事を期待する基本モデルの見解に則して、極大の必要条件を求めると

$$dE/dN = -k\ (1/2 * N^{1/2}) + P\ (1/N^{2}) = 0$$

すなわち $P = k/2 * N^{3/2} = 1/2 * ATC$ (3–18)

それ故、(3–10) より

$P = DLR$ (3–19)

の関係を得る。かくして

「問題の公共財がいかなる水準であれ、問題の（円型）都市が最適の人口規模を有する時、この公共財に対する支出は交通費総額の 1/2 に等しく、同時に差額地代の総額に等しい。」[15] すなわちこの円型都市についてもヘンリー・ジョージ定理が成立することになる。

おわりに

以上においてわれわれは公共投資としての交通投資に関連してしばしば問題とされるヘンリー・ジョージ定理がどのような内容のものなのかを、まず一地域の基本的な内容について検討し、続いて複数の地域そして混雑現象という極めて非公共財的な要因が混在する場合のヘンリー・ジョージ定理の展開を見た。そして最後に円型都市としての空間経済を取り上げ、特に交通費との関連において成立する HGT の内容を吟味した。いわば交通経済学としての視点において必要と思われるヘンリー・ジョージ定理の内容の理解と整理を試みた。

（筆者は関西学院大学商学部教授）

<主要参考文献>

R. J. Arnott and J. E. Stiglitz, "Aggregate Land Rents, Expenditures on Public Goods, and Optimal City Size," Q. J. E., vol. 93, 1979.

M. Blaug, Econmic Theory in Retrospect, 4th ed., 1985.

M. Blaug, Great Economists before Keynes, 1985.

F. Flatters, V. Henderson and P. Mieszkowski, "Public Goods Efficency, and Re-

15) Arnott and Stiglitz, op. cit., p. 475.

gional Fiscal Equalization," J. of Public Economics, vol. 3, 1974.
H. George, Progress and Poverty (1879), (4th ed., in the Complete Works of Henry George, vol. I, 1973).
E. S. Mills, "Transportation and Patterns of Urban Development; An Aggregate Model of Resource Allocation in a Metropolitan Area," A. E. R., vol. 57, 1967.
S. Y. Phang, "Economic Development and the Distribution of Land Rents in Singapore: A Georgist Implementation," The American J. of Economics and Sociology, vol. 55, 1996.
J. A. Schumpeter, History of Economic Analysis, 1954.
J. E. Stiglitz, "The Theory of Local Public Goods," in the Economics of Public Service, ed. by M. S. Feldstein and R. P. Inman, 1977.
W. Vickrey, "The City as a Firm," in the Economics of Public Service, ed. by M. S. Feldstein et al., 1977.
八田達夫、"ヘンリー・ジョージ定理（1）、（2）、" 経済セミナー、1月号、2月号、1993。
ヘンダーソン「経済理論と都市」折下功訳（J. V. Henderson, Economic Theory and the Cities, 1985），1987。