準最適としての価格決定について
——特に交通サービスに関連して——

丸　茂　　　新

1．いわゆるラムゼー価格

最近しばしば交通産業のセカンド・ベスト最適に関連していわゆるラムゼー価格（Ramsey pricing）が論じられる。すなわち基本的な需要条件および生産条件の下である社会的最適の経済条件を考慮するだけでなく、さらに追加して生産者の一定の利潤をも保証するという制約を満す準最適（quasi-optimal）の条件が問われるのである。いうまでもなくこの準最適の問題は、フルコスト原理（fully distributed costs）とは異質のものである[1]。

Baumol と Willig は、鉄道運賃という具体的なケースを取り上げ、ラムゼー価格とは個別的な需要条件に基づいて個別的に決定される需要支配の運賃（demand differentiated prices）であり、直接的な配分が不可能な費用を、それぞれの鉄道サービスの需要の弾力性に基づいて各種のサービスに分割する価格である、と説明する[2]。

交通サービスに関連して、もう１つラムゼー価格の説明例を示せば S. A. Morrison の空港使用料に関する説明がある。いま $P_i(Q_i)$ は i 番目のカテゴリーの航空サービスを提供する航空機に対し課せられる空港（着陸）使用料であり、Q_i はそのカテゴリーの航空機の着陸回数、$C(Q_1,\cdots,Q_n)$ は空港当局にとっての直接費、そしてＦは固定費であると仮定しよう。Morrison は利潤制約

1) Cf. W. J. Baumol and R. O. Willig, "Pricing Issues in the Deregulation of Railroad Rates," in Economic Analysis of Regulated Markets, 1983, pp. 11ff, esp. 20ff.

2) Baumol and Willig, *op. cit.*, p. 12.

$\sum_{i}^{n} P_i Q_i - C(Q_1, \cdots, Q_n) - F = 0$ の下で問題の空港に関する純便益の極大化を求め、次のラグランジュ形式を導入する。すなわち

$$\max_{Q_1,\cdots,Q_n,\lambda} L = \int_0^{Q_1} P_1(Q_1)\,dQ_1 + \cdots + \int_0^{Q_n} P_n(Q_n)\,dQ_n - C(Q_1,\cdots,Q_n) + \lambda\left[\sum_{i}^{n} P_i Q_i - C(Q_1,\cdots,Q_n) - F\right] \quad (1)$$

これより極大の必要条件として

$$P_i - \frac{\partial C}{\partial Q_i} + \lambda\left(P_i + Q_i \frac{\partial P_i}{\partial Q_i} - \frac{\partial C}{\partial Q_i}\right) = 0 \quad (2)$$

$$(i=1,\cdots,n),$$

したがって

$$\frac{P_i - \dfrac{\partial C}{\partial Q_n}}{P_i} = \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{1}{\varepsilon_i} \qquad \text{ただし} \qquad \varepsilon_i = -\frac{P_i}{Q_i}\cdot\frac{dQ_i}{dP_i} \quad (3)$$

の条件を導き、これを“標準的なラムゼー価格の帰結 (the standard Ramsey pricing result)”と解釈する――すなわち価格が限界費用を上回るマーク・アップ率は需要の弾力性と逆比例の関係にあると考えるのである[3)]。

ラムゼー価格に関する上の2例についてこの際注意すべきことは、交通サービスの生産者としての事業者が運賃決定を行う場合に、政府が問題の事業者から発生する社会的便益の極大化を求める過程においてその際、同時に収支均等あるいは特定の利潤制約を課すとすれば、問題の生産者に対しどのような価格決定を指示すべきかという、規制者としての政府と被規制者としての事業者の間の関係が問われているという事実である。問題の交通サービスの需要者(消費者)は、生産者にとっては外部的に与えられた需要関係(需要関数)の構成要素として問題の交通サービスと関わり合うにすぎない。

ところで今日、とりわけ交通経済学の分野において一般に論じられるラムゼ

3) S. A. Morrison, “The Structure of Landing Fees at Uncongested Airports—an Application of Ramsey Pricing,” JTEP, vol. 16, 1982, pp. 152~153.

一価格は以上のような意味に解釈されているが、1927年、F. P. Ramsey 自身が展開した価格理論とは一体いかなる内容のものであるのか。一言でいえば、それは特定の個人（消費者）から特定額の税を徴収する場合、彼の満足をできる限り損わない形で課税するにはどのような税を課すべきかを問うのである。すなわち、それは厚生経済学的な最適税（optimal tax）の理論である[4]。

いまある純粋に競争的な社会に住む特定の個人の純効用（net utility）が(4)式により与えられるものとする。

$$u=u(x_1,\cdots,x_n) \tag{4}$$

すなわち問題の財のあるもの（x_i）――たとえば労働――が、他の財（x_j）――たとえば最終消費財――の生産のために投入される生産要素の役割を果たすとすれば、前者（x_i）の投入そのものは効用を下げることになり、最終消費財としての後者（x_j）の利用は効用を高めることになる。(4)式はその差としての純効用を表わすものと仮定される。

もし、この場合これらの財に課税されるのでなければ、(4)式が極大となるための必要条件および充分条件はそれぞれ、

$$\frac{\partial u}{\partial x_r}=0,\quad r=1,\cdots,n \tag{5}$$

および
$$d^2u=\sum_r\sum_s\frac{\partial^2 u}{\partial x_r\partial x_s}dx_r\,dx_s<0 \tag{6}$$

である。

他方、もしこれらの財 x_r の利用に対し1単位当り t_r の税が課せられるとし、その際、貨幣の限界効用は1であるとすれば、課税後の新たな均衡の下では

$$\frac{\partial u}{\partial x_r}=t_r,\quad r=1,\cdots,n \tag{7}$$

の条件が満たされなければならない[5]。(7)より税率 t_r は均衡点にて

4) Cf. F. P. Ramsey, "A Contribution to the Theory of Taxation," Ec. J., vol. 37, 1927.
5) Max $U=U(x_1,\cdots,x_n)$ subj. to $R=\sum t_r x_r$. Ramsey は税率を λ_r で表わすが、われわれは以後の説明との関連でこの際、税率を t_r で表わすことにする。cf. Ramsey, *op. cit.*, p. 49.

$$t_r = t_r(x_1, \cdots, x_n)$$

の関係を持つ。また(7)より

$$\frac{\partial t_r}{\partial x_s} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_s \partial x_r} = \frac{\partial t_s}{\partial x_r} \tag{8}$$

i.e. $u_{rs} = u_{sr}$

を得る。

ところで問題は、この個人から特定の税額 $R = \sum_r t_r x_r$ を徴集する場合、課税後の効用を最大可能な水準に維持するには、(7)のような一般的条件は別として、より具体的にどのような特質を持つ t_r を課すべきかである。Ramsey は徴税額 $R = \sum_r t_r x_r$ を制約条件として(4)式を極大化することにより最適税の基本式として、

$$\frac{t_1}{\sum_s x_s \frac{\partial t_s}{\partial x_1}} = \frac{t_2}{\sum_s x_s \frac{\partial t_s}{\partial x_2}} = \cdots = \frac{t_n}{\sum_s x_s \frac{\partial t_s}{\partial x_n}} = \frac{R}{\sum_r \sum_s \frac{\partial t_s}{\partial x_r} x_r x_s} = k \tag{9}$$

を導いた[6]。Ramsey は(9)を基本式として問題の財の一部に対してのみ課税が可能な場合、あるいは効用関数が特定の関数形態をとる場合などいくつかの特殊なケースを検討する。

ところで最近の最適税の理論におけるラムゼーの法則 (the Ramsey rule) は、一般に上記の(9)式とは若干異なる表現で説明されている。たとえば A. Sandmo はラムゼーの法則を次のように説明する[7]。

いま問題とされる個人の効用関数は

$$u = u(x_0, x_1, \cdots, x_m) \tag{10}$$

により表わされるものとする。財 x_0 は労働力であり、残りの m ケの財は一般

6) Ibid. (9)への展開については Appendix (i) (後述) 参照のこと。
7) A. Sandmo, "Optimal Taxation," J. of Public Economics, vol. 6, 1976, pp. 39ff.

の消費財である。政府は後者の財 $x_i (i \neq 0)$ に対し間接税 t_i を課し、全体としてこの個人から一定の税収入Tを得るものとする。すなわち税収入は

$$\sum_{i=1}^{m} t_i x_i = T \tag{11}$$

である。この際、労働力は同時にニューメレールとして作用し、税率 $t_i = p_i - \bar{p}_i$、ただし p_i＝消費者価格、$\bar{p}_i$＝生産者価格（一定）、が仮定される。かくして問題は(11)の制約の下で目的関数(10)の極大を与える税率 t_i を選択することである。かくしてこの場合、ラグランジュ形式は次のごとくである。

$$L = u(x_0, x_1, \cdots, x_m) + \mu\left(\sum_{i=1}^{m} t_i x_i - T\right) \tag{12}$$

ただし μ は(11)に対して与えられるラグランジュ乗数である。Ramsey は彼の基本式を導くに際し数量 x_r について微分したが、この際、価格 p_k について微分すれば、極大の必要条件は

$$\sum_{i=0}^{m} \frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + \mu\left(\sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + x_k\right) = 0 \tag{13}$$

である。ただし $t = 1, \cdots, m$

ところで政府の対応はともかくとして、問題の個人は彼の予算制約

$$\sum_{i=0}^{m} p_i x_i = 0 \tag{14}$$

ただし　$x_0 < 0,\ x_j > 0,\ j \neq 0$

の下で(10)の極大を求めて行動するので、この消費者については常に

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = \lambda p_i,\quad i = 0,\ 1, \cdots, m \tag{15}$$

（ただし λ は貨幣の限界効用）の関係が維持されている。(15)を(13)に代入すれば

$$\lambda \sum_{i=0}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + \mu\left(\sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + x_k\right) = 0 \tag{16}$$

しかし(14)より

$$\sum_{i=0}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + x_k = 0$$

であるから、(16)は結局

$$\sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} = \nu x_k, \quad \text{ただし} \quad \nu = \frac{\lambda - \mu}{\mu} \tag{17}$$

となる。そしてこの(17)式が現代一般的にこの種の最適課税問題の基本式と解されている。この基本式から導かれるものの1つにいわゆるラムゼーの法則がある。衆知のスルツキー方程式より

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_k} = S_{ik} - x_k \frac{\partial x_i}{\partial I} \tag{18}$$

ただし I は所得、そして $S_{ik} = S_{ki}$ は代替効果である。(18)を(17)に代入し整理すれば次式を得る[8)]。

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} t_i S_{ki}}{x_k} = \nu + \sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial I}, \quad k = 1, \cdots, m \tag{19}$$

これが今日、一般にラムゼーの法則として説明される内容である。Diamond と Mirrlees が指摘するように(19)の右辺は k から独立しており、したがって

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} t_i S_{ki}}{x_k} = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_i S_{hi}}{x_h} = \cdots = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_i S_{mi}}{x_m} = \theta \tag{20}$$

が成立していることになる。もしこの際、税率の変化に伴う所得効果が無視しうる程度のものであり、また補償された需要の下での税率の変化が与える代替効果がほぼ一定の大きさを示すとすれば、(19)式の左辺は、税率 t_i の変化が与える財 x_k の需要量の百分比的変化を示すことになる[9)]。かくして以上のような前提の下では問題の税率体系が最適な税体系であるためには、m ケの税率の変化

8) Sandmo, *op. cit.*, p. 42.

9) この点に関する Diamond と Mirrlees の説明を借用すれば次のごとくである。$\Delta x_k = \sum_i \int_0^{t_i} \left(\frac{\partial x_k}{\partial t_i}\right) dt_i = \sum_i \int_0^{t_i} S_{ki}\, dt_i = \sum_i S_{ki} \int_0^{t_i} dt_i = \sum_i S_{ki} t_i$. Cf. P. A. Diamond and J. A. Mirrlees, "Optimal Taxation and Public Production II : Tax Rules," AER, vol. 61, 1971, p. 262.

が与える財 x_k への“補償された”需要量の相対的な変化割合が、他のすべての財 x_j についても共通の大きさを持つことが求められる[10]。

ところで Ramsey の最適税の理論が公表されて後約30年を経て、フランスの M. Boiteux は、公営企業が収支均等という制約条件を課される場合のセカンド・ベスト最適は、もはや厳密な限界費用価格形成原理（le règle de vente au coût marginal）と相容れないことを主張した。すなわち M. Boiteux, “Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'equilibre budgetaire,” Econometrica, vol. 24, 1956 である。Boiteux はこの問題を検討するについて消費者余剰を用いない一般均衡分析としての方法と消費者余剰を用いた部分均衡分析としての方法の二つを併用した。すなわち前者の一般均衡分析においては、消費部門において個人 k の効用関数と間接需要関数を前提とし、他方、生産部門においては完全競争が支配する第１セクターと、特定の収支均衡の制約が課せられる公営企業グループから成る第２セクターの両セクターが併存する状況を前提として、とりわけ第２セクターにおいてはどのような擬制価格（les prix fictifs）が期待されるかを検討した。すなわち、

効 用 関 数 $S^k=S^k(\mathbf{P},\ r^k),\ k=1,\cdots,m$ (i)

需 給 均 衡 $\sum_k^m q_i^k(\mathbf{P},\ r^k)=\sum_h \mathbf{X}^h(\mathbf{P})+\sum_h \mathbf{Y}^h,\ i=1,\cdots,n$ (ii)

公営企業の生産関数 $g^h(\mathbf{Y}^h)=0,\ h=1,\cdots,w$ (iii)

公営企業の収支均衡 $\mathbf{P}'\cdot\mathbf{Y}^h=b^h$ (iv)

（ただし $\mathbf{P}$＝価格ベクター、r^k＝所得，$\mathbf{X}^h$＝第１セクターの生産物ベクター、$\mathbf{Y}^h$＝第２セクターの生産物ベクター）の諸条件に基づき、次式のようなラグランジュ形式を設定した。

$$L=\sum_k \lambda^k\{S^k-S^k(\mathbf{P},\ r^k)\}+\sum_i \mu_i\{\sum_k q_i^k(\mathbf{P},\ r^k)-\sum_h \mathbf{X}^h(\mathbf{P})-\sum_h \mathbf{Y}^h\}$$
$$+\sum_h \psi^h g^h(\mathbf{Y}^h)+\sum_h \beta^h(b^h-\mathbf{P}'\cdot\mathbf{Y}^h) \tag{21}$$

10) ラムゼーの法則に関する上記と類似した最近の他の１つの説明としては藪下史郎、“租税の経済学—最適課税理論の展開”、季刊現代経済（臨時増刊号）1982がある。なおこの論文では予算制約として $\sum_i p_i X_i=wL$,（ただし w＝賃金率、L＝個人の労働供給量）が独立した制約を与える。

ただしλ^k, μ_i, ψ^hおよびβ^hはそれぞれ(i)〜(iv)にかかるラグランジュ乗数である。結局、Boiteuxは

$$\frac{\partial L}{\partial p_j}+\sum_h q_j^h\left(\frac{\partial L}{\partial r^k}\right)=0 \tag{22}$$

を足がかりとして、$\beta^h \neq 0$である限り——すなわち公営企業の収支均衡条件がはずされない限り、市場価格p_iと擬制価格π_iは一致しない、i.e.

$$\beta^h \neq 0 \rightarrow t_i^h = p_i - \pi_i^h \neq 0$$

の結論を導いた[11]。

ところでBoiteuxは以上の一般均衡分析としての考察に続いて、次のような部分均衡分析に基づくセカンド・ベスト問題を展開する。いまある独占企業が相互に独立したnケの財を共通に生産するものと仮定する。すなわち

需要関数　$p_i = p_i(q_i)$, $i = 1, \cdots, n$

生産費　$D = D(Q)$, ただし$Q = (q_1, q_2, \cdots, q_n)$.

そうすればこの独占企業の生産を通して社会が手に入れる余剰（le "surplus"）は次式により表わされる。

$$S(Q)=\int_0^q \sum_i p_i(q_i)\,dq_i - D(Q). \tag{23}$$

ところでこの企業に対し(24)のような利潤制約が課せられるとすれば、問題の企業がこの制約を満たしながらなおかつ社会的な余剰を極大にするためには

$$\sum_i q_i \cdot p_i(q_i) - D(Q) = b \tag{24}$$

どのような条件が満たされねばならないか。Boiteuxはその必要条件として(25)式を導いたのである[12]。

11) Boiteux, *op. cit.*, esp. pp. 23〜30.

12) ラグランジュ形式：$L=\int_0^q \sum_i p_i(q_i)\,dq_i - D(Q) + \lambda\ \{\sum_i q_i \cdot p_i(q_i) - D(Q) - b\}$. なお Boiteux の原文では価格の弾力性は$\eta_i = \frac{q_i}{p_i}\frac{dp_i}{dq_i}$と定義されているが、われわれはこの際、より一般的な定義、$\epsilon_i = -\frac{p_i}{q_i}\frac{dq_i}{dp_i}$を用いる。

$$\frac{p_i-\dfrac{\partial D}{\partial q_i}}{p_i}=\frac{k}{\varepsilon_i} \tag{25}$$

ただし　$k=\dfrac{\lambda}{1+\lambda}$,　$\varepsilon_i=-\dfrac{p_i}{q_i}\cdot\dfrac{dq_i}{dp_i}$

すなわち“価格と限界費用の間の相対的な差は、問題の財の弾力性に（逆）比例すべきである。”“公的独占、とりわけ鉄道の輸送価値（ad valorem）に基づく伝統的な運賃政策の基礎となっているのはこの原則である[13]。”

この(25)式はまさに前述の S. A. Morrison により“標準的なラムゼー価格の帰結”と称された(3)式に他ならない、われわれは(20)式との関連において(3)式をラムゼー価格と命名するよりも、この際、Boiteux が Ramsey とは独立して展開したと考えられる(25)式に基づいて(3)式の表現を“ボワトー価格”と称する方がはるかに自然なつながりを持つように思える。

2. 準最適の条件

いま Baumol と Bradford の解釈にしたがって、基本的な需要・供給条件以外に、何等かの利潤保証あるいは利潤制約の下で最適解を求める場合これをセカンド・ベスト解あるいは準最適（quasi-optimal）な解と定義するとしても[14]上記の(25)式の方式が唯一の準最適条件の表示方法というのではない。この際、準最適条件として可能ないくつかの表示方法をみておくことにする。いま n ケの財を一手に生産する独占企業が存在し、他方これらの財を消費するある代表的な消費者を問題にするとしよう。ところでこの際、問題の消費者の便益は、n ケの価格の関数として(26)のような一般式

$$B(p_1,\cdots,p_n) \tag{26}$$

により表わされ、同時にこの独占企業に対しては利潤制約

13) Boiteux, *op. cit.*, p. 36.
14) Baumol and Bradford, *op. cit.*, p. 267.

$$\pi\,(p_1,\cdots,p_n)=M \tag{27}$$

が課されるとしよう。かくしてこの“individualistic”な社会的厚生のモデル[15]において準最適の必要条件は

$$\frac{\partial B(\mathbf{P})}{\partial p_i}=\mu\frac{\partial\pi\,(\mathbf{P})}{\partial p_i},\quad i=1,\cdots,n \tag{28}$$

を与える。ただし $\mathbf{P}$ は価格ベクターであり、μ は利潤制約にかかるラグランジュ乗数である。しかし最適満足において価格変化 p_i の限界的変化は envelope theorem により

$$\frac{\partial B}{\partial p_i}=\left(\frac{\partial u^*}{\partial p_i}\right)=-\lambda x_i{}^{16)} \tag{29}$$

（ただし λ は貨幣の限界効用、u^* は間接的効用関数）を与えるので、(28)は

$$\frac{1}{x_i}\,\frac{\partial\pi}{\partial p_i}=\frac{1}{x_j}\,\frac{\partial\pi}{\partial p_j} \tag{30}$$

を導く、すなわち(30)の準最適の条件では、各財の生産量1単位当りについてみた（価格変化に関する）限界利潤がすべての財について均等することが求められる[17]。これが問題の準最適条件を表わす1つの形式である。

さらにこの際、相互に独立した需要関数 $p_i=f_i(x_i)$ を仮定すれば、

$$MR_i=p_i+x_i\frac{\partial p_i}{\partial x_i},$$

が成立し、他方 $\dfrac{\partial\pi}{\partial p_i}=(MR_i-MC_i)\dfrac{dx_i}{dp_i}$ (31)

であるので、(28)、(29)および(31)より

15) Diamond と Mirrlees は、社会的厚生の極大化をある任意の1人の消費者の満足の極大化と同等のものとみなす分析手法を“individualistic”な分析手法と呼ぶ。Cf. Diamond and Mirrlees, *op. cit.*, p. 12.

16) Appendix (ii)をみよ。

17) Baumol and Bradford, *op. cit.*, pp. 268および270.

$$p_i - MC_i = (1+\alpha)(MR_i - MC_i) \tag{32}$$

ただし　$\alpha = \dfrac{\mu}{\lambda}$

の関係が導かれる。かくして準最適は、上記のような仮定の下では、各財の価格と限界費用の差はその生産物の限界収入と限界費用の差に比例する、との結論を導くことになる[18]。

同様に(28)、(29)および(31)より

$$\frac{p_i - MC_i}{p_i} = \frac{1+\alpha}{\alpha} \cdot \frac{1}{\varepsilon_i} \tag{33}$$

を得る。これは前述のボワトー価格(25)に他ならない[19]。

3．その後の展開

その後、“いわゆるラムゼー価格”（＝ボワトー価格）の問題に関していくつかの新たな理論展開がみられる。中でも１つの興味ある分析はこれまで概して経済学の考察の対象外におかれて来た所得分配の問題を explicit な形で取り扱いつつ、社会的な準最適の条件を求める M. S. Feldstein の研究であろう[20]。

いま一方において２財を独占的に生産する公企業が存在し、他方、それらの財は、所得 y を持つ家計により消費され、その場合、伝統的な消費者余剰は一様に

$$S(p_1,\ p_2,\ y) \tag{34}$$

により表わされるとしよう。またこれら家計の所得分配は密度関数 f(y) によ

18) Baumol and Bradford, *op. cit.*, pp. 268および270.

19) Baumol と Bradford はさらに、(28)、(29)および(31)から、準最適における財の需要量は、p＝MC において実現する需要量から一定割合づつ乖離したものである、との結論を引き出す。Cf. B. & B., *op. cit.*, pp. 268および271.

20) M. S. Feldstein, “Distributional Equity and the Optimal Structure of Public Prices,” AER, vol. 62, 1972,pp. 32ff. この論文に関しては山内弘隆氏がすでに言及している。Cf. 山内弘隆、“価格規制における政治経済学的側面”、公益事業研究、第36巻２号、昭和59年12月 pp. 80ff.

り表わされ、問題の社会（母集団）に全体としてＮケの家計が存在するならば、所得 y_0 の近辺には

$$Nf(y_0)dy$$

の家計が存在することになる。さらに所得 y の家計における貨幣の限界効用は所得の関数として一様に $u'(y)$ で表わされ、この限界効用は価格の変化により影響を受けないものと仮定しよう。そうすれば全所得水準を対象として問題の企業が生産する２財についてみた社会的な消費者余剰は一種の期待値として(35)式により表わされるであろう。

$$W=N\int_0^\infty S(p_1,\ p_2,\ y)u'(y)f(y)dy \tag{35}$$

ところで所得 y を持つ家計の財 i の需要量 q_i もまた一様に $q_i(p_1,\ p_2,\ y)$ により表わされるとすれば、全所得水準を対象とした財 i の総需要量は、同様に期待値として

$$Q_i=N\int_0^\infty q_i(p_1,p_2,y)f(y)dy \tag{36}$$

で表わされる。さらに費用関数 $C(Q_1,\ Q_2)$ を仮定すれば利潤制約Ｂを伴う準最適の必要条件は次のラグランジュ形式より得られる。

$$Z=W+\lambda[p_1Q_1+p_2Q_2-C(Q_1,\ Q_2)-B] \tag{37}$$

ところで(29)式に関連してみたように、envelope theorem から求められる結果として、ある商品 i の価格を１ドル値上げする際に、問題の個人の現行の消費量 $q_i\times 1$ ドルの補償を与えるならば、少なくとも問題の個人の満足を現行水準以下に劣悪化させることはない。すなわち Baumol と Bradford の表現を借りれば、この q_i ドルは当面の補償的変化（compensating variation）の下限である[21]。

21) Baumol and Bradtord, *op. cit.*, p. 269. Cf. also H. Mohring, "Alternative Welfare Gain and Loss Measures," Western Economic J., vol. 9, 1971. なお、この場合（B & B）は貨幣の限界効用を考慮していないことに注意を要する。

Feldstein はこの際、特に所得の違いにより補償的変化も変化すると仮定し、問題の q_i ドルそれ自体を所得 y の関数として

$$\frac{\partial S(p_1, p_2, y)}{\partial p_i} = -q_i(y) \tag{38}$$

とおく。かくして(38)を利用し(37)より(35)の準最適の必要条件を求めれば、$\frac{\partial Z}{\partial p_1} = \frac{\partial Z}{\partial p_2} = 0$ より

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial p_1}\right) : -N\int_0^{\infty} q_1(y)u'(y)f(y)dy + \lambda\left\{Q_1 + p_1\frac{\partial Q_1}{\partial p_1} + p_2\frac{\partial Q_2}{\partial p_1} - m_1\frac{\partial Q_1}{\partial p_1} - m_2\frac{\partial Q_2}{\partial p_1}\right\} = 0, \tag{39}$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial p_2}\right) : -N\int_0^{\infty} q_2(y)u'(y)f(y)dy + \lambda\left\{Q_2 + p_1\frac{\partial Q_1}{\partial p_2} + p_2\frac{\partial Q_2}{\partial p_2} - m_1\frac{\partial Q_1}{\partial p_2} - m_2\frac{\partial Q_2}{\partial p_2}\right\} = 0 \tag{40}$$

ただし　$m_i = \frac{\partial C}{\partial Q_i}$

を得る。

Feldstein はこの際分配上の特質として

$$R_i = \frac{N}{Q_i}\int_0^{\infty} q_i(y)u'(y)f(y)dy \tag{41}$$

を定義し、R_i を用いて(39)および(40)を説明する。すなわち補償需要関数の下での代替効果の互換性を利用して(42)式の方程式体系を導く。

$$\begin{aligned} R_1 &= \lambda\left[1 + \epsilon_{11}\left(\frac{p_1 - m_1}{p_1}\right) + \epsilon_{12}\left(\frac{p_2 - m_2}{p_2}\right)\right\}. \\ R_2 &= \lambda\left[1 + \epsilon_{21}\left(\frac{p_1 - m_1}{p_1}\right) + \epsilon_{22}\left(\frac{p_2 - m_2}{p_2}\right)\right\} \end{aligned} \tag{42}$$

ただし　$\epsilon_{ij} = \frac{p_j}{Q_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial p_j}$

もしわれわれはこの際 $X_i=\frac{p_i-m_i}{p_i}$, $G_i=\frac{R_i}{\lambda}-1$ とおけば上式は次のごとくになる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{11}X_1+\epsilon_{12}X_2&=G_1. \\ \epsilon_{21}X_1+\epsilon_{22}X_2&=G_2 \end{aligned} \tag{43}$$

したがって

$$X_1=\frac{\epsilon_{22}G_1-\epsilon_{12}G_2}{D},\qquad X_2=\frac{\epsilon_{11}G_2-\epsilon_{21}G_1}{D} \tag{44}$$

ただし $D=\begin{vmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{vmatrix}$

を得る[22)]。$R_i\neq\lambda$ そして $D\neq 0$ である限り最適な、p_i と m_i の間の相対的乖離 X_i がユニークに決まることになる。

1979年、R. R. Braeutigam は２地点間を結ぶ複数の輸送サービスの市場を前提とし、利潤制約をも満たす準最適の問題を考察した[23)]。この理論展開は、単に複数の輸送サービスの市場が考察の対象となるという意味で興味あるばかりでなく、利潤制約や規模の経済性の有無が各市場における準最適の条件にどのような影響を及ぼすかという点においても興味ある問題である。その主要な内容は以下のごとくである。

いま i 番目の輸送モードに属する輸送業者により輸送される j 番目の商品の輸送量 x_{ij} とその運賃 p_{ij} の間には次の関係が成立するものとする。

$$p_{ij}=p_{ij}(x_{1j}\ x_{2j},\cdots,x_{mj}) \tag{45}$$

ただし　$i=1,\cdots,m\ ;\ j=1,\cdots,n.$

この際、同一モード（i）内の輸送サービスは同質的 (intra-modal homogeneity)

22) Feldstein の説明は X_1/X_2 の比率によるが、われわれはこの際、(43)を新たに設けて X_1, X_2 を独立して求めることにする。Cf. Feldstein, *op. cit.*, p. 34.

23) R. R. Braeutigam, "Optimal Pricing with Intermodal Competition," AER, vol. 69, 1979, pp. 38～49.

であるが、同一商品の輸送であっても輸送モードが異なればサービス内容は分化（intermodal differentiation）するものと仮定する。そしてBraeutigamはとりわけ“弱い粗代替”の前提に立ち

$$\frac{\partial p_{ij}}{\partial x_{kj}}<0 \qquad (i \neq k) \tag{46}$$

を仮定する[24)]。

他方、費用に関しては、輸送モード1のみが費用逓減（規模の経済）の特質を持ち、他のモードについては費用一定が仮定される。

$$\begin{aligned} &C_1=C_1(x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{1n}\ ;\ \text{要素価格}) \\ &S_{ij}=ac_{ij}=mc_{ij}=\text{const.} \quad i=2, \cdots, m\ ;\ j=1, \cdots, n. \end{aligned} \tag{47}$$

Braeutigamはこの際、運賃（価格）変化に伴って発生する所得効果をゼロと仮定して商品 x_{ij} の輸送から発生する総便益（gross benefits）を

$$\begin{aligned} G=\sum_{j=1}^{n}\Big\{&\int_{w=0}^{x_{1j}} p_{1j}(w, o, \cdots, o)\,dw+\int_{w=0}^{x_{2j}} p_{2j}(x_{1j}, w, o, \cdots, o)\,dw \\ &+\cdots+\int_{w=0}^{x_{mj}} p_{mj}(x_{1j}, \cdots, x_{m-1j}, w)\,dw\Big\} \end{aligned} \tag{48}$$

と規定し、総便益から総費用を差し引いた数値を純便益Tと規定する。すなわち

$$T=G-C_1-\sum_{i=2}^{m}\sum_{j=1}^{n} S_{ij}\,x_{ij} \tag{49}$$

である。ところで費用一定の特質を持つ輸送モードにおいては最適運賃において赤字は発生しないが、費用逓減の特質を持つ輸送モード1においては最適運

24) Braeutigamは、“弱い粗代替（weak gross substitutes）”として(46)を前提とするが、何故、弱い粗代替がこの場合に仮定されねばならないかについての説明はない。また粗代替の問題は一般には、超過需要を基礎として競争均衡の安定性が問われるところであるが、彼のこの論文では安定性についての特別な理論展開がなされるわけでもない。要するに(46)の条件を導くために弱い粗代替の仮定を用いているように思われる。

賃の下で正の利潤は保証されない。そこで政府はモード1について利潤制約

$$\sum_{j=1}^{n} p_{1j} x_{1j} - C_1 \geq 0 \tag{50}$$

を課し、その制約の下で純便益の極大化を求めるとすれば、ラグランジュ形式

$$L = G - C_1 - \sum_{i=2}^{m} \sum_{j=1}^{n} S_{ij} x_{ij} + \lambda \left(\sum_{j=1}^{n} p_{1j} x_{1j} - C_1\right) \tag{51}$$

より、極大を保証するクーン・タッカーの条件は、モード1について

$$\begin{aligned} &\frac{\partial L}{\partial x_{1j}} = p_{1j} - \frac{\partial C_1}{\partial x_{1j}} + \lambda \left(\frac{\partial p_{1j}}{\partial x_{1j}} x_{1j} + p_{1j} - \frac{\partial C_1}{\partial x_{1j}}\right) \leq 0, \\ &x_{1j} \geq 0, \\ &x_{1j} \frac{\partial L}{\partial x_{1j}} = 0 \end{aligned} \tag{52}$$

そしてその他の輸送モードについて

$$\begin{aligned} &\frac{\partial L}{\partial x_{ij}} = p_{ij} - S_{ij} + \lambda \left(\frac{\partial p_{1j}}{\partial x_{ij}} x_{1j}\right) \leq 0, \\ &x_{ij} \geq 0, \\ &x_{ij} \frac{\partial L}{\partial x_{ij}} = 0 \end{aligned} \tag{53}$$

（ただし　$i = 2, \cdots, m, \ j = 1, \cdots, n$)

である。

いまとりわけ $x_{1j} > 0$ を前提とすれば、(52)よりすべての j について

$$\left[\frac{p_{1j} - \dfrac{\partial C_1}{\partial x_{1j}}}{p_{1j}}\right] \left[\frac{p_{1j}}{\left(\dfrac{\partial p_{1j}}{\partial x_{1j}}\right) x_{1j}}\right] = -\frac{\lambda}{1+\lambda} \tag{54}$$

が成立する。(54)式の左辺の第2項は需要の価格弾力性に他ならず[25]、

25) $p_{1j} \Big/ \left(\dfrac{\partial p_{1j}}{\partial x_{1j}}\right) x_{1j} = 1 \Big/ \dfrac{x_{1j}}{p_{1j}} \left(\dfrac{\partial p_{1j}}{\partial x_{1j}}\right) = -\eta_{1j}$

$$\left[\frac{p_{1j}-\dfrac{\partial C_1}{\partial x_{1j}}}{p_{1j}}\right]\eta_{1j}=\frac{\lambda}{1+\lambda} \tag{55}$$

とおきかえることができる。(55)式の右辺は j の数値から独立しているので輸送モード1に関しては、運賃弾力性の大きい商品ほど価格と限界費用の間の相対的な乖離は小さくなり、運賃弾力性の小さいものほどこの相対的な乖離が大きくなる、との結論が導かれる。

他方、モード1以外の輸送モードについては $x_{ij}>0$ を前提とすれば、(53)より

$$p_{ij}-S_{ij}=-\lambda\left(\frac{\partial p_{ij}}{\partial x_{ij}}\right)x_{1j} \tag{56}$$

を得る。かくして前述の前提条件(46)の下では、λ および x_{1j} が正である限り

$$p_{ij}>S_{ij},\quad (i\neq 1) \tag{57}$$

が成立する。以上より問題の準最適に関していくつかの推論がなされうる。第1は、輸送モード1の利潤制約を課すことにより、その他の輸送モードの運賃（価格）は自己の限界費用を上回るという意味で、これらの輸送モードに関する経済効率が損われるということ。第2は、しかしながら、その他のモードにおける（限界費用を上回る）高い運賃が、規模の経済を持つ輸送モード1の利用を促進するという意味では社会的効率を高めるということ[26]。したがってこの際の社会的な準最適においては、これら2つの相反する作用がモード1の収支均衡の条件を満たしながらいかにうまくバランスをとるかが問題の核心であるといえる。以上が Braeutigam のいう“全体的規制方式”によるセカンド・ベスト問題（totally regulated second best）の主たる内容である[27]。

---

26) Braeutigam, *op. cit.*, p. 42.

27) Braeutigam はこの全体的規制方式が必要な情報量の大きさを含め、いくつかの実際上の困難な問題を含んでいることを考慮し、$x_{ij}=x_{ij}(x_{1j})$ の関数関係が成立する場合には、輸送モード1のみを規制対象とするより簡単な“部分的規制方式（Partially regulated second best）”が考えられることを指摘する。Cf. Braeutigam, *op. cit.*, pp. 43ff.

以上われわれはまず、交通経済学の分野においてラムゼー価格とはどのような意味にて使用されているか、それに対し1927年、ラムゼー自身が展開したラムゼー価格の理論はどのような内容のものかを考察し、続いてその後約30年を経てボワトーがラムゼーとは別個に展開した準最適の条件はどのようなものであるかをみた。以上の考察から、基本的な内容についてみる限り、われわれが一般に用いる“いわゆるラムゼー価格”なるものは、むしろ“ボワトー価格”と呼ぶ方がより適切ではないかとの疑問を提示した。

続いて一定の利潤制約ないし利潤保証の制約下で社会的に最適な価格決定を求める、いわゆる準最適の条件としてはどのような表示方法が考えられるか、いくつかのバリエイションを考察し、最後に最近の準最適問題として注目すべき２つの研究を検討した。なお、本稿の最後の部分で、1927年のラムゼー自身の提示方法に最も近い形を採りながら、交通サービスへの問題を組み込んだ準最適の価格問題を展開してみようと考えた。この展開は次回にゆずることにしたい。

＜Appendix (i)——(9)の展開＞

(4)より一定の効用水準の下では

$$du=\sum_r \frac{\partial u}{\partial x_r} dx_r=0 \tag{1-1}$$

そして(7)を用いれば (1-1) より

$$\sum_r t_r\, dx_r=0. \tag{1-2}$$

また一定の税収入の下では

$$dR=\sum_r t_r\, dx_r+\sum_r \sum_s x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_s} dx_s=0$$

しかし (1-2) を用いて

$$\sum_r \sum_s x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_s} dx_s = 0 \tag{1-3}$$

さらに、(1-2) より

$$dx_1 = -\left(\frac{t_2}{t_1} dx_2 + \cdots + \frac{t_n}{t_1} dx_n\right) \tag{1-4}$$

これを (1-3) に代入し整理すれば

$$\left\{\sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_1}\left(-\frac{t_2}{t_1}\right) + \sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_2}\right\} dx_2 + \cdots$$

$$+\left\{\sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_1}\left(-\frac{t_n}{t_1}\right) + \sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_n}\right\} dx_n = 0 \tag{1-5}$$

かくして (1-5) が成立するためには

$$\sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_1}\left(\frac{t_2}{t_1}\right) = \sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_2},$$

$$\cdots \tag{1-6}$$

$$\sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_1}\left(\frac{t_n}{t_1}\right) = \sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_n}$$

でなければならない。すなわち

$$\frac{t_1}{\sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_1}} = \frac{t_2}{\sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_2}} = \cdots = \frac{t_n}{\sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_n}} (=k) \tag{1-7}$$

いまこの比率を k に等しいとおけば (1-7) より

$$t_s = k \sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_s} \tag{1-8}$$

両辺に x_s を乗じれば

$$t_s x_s = k \sum_r x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_s} x_s$$

s について加算すれば

$$\sum_s t_s x_s = k \sum_r \sum_s x_r \frac{\partial t_r}{\partial x_s} x_s \qquad (1\text{-}9)$$

しかし（1-9）の左辺は税収Rであるから、

$$\frac{R}{\sum_r \sum_s \frac{\partial t_r}{\partial x_s} x_r x_s} = k \qquad (1\text{-}10)$$

を導く。かくして（1-7）および（1-10）より本文の(9)式が得られる。

<Appendix (ii)—envelope theorem による $\frac{\partial u^*}{\partial p_i} = -\lambda x_i$ の展開>

効用関数 $u = u(x_1, \cdots, x_n)$ および予算制約 $\sum p_i x_i = M$ よりラグランジュ形式

$$L = u(x_1, \cdots, x_n) - \lambda \left(\sum p_i x_i - M\right) \qquad (2\text{-}1)$$

を通して最適条件

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = \lambda p_i \qquad (2\text{-}2)$$

を得る。(2-2) と予算制約より最適解

$$x_i = x_i^*(p_1, \cdots, p_n, M),$$
$$\lambda = \lambda^*(p_1, \cdots, p_n, M)$$

を求め、これを目的関数 u に代入すれば間接的効用関数

$$u^* = u^*(x_1^*(p_1, \cdots, p_n, M), x_2^*(p_1, \cdots, p_n, M), \cdots)$$
$$\text{or} \quad u^* = \phi(p_1, \cdots, p_n, M) \qquad (2\text{-}3)$$

を得る。この最適な u^* はパラメーター p_i およびMの微少の変化に対しどのような変化を示すかをみると（2-3）より

$$\frac{\partial u^*}{\partial p_i} = \sum_j \frac{\partial u^*}{\partial x_j^*} \cdot \frac{\partial x_j^*}{\partial p_i}, \qquad (2\text{-}4)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial M}=\sum_j \frac{\partial u^*}{\partial x_j^*}\cdot\frac{\partial x_j^*}{\partial M} \tag{2-5}$$

ところで（2-2）より $\frac{\partial u}{\partial x_i}=\lambda p_i$ であるから（2-4）および（2-5）は

$$\frac{\partial u^*}{\partial p_i}=\lambda\sum_j p_j\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i}, \tag{2-6}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial M}=\lambda\sum_j p_j\frac{\partial x_j^*}{\partial M} \tag{2-7}$$

とおける。他方、最適解 x_i^* および λ^* を予算制約に代入すれば

$$\sum p_i x_i^*(p_1,\cdots,p_n,M)-M=0 \tag{2-8}$$

これを p_i について微分すれば

$$x_i^*+\sum_j p_j\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i}=0$$

$$\text{or}\quad \sum_j p_j\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i}=-x_i^* \tag{2-9}$$

同様に（2-8）をMについて微分すれば

$$\sum p_i\frac{\partial x_i^*}{\partial M}-1=0$$

$$\text{or}\quad \sum_i p_i\frac{\partial x_i^*}{\partial M}=1 \tag{2-10}$$

かくして（2-9）、（2-10）をそれぞれ（2-6）および（2-7）に代入すれば

$$\frac{\partial u^*}{\partial p_i}=-\lambda x_i^*, \tag{2-11}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial M}=\lambda \tag{2-12}$$

を得る。しかし（2-11）および（2-12）は、結局、ラグランジュ形式を直接パラメーター p_i およびMについて微分して得た結果と同じである。すなわち

$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = -\lambda x_i, \quad \frac{\partial L}{\partial M} = \lambda$$

かくして envelope theorem

$$\frac{\partial u^*}{\partial p_i} = \left(\frac{\partial L}{\partial p_i}\right) = -\lambda x_i^*,$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial M} = \left(\frac{\partial L}{\partial M}\right) = \lambda$$

が導かれる。

（筆者は関西学院大学商学部教授）

<参考文献>

W. J. Baumol and R. D. Willig, "Pricing Issues in the Deregulation of Railroad Rates," in the Economic Analysis of Regulated Markets, 1983.

M. Boiteux, "Sur la gestion des monopoles pulics astreints a l'equilibre budgetaire," Econometrica, vol. 24, 1956.

R. R. Braeutigam, "Optimal Pricing with Intermodal Competition," AER, vol. 69, 1979.

P. A. Diamond and J. A. Mirrlees, "Optimal Taxation and Public Production, I and II," AER, vol. 61, 1971.

M. S. Feldstein. "Distributional Equity and the Optimal Structure of Public Prices," AER, vol. 62,1972.

H. Mohring, "Alternative Welfare Gain and Loss Measures," Western Economic J., vol. 9, 1971.

S. A. Morrison, "The Structure of Landing Fees at Uncongested Airports—an Application of Ramsey Pricing," JTEP, vol. 16, 1982.

F. P. Ramsey, "A Contribution to the Theory of Taxation," Ec. J., vol. 37, 1927.

A. Sandmo, "Optimal Taxation," J. of Public Economics, vol. 6, 1976.

E. Silberberg, The Structure of Economics, Mcgraw-Hill, 1978.

A. Takayama, Mathematical Economics, The Dryden Press, 1974.

根岸　隆、価格と配分の理論、東洋経済、昭和40年。

藪下史郎、"租税の経済学—最適課税理論の展開"、季刊現代経済（臨時増刊）、1982。

山内　隆、"価格規制における政治経済学的側面"、公益事業研究、第36巻、２号、昭和59年。

ヘンダースン・クォント、現代経済学—価格分析の理論、（小宮隆太郎訳）、創文社、昭和36年。