派生需要としての
交通サービスと生産者の最適条件*

丸　茂　　新

はじめに

われわれはすでに他の機会に、派生需要としての交通サービスを消費者の最適行動の選択に組み込む場合、その最適条件はどのようなものか、また本源需要を形成する最終消費財の価格が微少の変化を示すとき、それは派生需要としての交通サービスの需要にどのような影響を及ぼすかを問うた[1)]。本稿は、同じく派生需要としての交通サービスの問題を“生産者”の側に視点を転ずることにより、企業による利潤追求のための最適条件と各種の価格効果の問題を考察するものである。なお経済学の一般理論あるいは交通経済学において派生需要を論ずるとき、それらは概してマーシャルの派生需要論に基礎をおいているとみられるので、われわれはまずマーシャルの派生需要論の概略を説明し、続いて生産の理論として派生需要の問題を取り上げることにする。

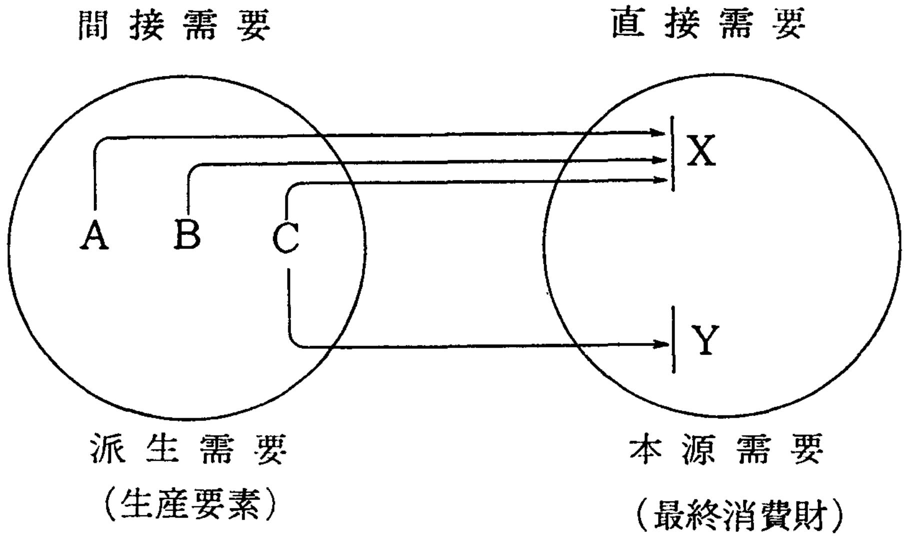
1　マーシャルの派生需要論

かつてマーシャルは、パンのように人間の欲求を直接的に充足する財（あるいはサービス)の需要と、パンを製造するオーヴンのように、人間の欲求を間接的に充足する財（あるいはサービス）の需要を区別し、前者を直接需要（direct

* 本論文の作成にあたっては、本学経済学部の森本好則教授よりいくつかの貴重な助言をいただいた。ここに付記し感謝の意を表します。

1）丸茂新、“派生需要としての交通サービスと消費者行動” 交通学研究、1979年研究年報、日本交通学会、pp. 125 ff。

demand)、後者を間接需要 (indirect demand) ないし派生需要 (derived demand) と呼んだ。マーシャルはさらにこの関係を生産物と生産要素の一般問題に適用して、前者の生産物に対する需要を直接需要、後者の生産要素に対する需要を間接需要と規定した[2)]。マーシャルは続いて問題の生産物を複数のケースに拡大し、また分類の見方をいろいろと変えることにより結合需要 (joint demand)、複合需要 (composite demand) 等の諸概念を導入した。これら各種の需要の関係を図解すれば以下のごとくである[3)]。いま間接需要に対応する用語として直接需要という用語を用い、派生需要に対応するものとして本源需要という用語を用いて最終消費財とその生産に用いられる各種の生産要素の関係をみることにしよう。第1図のケースにおいては、生産要素A、B、Cの複合的投入により複数の最終消費財XとYが生産される。しかしとりわけ最終消費財Xに関しては、この際三つの生産要素がすべて技術的に補完し合う形で需要されており、このような状況において生産要素A、B、Cは財Xの生



第1図

2) Alfred Marshall, Principles of Economics, 8th ed., 1966, p. 316.
3) 最終消費財に対しては consumer's goods, goods of the first order, finished products 等が用いられ、これらを生産する生産要素に対しては producer's goods, goods of the second and higher orders, intermediate goods 等の名称が用いられている。See Marshall, *op. cit.*, p. 316.

産に関して結合需要（joint aemand）の状態にあるといわれる。逆に最終消費財Xの生産は生産要素A、B、Cに関し三種類の独立した派生需要を引き出しているのである。財Xの生産増加は、例外なく、生産要素A、B、Cの投入量の増加を派生させる。なお最終消費財Yは生産要素Cのみから生産される。かくして財Yに関する本源需要は生産要素Cに関してのみ派生需要を引き出す。以上の状況において生産要素Cは財XとYの両者の生産に利用されている。かくして生産要素Cに関しては、最終消費財XとYの生産のための複合需要（composite demand）がみられる。さらにこの際、財XとYが不可欠の生産要素Cの需要に関して相互に強く競争し合うのであれば、財XとYが生産要素Cに関して競争需要（rival or competitive demands）の状態におかれることになる。以上がマーシャルの意味する直接需要と間接需要およびこれらに関連する各種の需要の内容である[4]。

ところでマーシャルの派生需要論における基本的な問題は、すでに他の機会にのべたように、いわゆる派生需要の法則（the law of derived demand）に関する問題と派生需要の価格弾力性の特質に関する問題の2つである。いま問題の本源需要（最終消費財）の需要価格と他のすべての派生需要（生産要素）の供給価格が与えられる時、問題の一派生需要（生産要素）の需要価格は、前者の需要価格から後者の（他のすべての）生産要素の供給価格の総和を差し引くことにより求められるというのがマーシャルの派生需要の法則の内容である[5]。また派生需要の価格弾力性については次の四つの特質を指摘した。いわゆるフリードマンのいう派生需要の弾力性に関する四つの原理である[6]。すなわち、

（i）問題の派生需要としての生産要素が、問題の本源需要（最終消費財）の生産にとり技術的にも経済的にも不可欠（essential）であれば、それだ

---

4) See Marashll, *op. cit.*, p. 321.

5) いまナイフの本源的需要関数を $p_0=F(x)$ とし、ナイフの刃（blade）の供給価格関数を $ps^b=\phi_2(x)$ とすれば、ナイフの柄（handle）に関する派生需要の価格は $p_d{}^h=F(x)-\phi_2(x)$ により与えられるというものである。See Marshall, *op. cit.*, p. 701.

6) M. Friedman, Price Theory : A Provisional Text, rev. ed., 1968, pp. 148—151.

け問題の派生需要の弾力性は小さい。

(ii) 本源需要の弾力性が小さければ、それだけ問題の派生需要の弾力性も小さい。

(iii) 他の派生需要の供給価格の増加率が大きければ、それだけ問題の派生需要の弾力性は小さい。

(iv) 本源需要の需要価格に対する、問題の派生需要の需要価格の比率が小さければ、それだけ問題の派生需要の弾力性は小さい[7)]。

マーシャルによる派生需要の分析は以上のような派生需要（関数）の導出と派生需要の価格弾力性に関する一般原則の提示をその主たる内容とするものであった。そしてこの二点に関する問題は、M.フリードマンあるいはG.J.スティグラーに代表されるその後の価格論における派生需要についての基本的な説明でもある。同時に応用経済学としての交通論の分野において交通サービスを派生需要として理解する場合の一つの基本的説明でもある。

2 交通サービスと生産者の最適条件

マーシャルは以上のように“最終消費財”から引き出される派生需要に関して重要な分析を行なったが、われわれはとりわけ“生産要素”に関わる派生需要としての交通サービスの問題をエクスプリシットに取り上げ、その場合の最適条件と各種の価格効果を考察することにする。

ところで伝統的な生産の理論において生産要素に対する需要は、一般に本源需要としての最終消費財に対する需要から引き出される派生需要として理解される。同じくわれわれが問題とする生産要素に関わる交通サービスも派生需要であるが、これは“生産要素”に対する需要から引き出される派生需要であり、いわば“派生の派生”、すなわち二次的な派生需要である。われわれはこの際、前者の本源需要から直接引き出される生産要素に関する需要を一次的派生需要と称し、二次的派生需要と一応区別することにしよう。各種の生産要素を用い

7) 以上の弾力性に関する数学的説明については Marshall, *op. cit.*, pp. 701—702 および丸茂新、前掲書（1979年研究年報）pp. 125—128 を参照のこと。

て特定の最終消費財が生産される限り、そこでは常に一次的派生需要として各種の生産要素が需要される。そしてその場合、生産の現場と生産要素の存在する場が同一でないならば、そこには常に二次的派生需要として問題の交通サービスが需要される。しかし、無空間を前提とする伝統的な生産関数においては、問題の二次的派生需要としての交通サービスは考慮外におかれて来た。他面、伝統的な生産関数は完全な連続的可変性と代替性を有する複数の生産要素と生産物の間の数量的関係として規定され、そしてその場合、一般に、各生産要素に固有の、正の限界生産力が仮定されて来た。ところで今回の、二次的派生需要に関するわれわれの問題は、以上のような無空間を前提とし、連続的な代替性と正の限界生産力を仮定する旧来の生産関数を用いつつ、その際そこに含まれる独立変数を一つ追加するという形では処理できない。一次的派生需要としての、旧来の意味における生産要素と二次的派生需要としての、これら生産要素に関わる交通サービスは相互に異質のものであり、したがって後者については、伝統的な生産関数とは別に新たな派生需要関数と称すべきものを仮定することにより、問題の二次的派生需要をより適切に取り扱うことができる。いま一般的な生産の短期分析に限って現実の生産行為を考えるならば、複数の生産要素を用いて特定の財を生産する時、問題の生産要素は可変的な生産要素 v_i と非可変的な生産要素 K_i に分かれるであろう。一般に原料とか労働力は前者に属し、特定の生産容量を持つ機械設備とか一定の広さを持つ土地等は後者のグループに入るであろう。ところで生産要素の輸送に必要な交通サービスを考える時、それが幹線から私線あるいは私道として自己の工場に引き込まれた鉄道とか自動車道のような広義の交通サービスは非可変的な生産要素と考えられるであろうが、他面、カー・ロードあるいはトラック・ロードのような狭義の交通サービスは可変的な生産要素とみなされるであろう。しかし、カー・ロードあるいはトラック・ロードの交通サービスは可変的な生産要素であるとしても、これは一般の原料とか労働力と同質の可変的生産要素ではない。すなわち、原料とか労働力は通常の生産領域において、他の生産要素を一定にして自己の生産要素の投入量を若干増やす時、これは正の限界生産力を有すると期待され

るが、“純粋な” カー・ロードあるいはトラック・ロード（空車）を一単位追加しても、これはそれ自体、何等の生産物の増加をもたらさない。労働力の投入量を一定にして原料の投入量を若干増やす時、それは通常、生産量の増加をもたらすことが期待されるであろうし、また原料の投入量を一定にして、労働力の投入を若干増やす時、“より入念に（mit großer Sorgfalt)” 作業が行なわれて原料損失が減少し、これが生産の増加をもたらすであろう[8)]。他方、トラックあるいは車両の投入量を増やして、それが生産増加につながるのは、実は追加的な交通サービスにより利用可能となった原料あるいは労働力の追加分が直接的に生産の増加を与えるからであり、純粋な交通サービスそのものの結果ではない。換言すれば純粋な交通サービスはそれ自身の、直接的な限界生産力というものを持たない。また原料や労働力の追加分は恐らく追加的な交通サービスの投入をもたらすであろうが、追加的な交通サービスは必らずしも追加的な原料や労働力の投入をもたらさないであろう。しかし現実の問題として、広義あるいは狭義の交通サービスの投入がなければ原料あるいは労働力の、生産現場における投入は行なわれ得ない。その意味で交通サービスは、前者の可変的要素に対し重要な補完作用を果たしている。いうまでもなくこの補完作用は、生産者にとり不可欠の補完作用である。しかし、問題の交通サービスが原料や労働力と同等の（直接的な）限界生産力を持たない限り、たとえそれが可変的な生産要素とみなされても、それを原料や労働力と共に一つの生産関数の中に含めることは無理であろう。かくしてわれわれは、以下の展開において、生産要素から派生する交通サービスに関する需要を、一般の生産関数から独立した独自の派生需要関数として取り扱うことにする。

いまある生産者が完全な数量調節者として、最終消費財Xの特定量xを(1)式の生産関数に基づいて特定の地点で生産を行うと仮定する。なおこの際、v_1

8) s. Erich Schneider, Einführung in die Wirtschaftstheorie, II, Teil : Wirtschaftspläne und Wirtschaftliches Gleichgewicht in der Verkehrswirtschaft, Tübingen, 1960, ss. 169—170 ; E. シュナイダー、経済理論入門（山川義雄・大和瀬達二訳）昭和41年、pp. 179—180。

と v_2 は前述の一次的派生需要としての生産要素である。さらに問題の生産要素 v_1 および v_2 の投入は、二次的派生需要としての交通サービスを(2)式の関係で必要とすると仮定しよう。そうすればこの生産者にとって総費用は(3)式で表わされるであろう。

$$x=f(v_1, v_2), \tag{1}$$

$$t=\phi(v_1, v_2), \tag{2}$$

$$TC=\pi_1 v_1+\pi_2 v_2+\pi_t t+K \tag{3}$$

ただし、π_i は i 番目の生産要素の価格（一定）であり、π_t は問題の生産要素の派生需要として必要な交通サービスの一単位（e. g. トン・キロ）当りの運賃率（一定）であり、さらにKは固定費（一定）である。さらにこの企業の利潤は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} NR&=TR-TC \\ &=p\cdot f(v_1, v_2)-(\pi_1 v_1+\pi_2 v_2+\pi_t t+K) \end{aligned} \tag{4}$$

(2)式を用いて極大利潤の必要条件を求めると、

$$dNR=\left(p\frac{\partial f}{\partial v_1}-\pi_1-\pi_t\frac{\partial\phi}{\partial v_1}\right)dv_1+\left(p\frac{\partial f}{\partial v_2}-\pi_2-\pi_t\frac{\partial\phi}{\partial v_2}\right)dv_2=0 \tag{5}$$

すなわち、

$$p\frac{\partial f}{\partial v_1}=\pi_1+\pi_t\frac{\partial\phi}{\partial v_1}, \tag{6}$$

$$p\frac{\partial f}{\partial v_2}=\pi_2+\pi_t\frac{\partial\phi}{\partial v_2} \tag{7}$$

の二式が導かれる。この二式は二次的派生需要として交通サービスの投入を考慮する場合の、問題の企業にとっての最適条件であり、この条件は“生産要素”を通してみた限界収入が、同じく“生産要素”を通してみた限界総費用（限界要素費用＋限界輸送費用）に均等すべきことを示している。

(6)、(7)の条件は次のようにおくこともできる。

$$\frac{f_1}{\pi_1+\pi_t\phi_1}=\frac{f_2}{\pi_2+\pi_t\phi_2} \tag{8}$$

ただし、$f_1=\frac{\partial f}{\partial v_1}$, $f_2=\frac{\partial f}{\partial v_2}$, $\phi_1=\frac{\partial \phi}{\partial v_1}$, $\phi_2=\frac{\partial \phi}{\partial v_2}$.　このことは、(6)、(7)により経済的に極大利潤が保証される生産条件の下では、技術的にも最も能率的な生産が行なわれなければならないことを示しているといえよう[9)]。

次に問題の企業が極大利潤を得るための充分条件を考えてみよう。(5)について再度、全微分を求めると、

$$d^2NR=d(dNR)$$
$$=p\cdot d(f_1)dv_1+p\cdot d(f_2)dv_2-\pi_t\{d(\phi_1)dv_1+d(\phi_2)dv_2\} \qquad (9)$$

それ故、

$$d^2NR=(pf_{11}-\pi_t\phi_{11})dv_1{}^2+2(pf_{12}-\pi_t\phi_{12})dv_1dv_2+(pf_{22}-\pi_t\phi_{22})dv_2{}^2 \qquad (10)$$

(ただし、$\frac{\partial}{\partial v_j}\left(\frac{\partial f}{\partial v_i}\right)=f_{ij}$, $\frac{\partial}{\partial v_j}\left(\frac{\partial \phi}{\partial v_i}\right)=\phi_{ij}$ そして $f_{ij}=f_{ji}$, $\phi_{ij}=\phi_{ji}$) (10)式で表わされる二次形式において $d^2NR<0$ であるための条件は次の三つの式により表わされる[10)]。

$$\alpha_{11}=pf_{11}-\pi_t\phi_{11}<0, \qquad (11)$$
$$\alpha_{22}=pf_{22}-\pi_t\phi_{22}<0 \qquad (12)$$

および

$$\alpha_{11}\cdot\alpha_{22}>\alpha_{12}{}^2 \qquad (13)$$

(ただし、$\alpha_{12}=pf_{12}-\pi_t\phi_{12}$)

これら三つの条件は後の展開において重要な意味を持つ。(11)と(12)は共に、

9) 一定の総費用、$TC^\circ=\pi_1v_1+\pi_2v_2+\pi_tt+K$ の下で生産量 $x=f(v_1, v_2)$ を極大にするためには、ラグランジュ形式、$L=f(v_1, v_2)-\mu(\pi_1v_1+\pi_2v_2+\pi_tt+K-TC^\circ)$ について $\frac{\partial L}{\partial v_1}=\frac{\partial L}{\partial v_2}=0$ でなければならない。i.e. (2)を考慮して $\frac{\partial f}{\partial v_1}=\mu\left(\pi_1+\pi_t\frac{\partial t}{\partial v_1}\right)$ (i) および $\frac{\partial f}{\partial v_2}=\mu\left(\pi_2+\pi_t\frac{\partial t}{\partial v_2}\right)$ (ii). かくして(i)、(ii)の条件を辺々割ることにより(8)を導くことができる。

10) 一般に二次形式、$Y=AX^2+2BXY+CY^2$ は
$$Y=A\left(X+\frac{B}{A}Y\right)^2+\frac{AC-B^2}{A}$$
とおける。かくしてYが negative definite であるためには $A<0$、$AC-B^2>0$ でなければならず、これより $A<0$、$C<0$、$AC>B^2$ の三つの条件が導かれる。

各生産要素について求められる限界収入の直接的な増加率は、その生産要素の直接的な限界輸送費用の増加率よりも小でなければならないことを意味し、また(13)はこれら二つの直接的な増加率と交叉的な増加率の間に求められる特殊な関係を規定している。

3　価格変化とその効果

(i)　本源需要の価格変化とその効果

さて次ぎに、(6)および(7)により求められる一次的派生需要としての各生産要素の最適量は、本源需要としての最終消費財の価格の変化によりどのような影響を受けるかをみてみよう。そのためにまず、問題の生産要素およびその派生需要としての交通サービスの需要量は、共に(14)に示されるように、各生産要素の価格 π_i、交通サービスの運賃率 π_t、および最終消費財の価格 p に依存する形で需要されると仮定しよう[11]。すなわち、

$$
\begin{aligned}
v_1 &= g_1(\pi_1, \pi_2, \pi_t, p),\\
v_2 &= g_2(\pi_1, \pi_2, \pi_t, p)
\end{aligned}
\qquad (14)
$$

そして、$t=\phi(v_1, v_2)$

$$
\begin{aligned}
&= \phi(g_1, g_2)\\
&= g_t(\pi_1, \pi_2, \pi_t, p)
\end{aligned}
$$

いま(6)、(7)の最適条件が満たされる状況において、本源需要としての最終消費財の価格 p に微少の変化が与えられるとしよう。そうすればこの p の微

11) 生産要素の需要関数は、伝統的な生産の理論においては、一般に次の三つのいずれかにより表現されている。

イ) $v_i = f_i^1(\pi_i, \pi_j, x)$　　(x は生産物の産出量)
ロ) $v_i = f_i^2(\pi_i, \pi_j, \mu)$　　(μ は生産物 x の総費用)
ハ) $v_i = f_i^3(\pi_i, \pi_j, p)$　　(p は生産物 x の価格)

かつて J. L. Mosak はロ)の方式を採用して“生産の一般理論”を展開した。しかしわれわれはこの際、Henderson と Quandt にしたがってハ)の形式を採用することにする。See E. Schneider, *op. cit.*, s. 190, (山川, 大和瀬訳 pp. 200—201); J. L. Mosak, “Interrelations of Production, Price and Derived Demand,” J. of Pol. Eco., vol. 46, 1938, pp. 767 ff; J. M. Henderson and R. E. Quandt, Microeconomic Theory: A Mathematical Approach, 1958, p. 107, 現代経済学(小宮隆太郎訳)、昭和36年、p. 152。

少の変化は次の二式を導く。

$$\mathrm{dp}\cdot f_1+p\cdot d(f_1)-\pi_t\cdot d(\phi_1)=0,$$
$$\mathrm{dp}\cdot f_2+p\cdot d(f_2)-\pi_t\cdot d(\phi_2)=0 \tag{15}$$

(1)、(2)を用いて展開すれば、

$$(pf_{11}-\pi_t\phi_{11})dv_1+(pf_{12}-\pi_t\phi_{12})dv_2=-dp\cdot f_1$$
$$(pf_{21}-\pi_t\phi_{21})dv_1+(pf_{22}-\pi_t\phi_{22})dv_2=-dp\cdot f_2 \tag{16}$$

(16)の二式を辺々 dp で割り、$\dfrac{dv_1}{dp}=\dfrac{\partial v_1}{\partial p}$とおくと、

$$\left.\begin{aligned}(pf_{11}-\pi_t\phi_{11})\frac{\partial v_1}{\partial p}+(pf_{12}-\pi_t\phi_{12})\frac{\partial v_2}{\partial p}=-f_1,\\(pf_{21}-\pi_t\phi_{21})\frac{\partial v_1}{\partial p}+(pf_{22}-\pi_t\phi_{22})\frac{\partial v_2}{\partial p}=-f_2\end{aligned}\right. \tag{17}$$

を得る。(17)の連立方程式を$\dfrac{\partial v_1}{\partial p}$について解き、最終消費財の価格変化が各生産要素の最適投入量に及ぼす価格効果をみると次のごとくである。

$$\frac{\partial v_1}{\partial p}=\frac{-1}{D}\begin{vmatrix} f_1 & \alpha_{12}\\ f_2 & \alpha_{22}\end{vmatrix}=\frac{-1}{D}(f_1\alpha_{22}-f_2\alpha_{12}), \tag{18}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial p}=\frac{-1}{D}\begin{vmatrix} \alpha_{11} & f_1\\ \alpha_{21} & f_2\end{vmatrix}=\frac{-1}{D}(f_2\alpha_{11}-f_1\alpha_{21}) \tag{19}$$

ただし、Dは行列式

$$D=\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{vmatrix} \tag{20}$$

であり、安定条件(13)から $D>0$ である。かくして(18)および(19)から

$$f_1\alpha_{22}-f_2\alpha_{12}\lesseqgtr 0 \longrightarrow \frac{\partial v_1}{\partial p}\gtreqless 0, \tag{21}$$

$$f_2\alpha_{11}-f_1\alpha_{21}\lesseqgtr 0 \longrightarrow \frac{\partial v_2}{\partial p}\gtreqless 0 \tag{22}$$

の関係が導かれれる。いま各生産要素の限界生産力が正であると仮定すれば、(11)、(12)の安定条件から、とくに $\alpha_{12}(=\alpha_{21})>0$ の場合には常に $\dfrac{\partial v_1}{\partial p}>0$, $\dfrac{\partial v_2}{\partial p}>0$ であるといえる。この点をより詳細にみれば、ヤングの定理を用い

て、

$$\alpha_{12}=\frac{\partial}{\partial v_2}\left(p\frac{\partial x}{\partial v_1}-\pi_t\frac{\partial t}{\partial v_1}\right)=\frac{\partial}{\partial v_1}\left(p\frac{\partial x}{\partial v_2}-\pi_t\frac{\partial t}{\partial v_2}\right)=\alpha_{21}$$

であるから、生産要素についての限界収入から限界輸送費用を差し引いた差額の交叉増加率が正である場合には、常に、問題の最終消費財の価格変化と、その一次的な派生需要としての生産要素の投入量の変化は同一の方向をとるといえる。$\left(\frac{\partial v_1}{\partial p}>0\right)$

ところで同じく最終消費財の価格が微少の変化を示す場合、これは二次的派生需要としての交通サービスの最適投入量にどのような影響を及ぼすかをみると、(2)と(14)から次式を得る。

$$\frac{\partial t}{\partial p}=\frac{\partial \phi}{\partial v_1}\cdot\frac{\partial v_1}{\partial p}+\frac{\partial \phi}{\partial v_2}\cdot\frac{\partial v_2}{\partial p} \tag{23}$$

(23)に(18)と(19)を代入すれば、

$$\frac{\partial t}{\partial p}=\frac{-1}{D}\{\phi_1(f_1\alpha_{22}-f_2\alpha_{12})+\phi_2(f_2\alpha_{11}-f_1\alpha_{21})\} \tag{24}$$

あるいは、

$$\frac{\partial t}{\partial p}=\frac{-1}{D}\{f_1(\phi_1\alpha_{22}-\phi_2\alpha_{21})+f_2(\phi_2\alpha_{11}-\phi_1\alpha_{12})\} \tag{24'}$$

を導く[12]。生産要素についての限界生産力(f_i)および限界交通投入量(ϕ_i)は共に正であるとの一応妥当な前提の下では、(21)および(22)に関してのべたのと同一の結論が$\frac{\partial t}{\partial p}$についても成立する。すなわち、生産要素についての限界収入から限界輸送費用を差し引いた差額の交叉増加率が正ならば ($\alpha_{12}=\alpha_{21}>0$)、最終生産物の価格の上昇は、二次的派生需要としての、(生産要素に関わる派生需要としての) 交通サービスの需要の増加をもたらすといえる。すなわち $\alpha_{12}=\alpha_{21}>0$ なら常に$\frac{\partial t}{\partial p}>0$である。このことは、前述の$\frac{\partial v_1}{\partial p}>0$から自ずと

12) (24)′ を導いたのは後述の(34)式との関係を考慮したからである。

導かれる結論でもある。

（ii）　一次的派生需要の価格変化とその効果

次に一次的派生需要としての生産要素の価格 π_1 がわずかばかり変化した場合の価格効果をみてみよう。まず π_1 のみを変化させてみる。(6)、(7)について必要な全微分を求めると、

$$\begin{aligned} pd(f_1) &= d\pi_1 + \pi_t d(\phi_1), \\ pd(f_2) &= \pi_t d(\phi_2) \end{aligned} \tag{25}$$

すなわち、

$$\begin{aligned} (pf_{11} - \pi_t\phi_{11})dv_1 + (pf_{12} - \pi_t\phi_{12})dv_2 &= d\pi_1, \\ (pf_{21} - \pi_t\phi_{21})dv_1 + (pf_{22} - \pi_t\phi_{22})dv_2 &= 0 \end{aligned} \tag{26}$$

(26)の辺々を $d\pi_1$ で割り $\frac{dv_1}{d\pi_1} = \frac{\partial v_1}{\partial \pi_1}$ とおくと、

$$\begin{aligned} \alpha_{11}\frac{\partial v_1}{\partial \pi_1} + \alpha_{12}\frac{\partial v_2}{\partial \pi_1} &= 1, \\ \alpha_{21}\frac{\partial v_1}{\partial \pi_1} + \alpha_{22}\frac{\partial v_2}{\partial \pi_1} &= 0 \end{aligned} \tag{27}$$

この連立方程式を解くことにより次の二つの価格効果を得る。

$$\frac{\partial v_1}{\partial \pi_1} = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & \alpha_{12} \\ 0 & \alpha_{22} \end{vmatrix} = \frac{\alpha_{22}}{D}, \tag{28}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial \pi_1} = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} \alpha_{11} & 1 \\ \alpha_{21} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\alpha_{21}}{D} \tag{29}$$

安定条件(12)から、(28)は常に負$\left(\frac{\partial v_1}{\partial \pi_1} < 0\right)$であるが、交叉的な価格効果$\frac{\partial v_2}{\partial \pi_1}$の符号は、前述の生産要素についてみた限界収入から限界輸送費用を差し引いた差額の、交叉的増加率 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ の正、負によりきまるといえる。前述の場合に仮定した $\alpha_{12} = \alpha_{21} > 0$ のケースでは常に$\frac{\partial v_2}{\partial \pi_1} < 0$ の結果を導くであろう。

生産要素の価格 π_2 のみを変化させる場合は、上と同様の操作を経て次の二つの価格効果を与える[13)]。すなわち、

$$\frac{\partial v_1}{\partial \pi_2}=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} 0 & \alpha_{12} \\ 1 & \alpha_{22} \end{vmatrix}=-\frac{\alpha_{12}}{D}, \tag{28'}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial \pi_2}=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} \alpha_{11} & 0 \\ \alpha_{21} & 1 \end{vmatrix}=\frac{\alpha_{11}}{D} \tag{29'}$$

ところで、(2)と(14)から一次的派生需要の価格変化の、二次的派生需要としての交通サービスの需要に及ぼす影響は次のごとくである。

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_1}=\phi_1\frac{\partial v_1}{\partial \pi_1}+\phi_2\frac{\partial v_2}{\partial \pi_1}, \tag{30}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_2}=\phi_1\frac{\partial v_1}{\partial \pi_2}+\phi_2\frac{\partial v_2}{\partial \pi_2} \tag{31}$$

これら二つの式に (28)、(28)′、(29)、(29)′ を代入すれば、これら二つの価格効果は、

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_1}=\frac{1}{D}(\phi_1\alpha_{22}-\phi_2\alpha_{21}), \tag{32}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_2}=\frac{1}{D}(\phi_2\alpha_{11}-\phi_1\alpha_{12}) \tag{33}$$

として表わされる。この際、興味あることに(32)と(33)を用いて、前述の最終消費財の価格変化が与える、二次的派生需要としての価格効果 (24′) を表わすと、

$$\frac{\partial t}{\partial p}=-\left(f_1\frac{\partial t}{\partial \pi_1}+f_2\frac{\partial t}{\partial \pi_2}\right) \tag{34}$$

という新たな式が導かれる。(34)はさらに後述の(43)を導くことになる。すでに触れた問題の交叉増加率 $\alpha_{12}=\alpha_{21}>0$ の場合には、(32)と(33)から $\frac{\partial t}{\partial \pi_1}<0$,

13) この場合、必要な全微分は(25)と異なり次の形をとる。

$$pd(f_1)=\pi_t d(\phi_1)$$
$$pd(f_2)=d\pi_2+\pi_t d(\phi_2)$$

そして問題の二つの未知数、$\frac{\partial v_1}{\partial \pi_2}$, $\frac{\partial v_2}{\partial \pi_2}$は次の連立方程式の解として与えられる。

$$\alpha_{11}\frac{\partial v_1}{\partial \pi_2}+\alpha_{12}\frac{\partial v_2}{\partial \pi_2}=0,$$

$$\alpha_{21}\frac{\partial v_1}{\partial \pi_2}+\alpha_{22}\frac{\partial v_2}{\partial \pi_2}=1$$

$\frac{\partial t}{\partial \pi_2}<0$ が導かれ、これはまた(34)を通して前述の結論$\frac{\partial t}{\partial p}>0$ に導く。

(iii) 二次的派生需要の価格変化とその効果

最後に生産要素の派生需要としての交通サービスの運賃率が微少の変化を示すとき、これが問題の交通サービスの最適投入量にどのような影響を及ぼすかをみてみよう。いうまでもなく π_t の変化は、単に自己の交通サービスの需要量 t への直接的な影響を与えるだけでなく、(14)を通して明らかなように、他のすべての生産要素の需要量に及ぼす複合的な影響力を持つ。そこでまず最適条件(6)、(7)に関し必要な全微分を求めると、

$$pd(f_1)=d\pi_t\cdot\phi_1+\pi_t\cdot d(\phi_1),$$

$$pd(f_2)=d\pi_t\cdot\phi_2+\pi_t\cdot d(\phi_2) \tag{35}$$

それ故、

$$\alpha_{11}\frac{\partial v_1}{\partial \pi_t}+\alpha_{12}\frac{\partial v_2}{\partial \pi_t}=\phi_1,$$

$$\alpha_{21}\frac{\partial v_1}{\partial \pi_t}+\alpha_{22}\frac{\partial v_2}{\partial \pi_t}=\phi_2 \tag{36}$$

この連立方程式を解くと次の二式を得る。

$$\frac{\partial v_1}{\partial \pi_t}=\frac{1}{D}\begin{vmatrix}\phi_1 & \alpha_{12}\\ \phi_2 & \alpha_{22}\end{vmatrix}=\frac{1}{D}(\phi_1\alpha_{22}-\phi_2\alpha_{12}), \tag{37}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial v_t}=\frac{1}{D}\begin{vmatrix}\alpha_{11} & \phi_1\\ \alpha_{21} & \phi_2\end{vmatrix}=\frac{1}{D}(\phi_2\alpha_{11}-\phi_1\alpha_{21}) \tag{38}$$

(37)、(38)は前述の $\alpha_{12}=\alpha_{21}>0$ の場合には、常に$\frac{\partial v_1}{\partial \pi_t}<0$, $\frac{\partial v_2}{\partial \pi_t}<0$ である。

他方、(2)より

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_t}=\phi_1\frac{\partial v_1}{\partial \pi_t}+\phi_2\frac{\partial v_2}{\partial \pi_t} \tag{39}$$

が導かれるので、(39)に(37)および(38)を代入すれば、

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_t}=\frac{1}{D}\{\phi_1(\phi_1\alpha_{22}-\phi_2\alpha_{12})+\phi_2(\phi_2\alpha_{11}-\phi_1\alpha_{21})\}$$

$$=\frac{1}{D}(\phi_1^2\alpha_{22}-2\phi_1\phi_2\alpha_{12}+\phi_2^2\alpha_{11}) \tag{40}$$

を得る。われわれが問題にしてきた交叉増加率 $\alpha_{12}=\alpha_{21}>0$ のケースでは安定条件(11)と(12)の関係から、その場合には常に $\frac{\partial t}{\partial \pi_t}<0$ の結果を与えることを知る。

なお(32)、(33)を用いて(40)を表わせば次のような新たな式が導かれる。

$$\frac{\partial t}{\partial \pi_t}=\phi_1\frac{\partial t}{\partial \pi_1}+\phi_2\frac{\partial t}{\partial \pi_2} \tag{41}$$

かくして(39)と(41)から、第一次派生需要と第二次派生需要の最適量の間には、

$$\frac{\partial v_1}{\partial \pi_t}=\frac{\partial t}{\partial \pi_1} \tag{42}$$

の関係が導かれる[14)]。

さらに(42)を用いて本源需要と第二次派生需要の最適量の間の関係をみると、(34)より

$$\frac{\partial t}{\partial p}=-\left(f_1\frac{\partial t}{\partial \pi_1}+f_2\frac{\partial t}{\partial \pi_2}\right)$$

$$=-\left(\frac{\partial x}{\partial v_1}\cdot\frac{\partial v_1}{\partial \pi_t}+\frac{\partial x}{\partial v_2}\cdot\frac{\partial v_2}{\partial \pi_t}\right)$$

それ故、$\frac{\partial t}{\partial p}=-\frac{\partial x}{\partial \pi_t}$ (43)

の関係が導かれる[15)]。

おわりに

以上われわれは、まずマーシャルの派生需要論の概略をのべ、続いて生産要素に関わる交通サービスを組み込んだ場合の、企業にとっての最適条件を求め、最後に比較静学の問題として各種の価格変化とその効果を理論的に考察した。とくに最後の問題については、本源需要の価格、一次的派生需要の価格および二次的派生需要の価格という三種類の価格変化についてそれぞれの価格効果を

14) (42)の関係はすでに、(32)と(37)、(33)と(38)の関係により保証されていることが分かる。

15) 関係式(43)の導出については、森本好則教授に負うところ大である。

求め、同時にそれらの間の相互関連に言及した。

（筆者は関西学院大学商学部教授・交通論担当）

＜参考文献＞

Allen, R. G. D., Mathematical Analysis for Economists, 1956.

Friedman, M., Price Theory : A Provisional Text, rev. ed., 1968.

Henderson, J. M., and R. E. Quandt, Microeconomic Theory ; A Mathematical Approach, 1958 ; 現代経済学（小宮隆太郎訳）昭和36年。

Hicks, J. R., Value and Capital, 2nd ed., 1957.

Mosak, J. L., "Interrelations of Production, Price and Derived Demand," J. of Pol. Eco., vol. 46, 1938.

Schneider, E., Einführung in die Wirtschaftstheorie, II Teil 1963 ; 経済理論入門（山川義雄・大和瀬達二訳）、昭和41年。

Stigler, G. J., The Theory of Price, 3rd ed., 1967.

Yamane, T., Mathematics for Economists, 2nd ed., 1968.

岡野行秀・山田浩之編、交通経済学講義、1974。

榊原胖夫、交通の経済理論、1967。

安井琢磨、"生産者選擇の一般理論" 経済学論集第九巻、昭和14年。

丸茂新、"派生需要としての交通サービスと消費者行動" 1979年研究年報、日本交通学会、1979。