

中央銀行の出口戦略と信認

— マネタリーベースを縮小する場合の分析 —

Central Bank Exit Strategies and Credibility:

The Case of Shrinking the Monetary Base

田 中 敦

In this paper, the problem of credibility that a central bank might face when exiting unconventional monetary policy is examined. When doing so, a central bank shrinks the monetary base, which might deteriorate the bank's financial condition and thus jeopardize its credibility. This paper develops a dynamic optimization model of a central bank and examines whether shrinking the monetary base is feasible or not by checking the transversality condition. To decrease the monetary base, the bank has two alternative exit strategies: changing its assets and changing its liabilities. Our analysis shows that the transversality condition may not be satisfied when a bank takes the exit strategy of changing its liabilities.

Atsushi Tanaka

JEL : E5

キーワード : 中央銀行、出口戦略、信認、非伝統的金融政策、量的緩和

Keywords : central bank, exit strategy, credibility, unconventional monetary policy, quantitative easing

1. はじめに

本稿では、非伝統的金融政策の出口において、中央銀行の信認が傷つけられる可能性を分析し、出口戦略を成功させるために必要な条件を考察する。そのために、中央銀行の動学的最適化モデルを提示して分析を進める。

日本では1990年頃にバブルが崩壊して以来、長期的な景気低迷が続き、ゼ

ロ金利制約に陥った日本銀行は非伝統金融政策を実施してきた。その後、2008年のリーマンショックの影響を受けた各国の中央銀行も、非伝統的金融政策を実施し始めた。非伝統的金融政策の具体的な内容はさまざまであり、中央銀行によって内容が一部異なっている。しかし、どの国においても共通の施策として、中央銀行のバランスシートを大きく拡大させて大量の資金供給を図っていることが挙げられよう。

このような非伝統的金融政策は、景気回復とともにその役割を終えることとなる。そのとき、膨張した資金供給量をスムーズに縮小できるのかどうか重要な課題となっている。資金を吸収する時期や利用可能な手段を検討することも重要であるが、出口において中央銀行の財務状況が悪化して信認が傷つけられる恐れも指摘されている。

非伝統的金融政策がどのように効果を発揮するのか、その有効性を巡っては多くの先行研究が理論的・実証的な分析を行ってきた。しかし、中央銀行の財務状況と信認との関係を明らかにする研究は少なく¹⁾、非伝統的金融政策の出口における信認の問題は、多くの文献ではそのような問題があることを指摘するにとどまっている。

そこで本稿では、非伝統的金融政策の出口において中央銀行が取りうる戦略と、それが信認に及ぼす影響について理論モデルを用いて考察する。このような研究として Tanaka [2014] があるが、ここでは資金供給の増大を止めて一定水準に維持する戦略が考察された。本稿では同様のモデルを用いて、資金供給を縮小させる戦略を考察する。

まず第 2 節において、非伝統的金融政策の出口において中央銀行の信認がどのように傷つけられる可能性があるかを、先行研究や過去の経験から考察する。つぎに第 3 節において、中央銀行がマネタリーベースを縮小するときの動学的な最適化行動を示すモデルを提示し、第 4 節で信認が傷つけられずに出口戦略が成功する条件をモデルから考察する。最後に、第 5 節で本稿での議論をまとめる。

1) 中央銀行の財務状況と信認との関係を分析した先行研究については、Tanaka [2014], pp. 216-217 を参照のこと。

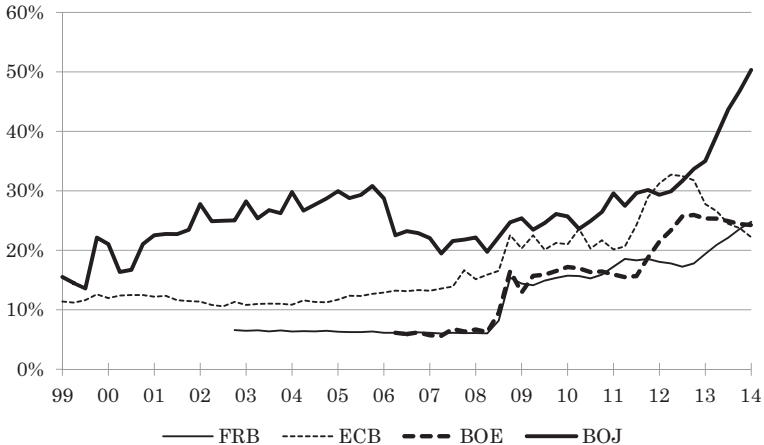
2. 非伝統的金融政策の出口戦略

2.1 出口戦略と財務状況の悪化

非伝統的金融政策を取ってきた各国中央銀行は、図1が示すようにバランスシートを拡大してきた。日本銀行バランスシートの主要項目の変化を示した表1をみると、リーマンショック前と比較すると主に長期国債を購入することで、資金供給量であるマネタリーベースを拡大する量的緩和を行ってきたことが分かる。

量的緩和を終了しマネタリーベースを縮小するためには、2つの手法を用いた出口戦略が考えられる。まず1つは、長期国債を売却することである。しかし、この手法には売却損が発生するという問題がある。量的緩和の出口ではゼロ金利も終わり、市場金利が上昇していくと考えられる。金利上昇は保有資産の評価損を引き起こし、国債を売却するとその損失が実現してしまう。それを

図1 各国中央銀行の総資産（対GDP比）



注) 名目GDP(季節調整値)に対する総資産額の割合。FRB:米国連邦準備(02年第4四半期から)、ECB:欧州中央銀行(99年第1四半期から)、BOE:英国イングランド銀行(06年第2四半期から)、BOJ:日本銀行(99年第1四半期から)。いずれも、14年第1四半期まで。

出所) 総資産額はそれぞれの中央銀行ホームページ掲載のものを、名目GDPはIFSのものを利用した。

表 1 日本銀行バランスシートの変化

(兆円)

| | 2007 年度末 | 2013 年度末 | 増加 |
|------------|----------|----------|-----|
| 資産総額 | 113 | 242 | 129 |
| うち長期国債 | 47 | 154 | 107 |
| 負債総額 | 107 | 235 | 128 |
| うちマネタリーベース | 90 | 215 | 125 |
| 自己資本 | 6 | 7 | 1 |

注) 自己資本には、資本勘定以外に一部の引当金勘定が含まれる。

出所) 日本銀行の財務諸表および「業務概況書」。

避けるために売却せずに償還を待つこともできるが、この場合は速やかにマネタリーベースを縮小することができない²⁾。

国債などの資産を売却することが難しい場合、マネタリーベースを別の形の負債にして、民間銀行等がその資金を活用しないようにする手法がありうる。これが 2 つめの手法で、具体的にはリバースレポによる資金吸収や準備預金に高めの金利を付して超過準備を増やす方法が考えられる³⁾。1 つめの手法と異なり売却損は発生しないが、金利上昇局面で有利子の負債を増やすために、中央銀行の収益悪化が見込まれる。

このように、どちらの手法を用いた出口戦略でも中央銀行の財務状況が悪化すると考えられる。財務状況の悪化が中央銀行にどのような問題を生じさせ、信認を傷つけうるのかについて、つぎに考察することとする。

2.2 財務状況の悪化と信認

民間銀行でも企業でも財務状況が悪化して、やがて資本が負になっても、直ちに破綻する訳ではない。破綻するのは、債務超過の状況でやがて資金繰りがつかなくなり、流動性不足で必要な支払いができなくなったときである。一

2) 日本銀行は 2006 年に量的緩和を解除したときに、国債を売却せずに償還を待つことで出口戦略を成功させている。ただし田中 [2011, 2013] が指摘するように、このような手法は常に可能な訳ではない。

3) たとえば、Bernanke [2009]。

方、中央銀行の場合、自ら流動性を創り出すことができるので、流動性不足で破綻することはありえない。

しかし、中央銀行が流動性を創り出すということは、経済に流動性を供給することであり、金融緩和政策を取ることと等しい。つまり、財務状況の悪化は金融緩和を引き起こし、インフレ時に適切な金融政策を行うことができなくなってしまう⁴⁾。事実、海外に目を向けるとベネズエラ、ジャマイカ、コスタリカなどの中央銀行は、財務状況の悪化のためにインフレに歯止めをかけることができなかった⁵⁾。

適切な金融政策を実施できないことは中央銀行の重要な目的が果たせないこととなり、インフレを抑止できないことは自ら発行する貨幣の価値を維持できないこととなる。これらは、中央銀行の信認を傷つけることに他ならない⁶⁾。本稿の主題である出口戦略との関連で言えば、量的緩和の出口において財務状況が悪化して損失を出し続ければ、その後の適切な金融政策運営の障害となり、中央銀行の信認に問題が生じる可能性があるということとなる。

もちろん、損失を出せば必ず信認が傷つけられるとは限らない。どのような場合に適切な金融政策を取ることができなくなるのか、それを考察するために、以下ではモデルを用いて考察していくこととする。

3. モデル

3.1 モデルの設定

本節では、中央銀行の動学的最適化行動を表すモデルを提示する。中央銀行の収益が次期のバランスシートに与える影響を組み入れて中央銀行行動を定式化した Tanaka [2014] のモデルを一部改変して提示し、マネタリーベースを縮小する出口戦略について考察する。

出口においてマネタリーベースを目標水準にまで縮小しようとするので、中

4) 中央銀行の財務状況と金融政策についての議論は、Stella [1997] にまとめられている。

5) 植田 [2004] および Ize [2005] を参照のこと。

6) 中央銀行の財務状況と信認については、田中 [2013] を参照のこと。また、齋藤 [2014] は銀行券の信認という側面から広範囲に論じている。

中央銀行はつぎのような損失関数を最小化すると考える。

$$\min_{H_t} L = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left[\frac{1}{2} (H_t - H^*)^2 \right] \quad (1)$$

ただし、 H_t は t 期のマネタリーベース、 H^* はマネタリーベースの目標水準、 β は割引因子である。中央銀行は $t = 0$ まで H_t を大きくして量的緩和を実施してきたが、 $t = 1$ において量的緩和を解除して、できるだけ早急に H_t を H^* にまで縮小しようとする。なお、不確実性があれば (1) 式に期待値を用いる必要があるが、ここでは単純化のために不確実性を省略する。

これまでの多くの先行研究がそうであるように、(1) 式を実行するにあたって制約条件がなければ、中央銀行は $t = 1, \dots, \infty$ において $H_t = H^*$ という出口戦略を取り、損失関数は 0 の値をとることとなる。しかし、収益がバランスシートに影響を与えることを考慮すると、中央銀行行動に制約が課されるので、以下で示すように、このような出口戦略が実行可能とは限らない。

そこで、中央銀行のバランスシートとして表 2 を考える。 A_t は r_{At} の利子を生む資産、 H_t は利子を生まないマネタリーベース、 B_t は H_t 以外の負債で r_{Bt} の利子負担があると仮定し、 K_t は資本である。このとき、中央銀行の収益 π_t は、

$$\pi_t = r_{At}A_t - r_{Bt}B_t - O \quad (2)$$

となる。ただし、 O は中央銀行の運営費用である。収益は、次期の資本に組み入れられる。

$$K_t = K_{t-1} + \pi_{t-1} \quad (3)$$

なお、バランスシートのなかで K_t は負にもなりうるが、他の項目は非負と仮定する。

表 2 中央銀行のバランスシート

| | |
|--------------|--------------------|
| 資産 (A_t) | マネタリーベース (H_t) |
| | 有利子負債 (B_t) |
| | 資本 (K_t) |

中央銀行は、 $t = 1$ で出口戦略を開始して $t = 1, \dots, \infty$ における H_t を設定する。外生変数は r_{At} 、 r_{Bt} 、 O 、 H^* 、 β である。初期条件は A_0 、 B_0 、 H_0 、 K_0 であり、 π_0 はこれらの外生変数と初期条件から与えられる。 H_t を操作するための手法は、第 2 節で論じたように B_t を変化させるか A_t を変化させるかの 2 通りあるので、それぞれについてモデルを考える。

3.2 負債を変化させるモデル

まず、マネタリーベースを縮小するために有利子負債を増大させる場合を考える。第 2.1 項でみたように、中央銀行が速やかにマネタリーベースを縮小するためには、資産を圧縮する出口戦略を取ることができない可能性があり、この場合、リバースレポなどの有利子負債でマネタリーベースを吸収する出口戦略を取らざるをえない。

資産は変化させないので、 $A_t = \bar{A}$ と仮定する。この仮定と (3) 式より、バランスシート制約はつぎのようになる。

$$B_t + H_t = H_{t-1} + B_{t-1} - \pi_{t-1}$$

(2) 式をこのバランスシート制約に代入すると、

$$B_t + H_t = (1 + r_{Bt-1}) B_{t-1} + H_{t-1} - r_{At-1} \bar{A} + O \quad (4)$$

となる。 $B_t \geq 0$ という制約もあるが、モデルの計算を単純にするために、ここではこの制約は明示的には扱わない⁷⁾。したがって、中央銀行は H_t と B_t を適切に設定することによって、(4) 式の制約の下に損失関数 (1) 式を最小化する。 H_t は操作変数、 B_t は状態変数である。

この最小化問題を解くために、ラグランジュ乗数 λ_t を使ってラグランジュ関数 V を設定する。

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left[\frac{1}{2} (H_t - H^*)^2 + \lambda_t \left\{ (1 + r_{Bt-1}) B_{t-1} + H_{t-1} - r_{At-1} \bar{A} + O - B_t - H_t \right\} \right] \quad (5)$$

7) B_t の非負制約は、クーン・タッカーの定理を用いることでモデルに導入できる。

すると、つぎの一階の条件が導出できる⁸⁾。

$$\partial V / \partial H_t = \beta^t (H_t - H^*) - \beta^t \lambda_t + \beta^{t+1} \lambda_{t+1} = 0 \quad (6a)$$

$$\partial V / \partial B_t = -\beta^t \lambda_t + \beta^{t+1} \lambda_{t+1} (1 + r_{Bt}) = 0 \quad (6b)$$

$$\partial V / \partial \lambda_t = \beta^t [(1 + r_{Bt-1}) B_{t-1} + H_{t-1} - r_{At-1} \bar{A} + O - B_t - H_t] = 0 \quad (6c)$$

(6a) 式と (6b) 式より、

$$\lambda_{t+1} = \frac{H_t - H^*}{\beta r_{Bt}} \quad (7)$$

となり、これを (6a) 式に代入すると次式が求められる。

$$\frac{\beta (1 + r_{Bt}) (H_t - H^*)}{r_{Bt}} = \frac{H_{t-1} - H^*}{r_{Bt-1}} \quad (8)$$

最適解は、つぎの横断条件を満たす必要がある。

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \lambda_T B_T = 0 \quad (9)$$

(9) 式は、つぎのように書き換えることができ、

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \lambda_T B_T = \lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \lambda_T \prod_{t=1}^T (1 + r_{Bt-1}) \frac{B_T}{\prod_{t=1}^T (1 + r_{Bt-1})}$$

(6b) 式より、 $\beta^T \lambda_T \prod_{t=1}^T (1 + r_{Bt-1})$ はいかなる T においても一定である。したがって、横断条件 (9) 式はつぎのようになる。

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{B_T}{\prod_{t=1}^T (1 + r_{Bt-1})} = 0 \quad (9')$$

この条件は、 B_T が利子支払い以上に増大してはならないことを示している。

3.3 資産を変化させるモデル

つぎに、マネタリーベースを縮小するために資産を変化させる場合を考える。 $B_T = \bar{B}$ と仮定すると、バランスシート制約はつぎのようになる。

$$A_t - H_t = A_{t-1} + \pi_{t-1} - H_{t-1}$$

8) 二階の条件については、補論を参照のこと。

(2) 式をこのバランスシート制約に代入すると、

$$A_t - H_t = (1 + r_{A_{t-1}}) A_{t-1} - r_{B_{t-1}} \bar{B} - O - H_{t-1} \quad (10)$$

となる。第 3.2 項と同様に、非負制約 $A_t \geq 0$ は明示的には扱わない。中央銀行は (10) 式の制約の下で、損失関数 (1) 式を最小化するように H_t と A_t を決める。

ラグランジュ関数 V 、

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left[\frac{1}{2} (H_t - H^*)^2 + \lambda_t \left\{ (1 + r_{A_{t-1}}) A_{t-1} - r_{B_{t-1}} \bar{B} - O - H_{t-1} - A_t + H_t \right\} \right] \quad (11)$$

を用いると、つぎの一階の条件を導出できる⁹⁾。

$$\partial V / \partial H_t = \beta^t (H_t - H^*) + \beta^t \lambda_t - \beta^{t+1} \lambda_{t+1} = 0 \quad (12a)$$

$$\partial V / \partial A_t = -\beta^t \lambda_t + \beta^{t+1} \lambda_{t+1} (1 + r_{A_t}) = 0 \quad (12b)$$

$$\partial V / \partial \lambda_t = \beta^t \left[(1 + r_{A_{t-1}}) A_{t-1} - r_{B_{t-1}} \bar{B} - O - H_{t-1} - A_t + H_t \right] = 0 \quad (12c)$$

(12a) 式と (12b) 式より、

$$\lambda_{t+1} = -\frac{H_t - H^*}{\beta r_{A_t}} \quad (13)$$

となり、これを (12b) 式に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\beta (1 + r_{A_t}) (H_t - H^*)}{r_{A_t}} = \frac{H_{t-1} - H^*}{r_{A_{t-1}}} \quad (14)$$

横断条件は、

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \lambda_T A_T = 0 \quad (15)$$

となり、これはつぎのように書き換えることができる。

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A_T}{\prod_{t=1}^T (1 + r_{A_{t-1}})} = 0 \quad (15')$$

9) 二階の条件については、補論を参照のこと。

4. 出口戦略と信認

4.1 負債を変化させる出口戦略

第 3 節のモデルを用いて、中央銀行の出口戦略と信認について考察する。第 2 節で論じたように、中央銀行が信認を維持するためには、適切な金融政策運営ができなければならない。本稿のモデルにおいては、適切な金融政策運営とは (1) 式で示された損失関数を最小化して、できるだけ早急にマネタリーベースを目標水準にまで縮小することである。

そこでまず、負債を変化させることによってマネタリーベースを吸収する出口戦略を検討する。最適な金融政策は (8) 式を満たす必要があるが、この式は異時点間の H の相対的な関係を示しているだけで、それぞれの時点での H の水準を示してはくれない。そこで、 $t = 1, \dots, \infty$ において $H_t = H^*$ とする場合を考えてみよう。このような金融政策は (8) 式を満たすし、(1) 式がとりうる最小値を達成することができる。あとは、これが横断条件を満たすかどうかを吟味する必要がある。

バランスシート制約 (4) 式より H_t を縮小すると B_t が増大し、これは収益を減らすことになるので、次期のバランスシート制約から B_{t+1} と H_{t+1} に増大圧力をかけることが分かる。横断条件 (9') 式は B_T が利子支払い以上に増大してはならないことを示しているので、つぎの式を示唆していることとなる。

$$\begin{aligned} & \frac{B_T}{\prod_{t=1}^T (1+r_{Bt-1})} - \frac{B_{T-1}}{\prod_{t=1}^{T-1} (1+r_{Bt-1})} \\ &= \frac{1}{\prod_{t=1}^T (1+r_{Bt-1})} [B_T - (1+r_{BT-1})B_{T-1}] \\ &= \frac{1}{\prod_{t=1}^T (1+r_{Bt-1})} [-H_T + H_{T-1} - r_{AT-1}\bar{A} + O] < 0 \end{aligned}$$

すなわち、次式となる。

$$H_T - H_{T-1} > -(r_{AT-1}\bar{A} - O) \quad (9'')$$

もし $r_{AT-1}\bar{A} - O > 0$ であれば、 $t = 1, \dots, \infty$ において $H_t = H^*$ とする金融政策は (9'') 式を満たすことになる。すなわち、中央銀行は出口において直ぐ

にマネタリーベースを目標水準に縮小することができる。逆に $r_{AT-1}\bar{A}-O \leq 0$ であれば横断条件を満たさないので、このような金融政策は実行できない。(9'') 式を満たすためには、マネタリーベースを増大させる金融政策を取らざるをえないこととなる¹⁰⁾。

横断条件(9') 式は、マネタリーベース H を縮小するために有利子負債 B を際限なく増大させることはできないことを示している。 B が大きくなりすぎると収益が減少し、それだけ H に増大圧力がかかってしまう。それでも H を縮小すると B がさらに増大するという悪循環に陥り、 B が際限なく増大してしまう。この悪循環を断ち切るためには H を増大させればよいが、これでは適切な金融政策は運営できなくなる。いずれにしても、中央銀行は信認を傷つけることになってしまう。

(9'') 式で示された条件には、資本 K や収益 π が含まれていない。すなわち、たとえこれらが負であっても中央銀行の信認を保つことは可能である。信認の維持に重要なのは、収益のなかで中央銀行が操作できない $r_{AT-1}\bar{A}-O$ であり、潜在的な収益力ということができる¹¹⁾。

なお、(9'') 式で示された条件は、マネタリーベース増大を防いで水準を維持する政策を分析した Tanaka [2014] が導出したものと一致している。すなわち、マネタリーベース水準を一定に維持することができれば、減少させることもできるという結果となっている。

4.2 資産を変化させる出口戦略

つぎに、資産を変化させることによってマネタリーベースを吸収する出口戦略を検討する。前項と同様の計算をすると、横断条件(15') 式はつぎのようになる。

10) たとえ $r_{AT-1}\bar{A}-O \leq 0$ であっても、 $H_t = H^*$ であれば(7) 式より $\lambda t = 0$ となり、横断条件(9) 式は満たされることになる。しかし、有利子負債 B が際限なく増大しても問題が生じないとするのは非現実的であり、この点は今後の検討課題としたい。

11) 中央銀行について Stella [2003] は、資本が十分あるか (capital adequacy) ではなく財務的頑健性 (financial strength) が重要であると論じていて、本稿での分析も類似した結果となっている。

$$H_T - H_{T-1} < r_{BT-1} \bar{B} + O \quad (15'')$$

右辺は常に正なので、 $t = 1, \dots, \infty$ において $H_t = H^*$ とする金融政策は常に横断条件を満たすこととなる。

本節の考察から、資産を変化させる出口戦略は常に最適な金融政策運営ができて中央銀行の信認を保つことができるが、負債を変化させる出口戦略では必ずしもそうとは限らないという差異が明らかになった。したがって、前者の出口戦略の方が望ましいといえるが、問題もある。まず第 2 節で指摘したように、資産を変化させる出口戦略が常に利用可能とは限らないことである。つぎに、モデルでは A に非負制約を明示的には扱っていないが、マネタリーベースを縮小するために A を縮小すると、 A がゼロになってそれ以上縮小できなくなる可能性もある¹²⁾。これらの場合、中央銀行は負債を変化させる出口戦略を取らざるをえず、(9'') 式を満たせない場合は信認を失うこととなる。

5. 結論

本稿では、非伝統的金融政策の出口においてマネタリーベースを縮小するときに、中央銀行の信認が傷つけられる可能性について、動学的最適化モデルを用いて考察した。マネタリーベースを吸収する手段として資産を変化させる出口戦略と負債を変化させる出口戦略の 2 つに分けて、分析を進めた。

その結果、出口戦略を成功させるためには横断条件を満たす必要があり、横断条件は資産を変化させる出口戦略では常に満たされるが、負債を変化させる出口戦略ではそうとは限らないことが分かった。横断条件が満たされなければ、中央銀行は動学的最適化行動が取れない。逆に横断条件を満たそうとすると、出口戦略が取れずにマネタリーベース膨張を招いてしまう。いずれにしても、中央銀行の信認は傷つけられてしまう。

中央銀行の信認には健全な財務状況が必要であると考えられるが、本稿の分析では、負債を変化させる出口戦略を成功させるための横断条件には資本や収

12) A がゼロになっても H を H^* に縮小させることができないのは、資本 K が大きく負になっている状態である。

益は含まれていなかった。中央銀行の信認に重要なのは潜在的な収益力であつて、それを有するという意味で財務状況の健全性が必要である。

さらに、本稿で導出した横断条件は、マネタリーベースの増大を防いで一定水準に保つ場合を分析した Tanaka [2014] のものと一致していた。すなわち、負債を変化させる出口戦略において、マネタリーベースを一定に維持することができれば、減少させることもできることを本稿の分析は示している。

補論

A.1. 負債を変化させるモデル

まず第 3.2 項で提示したモデルで、二階の条件を検討する。中央銀行が設定する変数を 1 つに絞つた方が計算が簡単なので、(4) 式を使って H を B と外生変数・初期条件のみで表す。

$$H_t = -B_t + \sum_{i=1}^{t-1} r_{Bt-i} B_{t-i} + (1+r_{B0}) B_0 + H_0 - \sum_{i=1}^t (r_{At-i} \bar{A} - O)$$

これを (1) 式に代入し、 B_t について一階の条件を求めるとつぎのようになる。

$$\frac{dL}{dB_t} = -\beta^t (H_t - H^*) + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\beta^{t+i} (H_{t+i} - H^*) r_{Bt} \right] = 0$$

したがって、二階の条件は

$$\frac{d^2 L}{dB_t^2} = \beta^t + r_{Bt}^2 \sum_{i=1}^{\infty} \beta^{t+i} > 0$$

となり、常に満たされていることが分かる。

A.2. 資産を変化させるモデル

つぎに第 3.3 項で提示したモデルで、二階の条件を検討する。(10) 式より、

$$H_t = A_t - \sum_{i=1}^{t-1} r_{At-i} A_{t-i} - (1+r_{A0}) A_0 + H_0 + \sum_{i=1}^t (r_{Bt-i} \bar{B} + O)$$

となるので、これを (1) 式に代入して A_t についての一階の条件を求めるとつぎのようになる。

$$\frac{dL}{dA_t} = \beta^t (H_t - H^*) - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\beta^{t+i} (H_{t+i} - H^*) r_{At} \right] = 0$$

したがって、二階の条件は、

$$\frac{d^2L}{dA_t^2} = \beta^t + r_{At}^2 \sum_{i=1}^{\infty} \beta^{t+i} > 0$$

となり、常に満たされていることが分かる。

参考文献

- Bernanke, B. [2009] “The Federal Reserve’s Balance Sheet: An Update,” Speech at the Federal Reserve Board Conference on Key Developments in Monetary Policy, October 8. (<http://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/bernanke20091008a.htm>)
- Ize, A. [2005] “Capitalizing Central Banks: A Net Worth Approach,” *IMF Staff Papers*, 52(2), pp. 289-310.
- Stella, P. [1997] “Do Central Banks Need Capital?” *IMF Working Paper*, WP/97/83, July.
- Stella, P. [2003] “Why Central Banks Need Financial Strength,” *Central Banking*, November.
- Tanaka, A. [2014] “Central Bank Exit Strategies and Credibility: Some Implications from its Dynamic Optimizing Behavior,” *Journal of Economics of Kansai Gakuin University*, 68(1), June, pp. 215-234.
- 植田和男 [2004] 「自己資本と中央銀行」『金融経済研究』、第 21 号、12 月、1～12 ページ。
- 齋藤壽彦 [2014] 「日本銀行券に対する信認問題：日本国債の無制限的発行との関係を中心として」『経済学論究』（関西学院大学）、第 68 号第 1 号、6 月、51～85 ページ。
- 田中敦 [2011] 「日本の非伝統的金融政策－有効性と問題点－」、『日本経済浮揚のための金融政策の可能性検討－日米欧の金融市場ならびに実体経済に照らした実証分析－』（金融政策研究会報告書）、関西社会経済研究所、10 月、39-58 ページ。
- 田中敦 [2013] 「日本銀行の資本と信認：展望」、『甲南経済論集』、第 53 巻第 3・4 号、3 月、1～28 ページ。