日本における株価，外国為替レート，金利のボラティリティの相互作用に関する分析

On Volatility Linkages among Stock Price, Exchange Rate and Interest Rate in Japan

谷　崎　久　志*

Abstract: In this paper, we explore the following three points: (i) we investigate level and volatility movements for stock price, Yen-Dollar exchange rate, and government bonds' yield, using daily Japanese data from January 4, 1993 to March 2, 2012, (ii) we examine interdependence relationships among the stock price, Yen-Dollar exchange rate, and government bonds' yield, and (iii) we utilize the stochastic volatility (SV) model. Regarding (i), we examine whether the level and volatility movements depend on the holiday effect, Tuesday effect, Friday effect, asymmetry effect and so on. As for (ii), we see whether stock price and/or exchange rate is large when government bonds' yield is large. We investigate the inter-relationship among three markets. For (iii), we analyze (i) and (ii) using the SV model which is recently often used.

Hisashi Tanizaki

JEL：C11, C58

キーワード：ボラティリティ，休日効果，非対称性効果，曜日効果（火曜日効果，金曜日効果），スピルオーバー効果（波及効果）

Keywords： Volatility, Holiday effect, Asymmetry effect, Day-of-the-week effect , Spillover effect

* Hisashi Tanizaki (Ph.D.) is Professor of Econometrics, Graduate School of Economics, Osaka University, Osaka, Japan.
E-mail: tanizaki@econ.osaka-u.ac.jp.

1. はじめに

本稿では，株価，外国為替レート（円ドル），金利の 3 つの日次データを用いて，ボラティリティ（Volatility）の変動要因・相互依存関係等を実証分析によって解明することを目的とする。過去の様々な研究において，株価のボラティリティを説明するものとして，非対称性（Asymmetry effect，すなわち，株価が下落した次の日には株価変動が大きくなる），休日効果（Holiday effect，すなわち，休日明けには株価変動が大きくなる），曜日効果（Day-of-the-week effect，すなわち，株価変動の大小は曜日に依存する）等が考えられてきた。さらに，株価のボラティリティのスピルオーバー（Spillover，波及）効果が国際間（例えば，日英米間）で観測されるかどうか，または，株価の値自体ではどうかなどの研究も数多くなされている（例えば，Tanizaki（2004），Tanizaki and Hamori（2009），渡部（2000）とその中の参考文献を参照せよ）。外国為替レートや金利に関しても同様の実証研究が数多く行われている。

しかし，上述した株価・外国為替レート・金利の変動要因を同時に全部の効果を含めた実証研究や株価・外国為替レート・金利間のボラティリティの相互依存関係を調べた実証研究は，筆者の知る限りにおいて，まだ行われていない（上述の変動要因を個々に調べた実証分析は多いが，同時に調べたものは皆無である）。唯一，谷崎（2010）において，推定式を特定化せずにノンパラメトリック推定を用いて株価・外国為替レート・金利間のボラティリティの相互依存関係を調べた。したがって，本稿では，まず，株価・外国為替レート・金利のそれぞれについて，ボラティリティにおける非対称性，休日効果，曜日効果の有無を実証分析によって明らかにする。さらに，ボラティリティにおいて株価・外国為替レート・金利の相互依存関係があるかどうかを調べる。

また，過去の研究では，GARCH（Generalized Auto-Regressive Conditional Hetero-scedasticity）モデルや SV（Stochastic Volatility）モデルのような，関数形を特定化したパラメトリック（Parametric）なモデルがボラティリティの実証研究に用いられてきた（例えば，Tanizaki（2004），Tanizaki and Hamori（2009），渡部（2000）等）。本稿でも SV モデルを用いて分析を行う。

以上のように，本稿では，(i) 株価・外国為替レート・金利のボラティリティ

の変動要因を調べる，（ii）株価・外国為替レート・金利のボラティリティの相互依存関係を調べる，（iii）SV モデルで分析を行う，の三点を取り上げる。最後に，（i）～（iii）を同時に含めて得られた推定結果と過去の様々な実証研究との比較・検討を行う。

なお，本稿は Tanizaki and Hamori（2009）と谷崎（2010）を別の角度から分析しなおしたものである。Tanizaki and Hamori（2009）では，日米英の 3 国間の株価変動を分析したものであるが，本稿では日本の株価・外国為替レート・金利の 3 市場間の変動を分析する。また，谷崎（2010）は関数形を仮定していないノンパラメトリック推定を行ったのに対して，本稿は SV モデルというパラメトリックなモデルを用いて分析を行う。また，谷崎（2010）はボラティリティの持続性を考慮していないが，本稿ではその持続性を考えて分析を行う。さらに，本稿ではデータを前後の期間を増やして推定しなおした。すなわち，谷崎（2010）の対象期間は 1997 年 1 月 6 日～2009 年 11 月 29 日（データ数は 3169）に対して，本稿では 1993 年 1 月 4 日～2012 年 3 月 2 日の日次データ（データ数は 4715）を扱う。

2. モデル

次の状態空間モデルを推定する。

$$y_{j,t} = z_{j,t}\alpha_j + \exp\left(\frac{1}{2}h_{j,t}\right)u_{j,t} \qquad u_{j,t} \sim N(0,1)$$

$$h_{j,t} = x_{j,t}\gamma_j + \delta_j h_{j,t-1} + \varepsilon_{j,t} \qquad \varepsilon_{j,t} \sim N(0,\sigma_j^2)$$

ただし，$j=1,2,3$，$t=1,2,\ldots,T$ とする。T はデータ数を表す。$y_{j,t}$ を株価（$j=1$），外国為替レート（$j=2$），金利（$j=3$）の自然対数の階差の 100 倍（近似的に変化率）とする。$z_{j,t}$ と $x_{j,t}$ は外生変数で，$1\times p$ ベクトル，$1\times q$ ベクトルとする。$h_{j,t}$ は観測されない変数でスカラーである。$\exp(h_{j,t})$ は $y_{j,t}$ の撹乱項の分散を表す。$\exp(h_{j,t})$，または，その平方根 $\exp\left(\frac{1}{2}h_{j,t}\right)$ がボラティリティと呼ばれる。α_j，γ_j と δ_j は推定すべきパラメータで，$p\times 1$ ベクトル，$q\times 1$ ベクトル，スカラーをそれぞれ表す。$u_{j,t}$，$\varepsilon_{j,t}$ は撹乱項で，すべての j，t について互いに独立と仮定する。すなわち，$j=1,2,3$ の 3 本

を別々に推定する。

3. データ

データは 1993 年 1 月 4 日から 2012 年 3 月 2 日を扱い，$T = 4715$ である。扱ったデータの株価，外国為替レート，金利の正式名称は以下のとおりである。

・$y_{1,t}$ = 日経平均株価（225 種）終値（単位：円）

・$y_{2,t}$ = 東京市場外国為替円・ドル相場の銀行間直物 17:00 売気配（単位：円／ドル）

・$y_{3,t}$ =10 年物国債利回り（単位：パーセント）

これらのデータはすべて NEEDS-FinancialQUEST（FQ），すなわち，http://finquest.nikkeidb.or.jp/ver2/online/から入手した。データの動きは図 1(a)〜1(c) に示されている。それぞれの図には，実データとその変化率（100 ×自然対数の階差，すなわち，$100 \times \Delta \ln y_{j,t}$）が描かれている。図 1(a)〜1(c) の横軸の目盛りについて，左側の目盛りは実データを表すが，右側の目盛りはその変化率を示す。右側の目盛りのスケールは図 1(a)〜1(c) の 3 つとも同じ大きさにしているので，変化率の動きは図間で比較可能となっている。図 1(a)〜1(c) の横軸の目盛りは年を表し，そのラベルの位置は年始を表すものとする（後の図 4(a)〜4(c) も同様である）。

図 1(a) の上のグラフは日経平均株価（単位は円，目盛りは左軸）の動きを表し，下のグラフはその変化率（100 ×自然対数の階差を表し，単位はパーセント，目盛りは右軸）の動きを示す。株価の変動について，2008 年 10 月 10 日に -10.1%の株価下落，その反動で同月 14 日に 13.2%の株価急騰，さらに，同月 16 日に -12.1%と対象期間最大の下落となった。2008〜2009 年には株価の変動が大きくなっている。2008 年にはリーマン・ショックによる金融危機や原油高騰が起こっている。一時的ではあるが，2011 年 3 月（15 日に -11.1%）にも変動が大きくなっている。

図 1(b) の上のグラフは東京市場外国為替円・ドル相場の銀行間直物 17:00 売気配（単位は 1 ドル当たりの円，目盛りは左軸）の動きを表し，下のグラフはその変化率（100 ×自然対数の階差を表し，単位はパーセント，目盛りは右

図 1(a)．日経平均株価（円，左軸）とその変化率（100 × 自然対数階差，右軸）

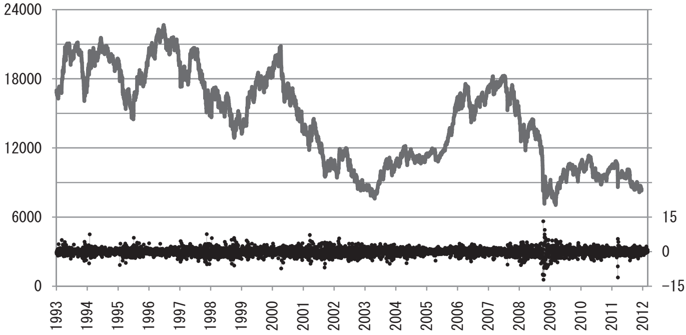


図 1(b)．円･ドル相場の銀行間直物（円, 左軸）とその変化率（100 × 自然対数階差, 右軸）

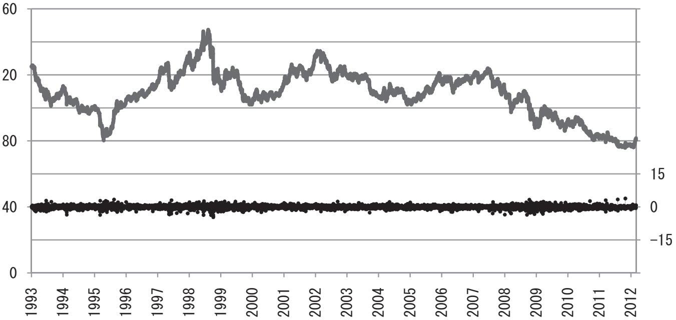
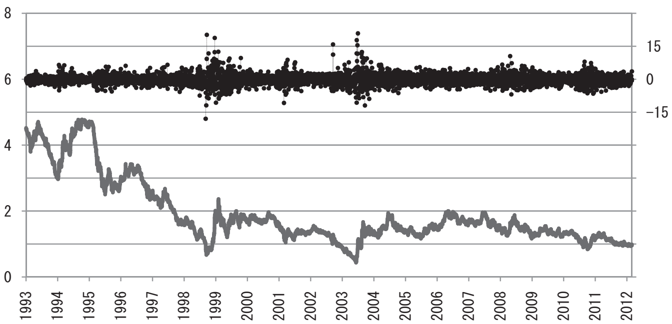


図 1(c)．10 年物国債利回り（パーセント, 左軸）とその変化率
（100 × 自然対数階差, 右軸）



軸）の動きを示す。外国為替レートの変動は株価や金利と比べると安定的に推移している。1998 年と 2008〜2009 年はその他の期間と比べると比較的外国為替レートの変動が大きくなっている。2011 年 10 月 28 日には 1 ドル 75.83 円（対象期間で最高）を記録し，円高基調が 2012 年にも続いている。

図 1(c) の下のグラフは 10 年物国債利回り（単位はパーセント，目盛りは左軸）の動きを表し，下のグラフはその変化率（100 ×自然対数の階差を表し，単位はパーセント，目盛りは右軸）の動きを示す。国債利回りは，3 つの中で最も変化率の変動が激しい。特に，1998〜1999 年あたりと 2003 年あたりの変動が大きい。1998〜1999 年は，大手銀行 21 行に公的資金注入，日本長期信用銀行破綻，日銀がゼロ金利政策導入の時期と重なる。2003 年では，6 月 12 日に長期金利（新発 10 年物国債利回り）が 0.435%と過去最低（対象期間でも最低）を記録した。また，この年には足利銀行破綻や郵政公社発足などもあった。

4. 推定の手順

ベイズ推定により（$\alpha_j, \gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T}$）を推定する。Gibbs サンプラーと Metropolis-Hasting (MH) アルゴリズムを用いて，（$\alpha_j, \gamma_j, \delta_j$, $\sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T}$）の乱数を発生させる。推定の手順は下記の通りである。

(i) 適当な値を（$\alpha_j, \gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \cdots, h_{j,T}$）に初期値として与える。

(ii) 下記の条件付分布①〜④を状態空間モデルから具体的に求めて，順番に乱数を発生させる（この乱数生成法は Gibbs サンプラーと呼ばれる)。

① $f(h_{j,0}|\alpha_j, \gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T}, y_{j,1}, \ldots, y_{j,T})$,

$$f(h_{j,s}|\gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,s-1} h_{j,s+1}, \ldots, h_{j,T}, y_{j,1}, \ldots, y_{j,T}), \quad s = 1, 2, \ldots, T-1,$$

$$f(h_{j,T}|\alpha_j, \gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T-1}, y_{j,1}, \ldots, y_{j,T})$$

② $f(\gamma_j, \delta_j|\alpha_j, \sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T}, y_{j,1}, \ldots, y_{j,T})$

③ $f(\alpha_j|\gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T}, y_{j,1}, \ldots, y_{j,T})$

④ $f(\sigma_j^2|\alpha_j, \gamma_j, \delta_j, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T}, y_{j,1}, \ldots, y_{j,T})$

ただし，（$\alpha_j, \gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,0}$）の事前分布はフラット（flat）な事前分布を仮定する。①の初期値 $h_{j,0}$，②，③は正規分布が得られ，④は逆ガンマ関数となるので，乱数生成は容易である。しかし，$s = 1, 2, \ldots, T$ のとき①は簡単に乱数を生成できないので，MH アルゴリズムを採用する。この辺りの詳細については，Tanizaki（2004），Tanizaki and Hamori（2009）を参照せよ。$z_{j,t}$ と $x_{j,t}$ の中で扱う変数については後述する。

(iii) ステップ（ii）を何度も繰り返す。具体的には，$10^5 + 10^7$ 回繰り返し，最初の 10^5 個分の（$\alpha_j, \gamma_j, \delta_j, \sigma_j^2, h_{j,0}, h_{j,1}, \ldots, h_{j,T}$）を分析から除き，その後の 10^7 個の中から 100 個置きに取り出して，10^5 個の乱数を用いて，その平均，標準偏差，歪み，尖り，2.5%点，5%点，メディアン（中位数，50%点），95%点，97.5%点をそれぞれ求める。これらの数値はそれぞれの事後分布の形状を表すものとなる。Gibbs サンプラーや MH アルゴリズムでは，前回の乱数をもとにして，今回の乱数を生成する仕組みとなっているため，前回と今回の乱数の相関は非常に大きくなる。乱数間の系列相関を減らすため，100 個置きに取り出すことにする。

(iv) ステップ（i）～（iii）を $j = 1, 2, 3$ について 3 回繰り返す。すなわち，$y_{j,t}$ の式をそれぞれ別個に推定する。

以上のように，ベイズ推定を行う。$y_{j,t}$ の説明変数は

$$z_{j,t} = (1, H_t, Tue_t, Fri_t, D_{1,t}, D_{2,t}, D_{3,t}, y_{1,t-1}, y_{2,t-1}, y_{3,t-1})$$

とし，ボラティリティ $h_{j,t}$ の説明変数は

$$x_{j,t} = (1, H_t, Tue_t, Fri_t, D_{1,t}, D_{2,t}, D_{3,t}, \hat{h}_{-j,t-1})$$

とする。それぞれの変数の意味を下記に記す。ただし，$z_{j,t}$ と $x_{j,t}$ の第一要素に含まれる 1 とは，定数項を意味するものとする。

まず，H_t は休日効果（Holiday effect）を表し，t 期と $t-1$ 期との間の市場が開いていない日数とする。多くの場合，t 期が月曜日であれば $H_t = 2$ となる（土・日の二日間が休日）。もし月曜日が振替休日であれば，t 期が火曜日のときは $H_t = 3$ となる（土・日・月の三日間が休日）。休日が多ければ，その間に何か外生的なショックが起こる可能性が高く，ボラティリティが大きくな

ると考えられる。具体的には，本稿の対象期間（1993 年 1 月 5 日〜2012 年 3 月 2 日）にデータ数は $n = 4715$ であるが，その中で $H_t = 6$ となる場合は 4 回，$H_t = 5$ は 15 回，$H_t = 4$ は 15 回，$H_t = 3$ のときは 116 回，$H_t = 2$ の場合は 852 回，$H_t = 1$ は 72 回，$H_t = 0$ のときは 3641 回となっている。多くの場合，月曜日に $H_t = 2$ となることから，休日効果は月曜日効果（一種の曜日効果）を含むと考えてもよいだろう。

次に，Tue_t は火曜日効果（Tuesday effect，一種の曜日効果）を表す。すなわち，t 期が火曜日であれば $Tue_t = 1$，その他は $Tue_t = 0$ となる。日本市場は米国市場に影響を受けると考えられ，時差の関係で米国の休日効果の影響が，日本では火曜日に現れることになるためである。

Fri_t は金曜日効果（Friday effect，これも一種の曜日効果）を表す。すなわち，t 期が金曜日であれば $Fri_t = 1$，その他は $Fri_t = 0$ となる。一期ずらして，Fri_{t-1} は月曜日効果に一致する。金曜日の週末の影響が月曜日に現れるということを意味する。しかし，本稿では，時間の長さを考えれば土日に何か起こる可能性が高いので，それを予想して金曜日に変動が大きくなることが考えられる。

さらに，$j = 1, 2, 3$ について，$D_{j,t}$を $D_{j,t} = I(y_{j,t-1} < 0)$ とする。ただし，$I(\cdot)$ はインディケーター関数と呼ばれ，A が起これば $I(A) = 1$，A が起こらなければ $I(A) = 0$ と定義される。このように，$D_{j,t}$ については，$y_{j,t-1}$ からデータを作成することが出来る。株式市場では，$t-1$ 期に株価が下落すれば，t 期に株価の変動（すなわち，$h_{j,t}$）が大きくなることが知られている（すなわち，株価の下落は経済の不安定要因となる）。この効果のことを，分散が正と負とでは異なるという意味で，非対称性効果（Asymmetry effect）と呼ばれる。言い換えると，非対称というのは，$t-1$ 期に株価が上昇したか下落したかで変動（言い換えると，分散）の大きさが異なるという意味で非対称ということである。外国為替市場や金利市場でもこの効果が現れるかどうか，また，他市場からの非対称性効果を受けるかどうか（すなわち，市場相互の波及効果）を調べるためにこれら 3 つのダミー変数を含めて推定を行う。同様の効果が，レベル変数（すなわち，$y_{j,t}$）にも見られるかどうかを調べる。すなわち，

$y_{j,t-1} < 0$ のときと $y_{j,t-1} > 0$ のときとで，$y_{j,t}$ に与える影響は異なるかどうかを見る。他市場からの影響を受けるかどうかも調べる。

$\hat{h}_{-j,t-1}$ は j を除く1行2列の横ベクトルを表す。$\hat{h}_{-j,t-1}$ は j 番目の変数を除く残り2つの変数の $t-1$ 期のボラティリティの代理変数とする（変数の作り方は後述)。すなわち，$j=1$ のとき $\hat{h}_{-1,t-1} = (\hat{h}_{2,t-1}, \hat{h}_{3,t-1})$，$j=2$ のとき $\hat{h}_{-2,t-1} = (\hat{h}_{1,t-1}, \hat{h}_{3,t-1})$，$j=3$ のとき $\hat{h}_{-3,t-1} = (\hat{h}_{1,t-1}, \hat{h}_{2,t-1})$ となる。他市場の変動が j 番目の市場の変動に波及するかどうかを調べるために，$\hat{h}_{-j,t-1}$ も説明変数に加える（ボラティリティのスピルオーバー効果，または，波及効果)。

$h_{j,t-1}$ について，ボラティリティが持続的であれば $h_{j,t-1}$ は $h_{j,t}$ に正の影響を与えることになる。しかも，ボラティリティの持続性が高かければその係数 δ_j が1に近くなり，低ければ δ_j が0に近づく。

$\hat{h}_{j,t}$ について，一段階目では

$$\hat{h}_{j,t} = \ln\left(\frac{1}{\min(t+L,T)-\max(t-L,1)}\sum_{s=\max(t-L,1)}^{\min(t+L,T)}(y_{j,s}-\overline{y}_{j,t})^2\right)$$

として，t 期のボラティリティの代理変数とした。ただし，$\overline{y}_{j,t}$ は対象期間の平均値，すなわち，

$$\overline{y}_{j,t} = \frac{1}{\min(t+L,T)-\max(t-L,1)}\sum_{s=\max(t-L,1)}^{\min(t+L,T)} y_{j,s}$$

として計算する。また，$L=20$ とした。この計算式は，t 期の前後 L 期 ($2L+1$ 個のデータ）を用いて，標本不偏分散の対数を求めることを意味している（ただし，両端の標本不偏分散の計算に関しては，min や max を使って，データが取れるところだけを利用することにした)。この代理変数を用いて，上記のステップ（i）〜（iv）から $h_{j,t}$ を推定する。二段階目では一段階目で得られた $h_{j,t}$ の推定値を $\hat{h}_{j,t}$ としてステップ（i）〜（iv）で再推定する。このように二段階推定を行う。

5. 推定結果

表 1〜表 3 に推定結果を示す。表中の一列目は，10^5 個の乱数を用いて，その平均，標準偏差，歪み，尖り，2.5%点，5%点，メディアン（中位数，50%点），95%点，97.5%点を，AVE, STD, Skew, Kurt, 2.5%, 5%, 50%, 95%, 97.5%としてそれぞれ表す。これらは，表中の 1 行目の変数の係数の事後分布の形状を表す。

正規分布の場合，Skew，Kurt はそれぞれ 0，3 となる。Skew が負（正）の場合，正規分布と比べて左（右）に歪んだ分布，すなわち，左（右）の裾野が広い分布となる。Kurt が 3 よりも大きい（小さい）場合は正規分布よりも両側の裾野の広い（狭い）分布となる。$\hat{h}_{-j,t-1}$ と $h_{j,t-1}$ の係数の事後分布について，表 1(b)〜3(b) によると，Kurt は 3 よりも大きく正規分布より裾野の広い分布となっている。一方，$\hat{h}_{-j,t-1}$ の係数の Skew は正（右に歪む），$h_{j,t-1}$ の係数の Skew は負（左に歪む）となっていて，左右対称の正規分布とは異なっている。その他の推定値については，Skew が 0，Kurt が 3 に近く，正規分布に近い分布となっている。

各表の最後の行の CD（Convergence Diagnostics）は，前半 10%分の乱数系列と後半の 50%分の乱数について乱数間の系列相関を考慮に入れて平均の差の検定を行ったものである（10%，50%という数値は過去の他の研究に基づくものであり，客観的な根拠はない）。平均に差がないという帰無仮説のもとでは CD は漸近的に標準正規分布に収束することが知られている。つまり，中間の 40%を除いて，前半 10%と後半 50%の平均に差がなければ，前半と後半は同じ分布から生成された乱数とみなすことができる。表 1〜表 3 の 60 個の係数推定値を見ると，絶対値で 1.960（両側検定で有意水準 5%点）より小さいものは 56 個となり，概ね乱数は収束していると判断できるだろう。また，AVE に網掛けした数値は，95%区間にゼロを含まないもの（すなわち，2.5%点と 97.5%点が同符号）を表す。いわゆる，そのような係数値は有意にゼロと異なるということを意味する。

表 1(a)　$y_{1,t}$（株価のレベル水準）の式の推定結果

	定数項	H_t	Tue_t	Fri_t	$D_{1,t}$	$D_{2,t}$	$D_{3,t}$	$y_{1,t-1}$	$y_{2,t-1}$	$y_{3,t-1}$
AVE	0.9604	0.0147	0.0239	0.0084	−1.6447	−0.0835	−0.2037	−0.0060	0.0029	0.0085
STD	0.0247	0.0131	0.0289	0.0293	0.0259	0.0232	0.0230	0.0103	0.0184	0.0056
Skew	0.0332	−0.0076	−0.0046	−0.0019	−0.0155	−0.0009	0.0051	0.0071	−0.0008	−0.0046
Kurt	2.9592	3.0053	2.9681	2.9937	3.0073	2.9962	3.0035	3.0088	3.0250	3.0118
2.5%	0.9125	−0.0111	−0.0327	−0.0489	−1.6959	−0.1290	−0.2490	−0.0261	−0.0333	−0.0026
5%	0.9199	−0.0070	−0.0237	−0.0397	−1.6875	−0.1214	−0.2416	−0.0228	−0.0274	−0.0008
50%	0.9603	0.0147	0.0240	0.0084	−1.6446	−0.0835	−0.2037	−0.0060	0.0029	0.0085
95%	1.0015	0.0362	0.0715	0.0566	−1.6023	−0.0453	−0.1659	0.0110	0.0331	0.0178
97.5%	1.0091	0.0404	0.0802	0.0657	−1.5944	−0.0383	−0.1587	0.0143	0.0390	0.0195
CD	−2.0434	0.1927	−0.8925	1.9270	1.7342	0.5738	−0.8871	−1.5936	1.2416	0.1020

表 1(b)　$h_{1,t}$（株価のボラティリティ）の式の推定結果

	定数項	H_t	Tue_t	Fri_t	$D_{1,t}$	$D_{2,t}$	$D_{3,t}$	$\hat{h}_{2,t-1}$	$\hat{h}_{3,t-1}$	$h_{1,t-1}$
AVE	−0.0262	0.0939	−0.2258	−0.0395	0.1540	0.0178	0.0145	0.0468	0.0096	0.9178
STD	0.0449	0.0249	0.0818	0.0794	0.0315	0.0283	0.0289	0.0137	0.0059	0.0144
Skew	0.0464	0.0273	0.0077	−0.0106	0.0240	0.0122	−0.0045	0.3033	0.1179	−0.4850
Kurt	3.0296	2.9955	3.0116	3.0000	3.0156	3.0350	3.0390	3.2380	3.1013	3.5035
2.5%	−0.1131	0.0454	−0.3863	−0.1951	0.0927	−0.0374	−0.0424	0.0218	−0.0018	0.8864
5%	−0.0994	0.0531	−0.3607	−0.1703	0.1024	−0.0285	−0.0328	0.0254	0.0000	0.8924
50%	−0.0266	0.0938	−0.2258	−0.0397	0.1540	0.0177	0.0144	0.0462	0.0095	0.9189
95%	0.0485	0.1349	−0.0908	0.0909	0.2059	0.0644	0.0621	0.0703	0.0195	0.9394
97.5%	0.0630	0.1430	−0.0653	0.1157	0.2160	0.0736	0.0712	0.0755	0.0215	0.9428
CD	−0.3786	1.1901	−1.2230	−0.2733	0.5927	0.1177	1.0240	0.0005	−0.2061	−0.3489

表 2(a)　$y_{2,t}$（外国為替レートのレベル水準）の式の推定結果

	定数項	H_t	Tue_t	Fri_t	$D_{1,t}$	$D_{2,t}$	$D_{3,t}$	$y_{1,t-1}$	$y_{2,t-1}$	$y_{3,t-1}$
AVE	0.4319	0.0044	−0.0062	0.0029	−0.0673	−0.7872	−0.0281	−0.0115	0.0050	−0.0025
STD	0.0116	0.0065	0.0138	0.0139	0.0109	0.0123	0.0108	0.0043	0.0095	0.0027
Skew	0.0084	−0.0141	−0.0080	−0.0099	0.0032	−0.0153	−0.0086	−0.0013	0.0070	−0.0149
Kurt	3.0067	3.0165	2.9868	3.0227	2.9905	3.0105	2.9682	2.9976	3.0356	3.0256
2.5%	0.4092	−0.0084	−0.0334	−0.0242	−0.0886	−0.8114	−0.0493	−0.0198	−0.0136	−0.0079
5%	0.4129	−0.0064	−0.0290	−0.0198	−0.0852	−0.8075	−0.0460	−0.0185	−0.0106	−0.0070
50%	0.4319	0.0044	−0.0062	0.0029	−0.0673	−0.7872	−0.0280	−0.0115	0.0050	−0.0025
95%	0.4509	0.0150	0.0164	0.0257	−0.0493	−0.7670	−0.0103	−0.0045	0.0207	0.0019
97.5%	0.4547	0.0171	0.0208	0.0300	−0.0459	−0.7633	−0.0070	−0.0032	0.0236	0.0028
CD	−0.7232	−2.3189	−0.3620	1.7788	1.2332	1.0379	−1.0956	−0.5072	1.5731	0.0009

表 2(b)　$h_{2,t}$（外国為替レートのボラティリティ）の式の推定結果

	定数項	H_t	Tue_t	Fri_t	$D_{1,t}$	$D_{2,t}$	$D_{3,t}$	$\hat{h}_{1,t-1}$	$\hat{h}_{3,t-1}$	$h_{2,t-1}$
AVE	−0.9783	0.1492	−0.2372	−0.0136	0.0867	0.1343	0.0894	0.1929	0.0680	0.5749
STD	0.1339	0.0302	0.0833	0.0809	0.0504	0.0494	0.0495	0.0347	0.0198	0.0600
Skew	−0.2074	0.0021	0.0063	−0.0020	−0.0132	0.0011	0.0258	0.3233	0.2972	−0.2653
Kurt	3.0419	3.0219	2.9861	3.0007	2.9997	3.0127	3.0298	3.1872	3.2095	3.0794
2.5%	−1.2537	0.0902	−0.4002	−0.1726	−0.0123	0.0378	−0.0071	0.1301	0.0317	0.4500
5%	−1.2062	0.0994	−0.3743	−0.1470	0.0035	0.0533	0.0084	0.1391	0.0372	0.4721
50%	−0.9738	0.1491	−0.2373	−0.0134	0.0869	0.1342	0.0890	0.1910	0.0670	0.5775
95%	−0.7664	0.1988	−0.1000	0.1188	0.1697	0.2156	0.1718	0.2526	0.1021	0.6689
97.5%	−0.7298	0.2083	−0.0740	0.1443	0.1846	0.2314	0.1873	0.2657	0.1097	0.6843
CD	0.2902	1.9162	−3.1401	−0.4073	1.1593	−0.4305	0.0525	0.8461	−0.1684	0.2524

表 3(a)　$y_{3,t}$（金利のレベル水準）の式の推定結果

	定数項	H_t	Tue_t	Fri_t	$D_{1,t}$	$D_{2,t}$	$D_{3,t}$	$y_{1,t-1}$	$y_{2,t-1}$	$y_{3,t-1}$
AVE	1.1637	0.0034	0.0848	−0.0250	−0.2412	−0.0769	−2.2453	−0.0035	0.0011	0.0187
STD	0.0350	0.0171	0.0395	0.0405	0.0309	0.0311	0.0359	0.0114	0.0238	0.0103
Skew	0.0304	−0.0006	−0.0016	−0.0044	−0.0133	0.0172	−0.0153	0.0065	−0.0024	−0.0038
Kurt	2.9849	2.9715	2.9848	3.0074	2.9823	2.9861	2.9774	3.0060	3.0122	2.9971
2.5%	1.0956	−0.0299	0.0075	−0.1043	−0.3020	−0.1374	−2.3160	−0.0259	−0.0455	−0.0015
5%	1.1064	−0.0246	0.0199	−0.0919	−0.2921	−0.1279	−2.3044	−0.0222	−0.0380	0.0016
50%	1.1635	0.0034	0.0849	−0.0250	−0.2411	−0.0771	−2.2452	−0.0035	0.0011	0.0187
95%	1.2215	0.0315	0.1496	0.0413	−0.1906	−0.0257	−2.1862	0.0153	0.0405	0.0357
97.5%	1.2327	0.0368	0.1620	0.0544	−0.1806	−0.0155	−2.1749	0.0190	0.0476	0.0390
CD	−0.8879	1.9408	−0.9742	2.0866	−0.1302	0.0459	−0.5661	−1.9612	2.9056	0.2561

表 3(b)　$h_{3,t}$（金利のボラティリティ）の式の推定結果

	定数項	H_t	Tue_t	Fri_t	$D_{1,t}$	$D_{2,t}$	$D_{3,t}$	$\hat{h}_{1,t-1}$	$\hat{h}_{2,t-1}$	$h_{3,t-1}$
AVE	0.1209	0.0044	−0.0820	−0.1061	−0.0064	0.0372	−0.0645	0.0069	0.0242	0.9408
STD	0.0478	0.0253	0.0844	0.0829	0.0325	0.0304	0.0316	0.0094	0.0124	0.0106
Skew	0.0442	0.0080	0.0121	−0.0044	0.0021	0.0453	−0.0698	0.0703	0.1131	−0.3975
Kurt	3.0459	2.9908	2.9963	3.0095	3.0161	3.0169	3.0682	3.0941	3.0836	3.2631
2.5%	0.0281	−0.0451	−0.2468	−0.2688	−0.0702	−0.0220	−0.1278	−0.0113	0.0004	0.9182
5%	0.0428	−0.0373	−0.2206	−0.2423	−0.0596	−0.0123	−0.1170	−0.0083	0.0042	0.9223
50%	0.1205	0.0044	−0.0825	−0.1062	−0.0065	0.0369	−0.0642	0.0067	0.0239	0.9415
95%	0.1999	0.0459	0.0573	0.0301	0.0471	0.0876	−0.0134	0.0225	0.0449	0.9569
97.5%	0.2157	0.0540	0.0836	0.0562	0.0574	0.0974	−0.0036	0.0256	0.0493	0.9595
CD	−1.2258	0.9007	−0.8377	0.6123	0.3456	1.4488	0.5870	1.5020	−1.0460	−0.2715

5.1　レベル変数（すなわち，$y_{j,t}$）の変動要因

株価, 外国為替, 金利の 3 つの市場全部について，レベル変数 (すなわち，$y_{j,t}$) に関しては，表 1(a)，2(a)，3(a) の $z_{j,t} = (1, H_t, Tue_t, Fri_t, D_{1,t}, D_{2,t}, D_{3,t}, y_{1,t-1}, y_{2,t-1}, y_{3,t-1})$ の係数推定値の有意性から判断して，符号効果（$D_{j,t}$ が $y_{j,t}$ に与える影響）は 3 つ全部の変数について観測され，しかも，すべて負の効果という結果が得られた。すなわち，前日の変化率が負であれば次の日も変化率は負になるが，前日の変化率が正か負かで次の日の変化率が異なるという結果である。

他市場からの符号効果（$D_{-j,t}$ が $y_{j,t}$ に与える影響）はすべて有意に負の影響を受けるという結果となった。すなわち，3 つの市場は互いに密接に関連し合い，ある市場で前期に変化率が負であれば，引き続き今期も他の 2 つの市場に負の影響を与えるということになる。ある市場の前日の変化率が正か負かで，別の市場の次の日の変化率が異なるという結果となっている。この符号効果の結果を図示したものが図 2 である。

休日効果（H_t），金曜日効果（Fri_t）は 3 つの市場すべてについて観測されなかった。レベル水準には，曜日による影響はないということである。ただし，火曜日効果（Tue_t）については，表 3(a) の金利 $y_{3,t}$ のみに正の火曜日効果が観測された。すなわち，日本の金利は週明けの米国金利の影響を受けるということを意味する。

他市場（j 番目以外の市場）からの影響（$y_{-j,t-1}$）は，外国為替市場から株式市場へ負の影響が観測された以外は，他市場からの影響は観測されないとい

図 2．レベル変数に対する符号効果

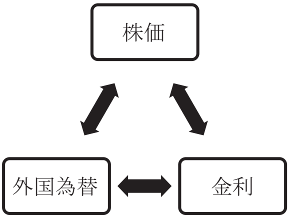
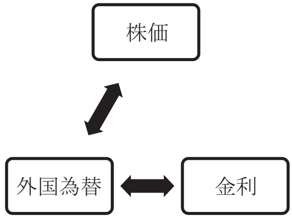


図 3．ボラティリティ変数に対する波及効果



う結果となった。上述の $D_{-j,t}$ の影響は有意であったということとの解釈としては，前期に上がったか下がったか（すなわち，符号）だけが重要であり，どの程度上がったか下がったか（すなわち，値自体）は問題ではないということを意味することになる。

5.2　ボラティリティ（すなわち，$\exp(\frac{1}{2}h_{j,t})$）の変動要因

一方，ボラティリティ（すなわち，$\exp(\frac{1}{2}h_{j,t})$）に関しては，$h_{j,t}$ の変動要因を調べる。推定結果は表 1(b)，2(b)，3(b) に示されている。それぞれの表の $x_{j,t}=(1,H_t,Tue_t,Fri_t,D_{1,t},D_{2,t},D_{3,t},\hat{h}_{-j,t-1})$ の係数推定値の有意性から判断して，休日効果は株価と外国為替レートの変動要因の一つとなっている。すなわち，休日明けの株式市場と外国為替市場は変動が激しくなるという結果が得られた。休日中の情報が株価や外国為替レートの変動をもたらしている。しかし，その一方で，休日効果の反動として，火曜日効果は株価や外国為替レートの変動に負の影響を与えている（すなわち，火曜日は株価や外国為替レートの変動が小さい)。金利市場では，休日効果も火曜日効果もどちらも観測されていない。

株価変動，外国為替レート変動，金利変動は非対称性効果（$D_{j,t}$ が $h_{j,t}$ に与える影響）が強く現れている。前期にレベル水準自体が上がるか下がるかで，今期の分散が異なるという意味で非対称ということである。株価市場と外国為替市場については，前期にレベル水準の値自体が下がれば，今期の変動は大きくなる（市場は不安定になる)。しかし，金利市場については，逆の結果となっている（前期に金利が下がると，今期の変動は小さくなる)。これは金利の水準が十分に低いため，前期に金利が下がると今期の金利の下方への動きが制約されると考えてよいだろう。また，他市場からの非対称性効果（$D_{-j,t}$ が $h_{j,t}$ に与える影響）については，3 市場とも観測されないという結果となった。

ボラティリティの 3 市場間の波及経路（すなわち，$\hat{h}_{-j,t-1}$ から $h_{j,t}$ への影響）について調べる。株価変動（$\hat{h}_{1,t-1}$）が外国為替レート変動（$h_{2,t}$）に波及し，外国為替レート変動（$\hat{h}_{2,t-1}$）が株価変動（$h_{1,t}$）と金利変動（$h_{3,t}$）に波及し，金利変動（$\hat{h}_{2,t-1}$）が外国為替レート変動（$h_{2,t}$）に波及している。す

なわち，株価と外国為替レート，外国為替レートと金利はそれぞれ相互にボラティリティの波及が見られるが，株価と金利の間には直接的にはボラティリティの波及が観測されない（ただし，外国為替レートを通して，株価と金利の間には間接的な波及効果は存在する）。これらの波及経路を示したものが図 3 である。

最後に，ボラティリティの持続性に関しては，$j=1,2,3$ のすべてについて $h_{j,t-1}$ が $h_{j,t}$ に影響を与えているという推定結果なので，ボラティリティは持続的であると言える。その係数推定値が株価は 0.9178，金利は 0.9408 なので株価と金利の変動の持続性は強いと言えるが，外国為替レートの場合はその推定値が 0.5749 と 1 に近いとは言えないため外国為替レート変動の持続性はそれほど強くない。

5.3　ボラティリティ（すなわち，$\exp(\frac{1}{2}h_{j,t})$）の推移

図 4(a)〜4(c) にボラティリティの条件付平均値 $E(\exp(\frac{1}{2}h_{j,t})|Y_{j,T})$ の推定値，すなわち，10^5 個の $\exp(\frac{1}{2}h_{j,t})$ の算術平均値の動きが株価，外国為替レート，金利について示されている。ただし，$Y_{j,T}$ には，それぞれの $j=1,2,3$ について，$y_{j,1},y_{j,2},\ldots,y_{j,T}$ とその他の外生変数（$z_{j,t},x_{j,t},t=1,2,\ldots,T$）が含まれる。

図 4(a) の株価のボラティリティの推移によると，2008 年後半に株価変動が大きくなっている。これはリーマン・ショックによる経済の不安定性が原因の一つとなっていると考えてよいだろう。

図 4(b) には外国為替レートのボラティリティの変動の動きが描かれている。図 1(a)〜1(c) の変化率のグラフと同様に，図 4(b) の外国為替レートの変動幅は非常に小さい。しかしながら，全体的な傾向としては，急激な円高の際に外国為替レートのボラティリティも大きくなっている。

図 4(c) には金利のボラティリティの変動の推移を示している。株価や外国為替レートのボラティリティの推移と比較して，金利のボラティリティの変動は非常に激しく動いている。特に，1998〜1999 年，2003 年のボラティリティが大きい。これは銀行の信用不安や日銀のゼロ金利政策の時期に重なる。

以上のように，外国為替レートの変動は他の 2 つに比べてかなり安定的な推移であり，国債利回りの変動は非常に大きい。銀行に公的資金を注入したり，破綻した銀行がいくつか出てきたり，ゼロ金利政策を採用したりなど金融不安が大きかったのが金利変動の激しさの一つの原因となったと考えられる。

図 4(a). 株価のボラティリティ

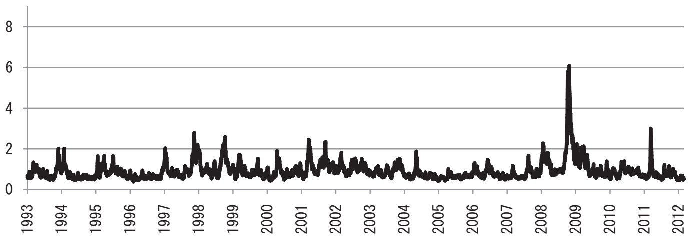


図 4(b). 外国為替レートのボラティリティ

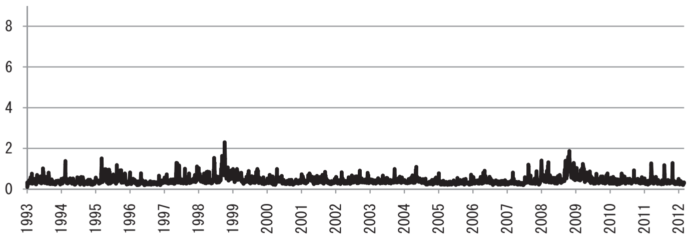
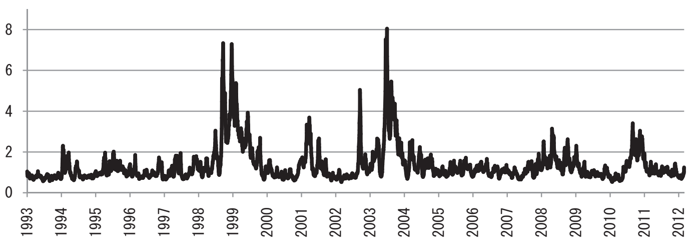


図 4(c). 金利のボラティリティ



6. おわりに

本稿では，株価・外国為替レート・金利のレベル水準値とそのボラティリティの変動要因を SV モデルによって分析を行った。GARCH モデル，SV モデル，不均一分散を考慮に入れて推定した通常の回帰モデル等のような関数形を特定化して，ボラティリティの変動要因を分析する研究は数多くあるが，関数形を特定化せずにボラティリティの変動要因を調べた研究が谷﨑（2010）である。本稿では，パラメトリック・モデルの SV モデルを用いて，分析を行った。

以下は，表 1〜3 の結果の特徴を要約すると下記の通りになる。レベルの水準の推定結果を表す表 1〜3 の (a) について，3 つの市場ともに，前期のレベル水準値の下落は今期のレベル水準もより下落することになる。また，他の 2 市場においての前期のレベル水準の下落は今期のレベル水準の下落につながる。例えば，昨日の株価下落は今日も株価の下落幅が大きくなり，昨日の外国為替レートの下落もまた今期の株価下落に通じ，昨日の金利下落も今日の株価下落になる。前日に上がったか下がったかという情報が重要ということになる。言い換えると，前期に上がった場合と下がった場合とでは，今期のレベル水準に与える影響は異なるということである。

ボラティリティの変動を表す推定結果の表 1〜3 の (b) から判断すると，株価と外国為替レートについて休日明けにはボラティリティが増加し市場の不安定性が増すことが示された。また，休日効果の反動として火曜日にはボラティリティは低下するとなった。GARCH モデルや SV モデルを用いた過去の研究でも同様の結果が得られている。しかし，金利については休日効果，火曜日効果，金曜日効果は観測されなかった。

さらに，株価と外国為替レートは相互にボラティリティの波及効果が存在するという結果も得られた。株価市場が不安定になると外国為替市場も不安定になり，外国為替市場が不安定になっても株価市場は不安定になるという結果であった。外国為替レートと金利との間にも，相互にボラティリティの波及効果が観測された。外国為替市場が不安定になると金利市場も不安定になるというものであり，逆も成り立つという結果が得られた。

以上のように，レベル，ボラティリティの両方について，株価・外国為替

レート・金利は，どちらか一方的に影響を及ぼしているのではなく，相互に密接に影響を及ぼしあっていることが確認できた。

参考文献

渡部敏明（2000）『ボラティリティ変動モデル』（シリーズ〈現代金融工学〉4）朝倉書店.

Tanizaki, H.,（2004）, “On Asymmetry, Holiday and Day-of-the-Week Effects in Volatility of Daily Stock Returns: The Case of Japan,” *Journal of the Japan Statistical Society*, Vol.34, No.2, pp.129-152.

Tanizaki, H. and Hamori, S.,（2009）, “Volatility Transmission between Japan, UK and USA in Daily Stock Returns,” *Empirical Economics*, Vol.36, No.1, pp.27-54.

谷﨑久志（2010）「株価，為替，金利のボラティリティの変動要因・相互依存関係について：ノンパラメトリック推定の応用」『国民経済雑誌』第 201 巻, 第 3 号, pp.15-28.