研究開発と国際技術伝播：マクロモデルによる分析

R&D investment and International Technology Diffusion

岡　田　敏　裕

This paper considers a two-sector version of a real business cycle model incorporating international technology diffusion. The paper shows that changes in U.S. R&D investment can greatly explain Japan's medium-run technology fluctuation. It argues that diffuson of U.S. ideas to Japan plays an important role in Japan's technology development.

Toshihiro Okada

JEL：E32, O30

キーワード：技術伝播、R&D、中期的変動

Keywords： technology diffusion, R&D, medium-term cycles

1 はじめに

先進諸国経済は戦後同様の大きな経済変動を経験してきた：数多くの先進諸国は 1960 年代に高成長し、1970 年代初頭から 1980 年代初頭にかけて成長は鈍化した。Kose, Otrok and Whiteman (2003) の実証研究は、多くの国の経済変動を説明する要素として世界共通の要因が重要な役割を果たし、その世界共通要因は米国に起因していることを報告している。更に、彼らの研究によると、世界共通要因は各国固有の要因と比較して非常に持続的なものである（つまり、世界共通要因は変動周期が比較的長い）ことが分かっている。

仮に、この世界共通要因が各国の経済変動の重要な要因であるとするならば、技術進歩がその要因の有力な候補となるだろう。そこで本稿では、海外

(技術先進国) からの技術伝播がはたして中期的な経済変動に重要な影響を与え得るのかを研究する。具体的には、モデルを基にしたカリブレーション・シミュレーション分析により、技術先進国からの技術伝播による後進国の技術変動への影響を定量的に明らかにしていく。分析では日本を技術後進国、米国を技術先進国とし、1960 年以降の日本の技術変動を分析する。

モデルは技術進歩を Romer(1990) に倣い内生化した 2 国 2 セクター型の RBC モデルである。モデルの重要な特徴の一つとして以下の点が挙げられる。モデルにおいて、技術後進国は先進国から技術を学び自国の技術を発展させる。ただし、後進国が先進国の先端技術を学ぶには研究開発を行う必要があるとしている (先進国も先端技術を開発するには研究開発を必要とする)。このモデル設定は Grifith, Redding and Reenen (2004) の実証研究結果と整合的である。彼らの研究では、研究開発投資は新技術の習得や模倣に大きな影響を与えていることが示されている。

本稿の分析結果によると、日本の中期的な技術変動は海外からの技術伝播と R&D でかなりの部分を説明可能なことが分かった。分析では米国の R&D を外生とし、結果として生み出される米国の新技術を日本の R&D 活動への外生ショックとして扱った。この分析により、米国の R&D 投資が技術伝播を通じて日本の中期的技術変動に重要な影響を与えていることが分かった。

中期的変動を理論的に扱った代表的な研究としては、Comin and Gertler (2006) が挙げられる。モデルの枠組みは大きく異なるが、Comin and Gertler (2006) も R&D を基礎とする内生的技術成長を RBC モデルに組み込み、米国の中期的サイクルの分析を行っている。しかしながら、彼らのモデルには技術伝播は組み込まれておらず、1 国経済モデルとなっている。この他に本稿と特に関連がある研究としては Stadler (1990) が挙げられる。Stadler (1990) も RBC モデルに leaning-by-doing タイプの内生的技術進歩を組み込んで内生的景気循環モデルを構築しているが、Stadler (1990) の分析は短期的変動に焦点をあてたものとなっている。

以下では先ずセクション 2 でモデルの説明を行い、セクション 3 でカリブレーション手法とシミュレーション結果を示す。そして、セクション 4 でまと

めと今後の課題を示す。

2　モデル

本稿の目的は技術伝播と研究開発（R&D）が技術変化に与える中期的影響をモデルに基づいたカリブレーション・シミュレーション分析により定量的に明らかにすることである。なお、本稿では技術進歩と R&D 活動のみを説明する部分均衡モデルではなく、一般均衡モデルを構築している。これは、技術変動をシミュレートするために必要なパラメーターをカリブレートするには、経済全体を記述するモデルが必要なためである。また、一般均衡モデルを構築することで、技術変動に影響を与える要因をより詳細に分析することができるようになる。

モデルは岡田 (2011) を基礎にしているが、海外からの技術伝播の影響をモデル化してる点が大きく異なる。モデルは 2 国 2 セクター型の RBC モデルで、技術進歩を Romer(1990) に倣い内生化している。モデルでは技術先進国と技術後進国を想定し、技術後進国は先進国から技術を学び、自国の技術を発展させる。ただし、後進国が先進国の先端技術を学ぶには研究開発を行う必要があるとする。また、後進国と同様に、先進国が先端技術を開発するには研究開発が必要となる。換言すると、研究開発投資は後進国にとっては主に先端技術吸収の役割を果たし、先進国にとっては先端技術開発の役割を果たすと仮定する（技術後進国の研究開発投資は海外の先進技術の習得費用で、技術先進国の研究開発投資は先端技術開発費用)。先進国と後進国にはそれぞれ最終財セクターと中間財セクターが存在し、最終財企業は複数の中間財を使用し最終財を生産する。中間財企業は新製品を開発するために R&D 投資を行い、開発された製品に関して生産と販売に対する独占権を得る。つまり、中間財製品の増加が研究開発による技術進歩を意味することになる。以下でモデルの詳細を示す。なお、先進国と後進国では研究開発以外は差異がないので、必要がない場合は先進国と後進国を特に区別せず記述していく。

2.1　企業

以下では先ず初めに中間財企業と最終財企業に関する仮定を述べ、その後にそれぞれの最適化問題について見ていく。

中間財企業 j は λ ユニットの最終財を使用し新製品の生産方法（blueprint：生産のための設計図）を生みだし、製品 $Y(j)$ の生産と販売に対する独占権を得るとする。中間財企業 j は以下のような生産関数を持つとする。

$$Y_t(j) = T_t K_{t-1}(j)^{\theta} H_t(j)^{1-\theta} \tag{1}$$

K は資本（K_{t-1} は $t-1$ 期末の資本を示す)、H は労働（H は労働者数 × 労働時間を示し、$H = hN$　：h は労働時間で、N は労働者数)、T は技術力を示す。ここで言う技術水準 T は R&D と関係がない技術であり、一般的技術と名づける。一般的技術 T は以下の式で表される：

$$T_t = (\kappa N_t)^{\beta} G_t,\ 0 < \kappa,\ 0 < \beta < 1. \tag{2}$$

(2) 式は一般的技術 T が二つのタイプの技術（知識）で構成されることを示している。一つ目は人的資本と関係するものであり、経済に属する労働者の数と比例するものとする。この技術は一国のすべての企業が費用なしに利用できるもので、(2) 式の κN_t で表される。二つ目の技術は外生で (2) 式において G で表されるものである。なお、この技術はすべての国で同様であると仮定し、G の成長率を、$G_{t+1}/G_t = 1 + g_G$ とする。成長率 g_G は例えば、産業革命以前のＴＦＰの成長率として捉えられるようなものである（産業革命以前は $T_t = G_t$ で、人的資本の外部性 κN_t は存在しないとする)。Hansen and Prescott (2002) や Parente and Prescott (2004) は産業革命以前の技術進歩率をカリブレートしており、後ほど本稿でも彼らがカリブレートした値を使用し、本モデルのシミュレーション分析を行う。

後進国と先進国の R&D 費用は以下のような形をとると仮定する（λ_t を後進国の費用、$\lambda_{1,t}$ を先進国の費用とする)：

$$\lambda_t = d\frac{\left[(\kappa N_{,t})^{\beta}\right]^{\gamma_N} G_t^{\gamma_G} N_{F,t}^{\alpha}}{V_{t-1}^{\gamma_V} - A_{t-1}^{\gamma_V}},\ d > 0,\ 0 < \alpha < 1 \text{ and } \gamma_v > 0 \tag{3}$$

$$\lambda_{1,t} = d_1 \left[(\kappa_1 N_{1,t})^{\beta}\right]^{\gamma_{1,N}} G_t^{\gamma_{1,G}} N_{F_{1,},t}^{\alpha},\ d_1 > 0 \text{ and } 0 < \alpha < 1,, \tag{4}$$

ただし、添え字 1 は先進国を示し、d_1 と d は先進国と後進国のスケーリング・パラメーター、N_{F_1} と N_F は先進国と後進国で新製品を開発している企業数、A_t は後進国の応用技術水準（中間財製品の blueprint の数)、V_{t-1} は先進国から後進国に伝播した技術（中間財製品の blueprint）のストックを示す。後に詳しく示すが、先新国で発明された先端技術が後進国へ伝播するには時間を要し、後進国の企業は t 期においてその期までに伝播した技術ストック（V_{t-1}）を利用し自国技術を生産する（V_{t-1} は $t-1$ 期末の伝播技術ストック)。

(3) 式は後進国の R&D 費用について幾つかの仮定を示している。第一に、後進国の中間財企業は先進国から先端技術を学び、自国に適した応用技術（中間財の blueprint）を生み出し、そのための R&D 費用は先進国と後進国との間の技術格差（V_t/A_t）が大きいほど小さいと仮定する。これは格差が大きいほどより多くのことを後進国企業が先進国から学ぶことができるためである。次の仮定は、一般的技術 $T_t = (\kappa N_t)^{\beta} G_t$ が R&D 費用に影響を与えるという点である。この影響は $\left[(\kappa N_{,t})^{\beta}\right]^{\gamma_N} G_t^{\gamma_G}$ で示され、 γ_G と γ_N の値によって負と正の影響を取りえる。一般的技術（T）の進歩は新しい応用技術（A）の開発を容易するかもしれないし（γ_G 、$\gamma_N < 0$)、一般的技術（T）の進歩が新しい応用技術（A）の開発コストを上げるかもしれない（γ_G 、 $\gamma_N > 0$)。一般的技術の進歩が新しい応用技術の開発コストを上昇させる要因としては、一般的技術がより進歩し複雑になるにつれて一般的技術を基礎にしている応用技術の新たな開発はより複雑化する可能性があるためである。本稿では一般的技術の構成要素である $(\kappa N_t)^{\beta}$ と G は R&D 費用に異なった影響を与え得ることを考慮し、γ_G と γ_N が異なった値をとることを許している。最後の仮定は、R&D 費用が新技術の開発を行っている企業数 $N_{F,t}$ に依存するというものである。 この仮定は以下のような理由による。R&D 活動を行う企業数が増加すると、個々の企業が生み出す新技術のうちの幾つかはその企業にとっては新たなものでも経済全体にとっては新たなものではないケースが増加する。

従って、R&D 活動を行う企業数の増加は個々の企業が新技術を生み出す費用の増加を意味することになる。(3) 式の $N_{F,t}^{\alpha}$ （$0 < \alpha < 1$）はこの仮定を捉えている。

(4) 式は先進国の R&D 費用を示しており、後進国の R&D 費用式である (3) 式と比較すると、学習効果を表す項（(3) 式の $V_{t-1}^{\gamma_V} - A_{t-1}^{\gamma_V}$）が存在しない点以外は後進国と同様である。先進国企業は最先端技術を開発を行うため海外技術の伝播による R&D 費用への学習効果は存在しない。

中間財企業の R&D に関連して、最後に V_{t-1} について説明する。応用技術の減耗率を $1 - \psi$ とすると、t 期に先進国で生産された新技術は

$$A_{1,t} - \psi A_{1,t-1},$$

となる。[1]　ただし、$A_{1,t}$ は t 期における先進国技術を示す。ここで、先進国で生産された新技術が後進国に斬新的に伝播すると仮定する。つまり、先進国の応用技術は各期において後進国へ χ の確率で伝播するとする（従って、$1/\chi$ は先進国の新技術が後進国に伝播する平均時間を示すことになる)。この時、t 期に先進国で生産された新技術のうち、$\chi(A_{1,t} - \psi A_{1,t-1})$ が後進国に t 期に伝播することになる。次に、$t-1$ 期に先進国で生産された新技術に関しては $\chi(A_{1,t-1} - \psi A_{1,t-2}) + \chi(1-\chi)(A_{1,t-1} - \psi A_{1,t-2})$ が後進国に t 期までに伝播するが、技術は $1 - \psi$ の割合で毎期減耗するので、$t-1$ 期に先進国で生産された新技術の後進国への t 期までの純伝播量は

$$\begin{aligned}&\psi\left[\chi(A_{1,t-1} - \psi A_{1,t-2}) + \chi(1-\chi)(A_{1,t-1} - \psi A_{1,t-2})\right]\\&= \chi\psi\frac{1-(1-\chi)^2}{1-(1-\chi)}(A_{1,t-1} - \psi A_{1,t-2})\end{aligned}$$

となる。同様に、$t-2$ 期に先進国で生産された新技術の後進国への t 期までの純伝播量は

$$\psi^2\begin{bmatrix}\chi(A_{1,t-2} - \psi A_{1,t-3}) + \chi(1-\chi)(A_{1,t-2} - \psi A_{1,t-3})\\ +\chi^2(1-\chi)^2(A_{1,t-2} - \psi A_{1,t-3})\end{bmatrix}$$

$$= \chi\psi^2\frac{1-(1-\chi)^3}{1-(1-\chi)}(A_{1,t-2} - \psi A_{1,t-3})$$

1)　現存する製品（設計図）は次期において確率 $(1-\psi)$ で obsolete し（製品が時代遅れになり）、最終財の生産に使用されなくなる。

となる。従って、t 期における先進国技術の総（純）伝播量 V_t は以下のように表せる

$$V_t = \chi(A_{1,t} - \psi A_{1,t-1}) + \chi\psi\frac{1-(1-\chi)^2}{1-(1-\chi)}(A_{1,t-1} - \psi A_{1,t-2})$$
$$+\chi\psi^2\frac{1-(1-\chi)^3}{1-(1-\chi)}(A_{1,t-2} - \psi A_{1,t-3}) + ...$$
$$+\chi\psi^m\frac{1-(1-\chi)^{m+1}}{1-(1-\chi)}(A_{1,t-m} - \psi A_{1,t-m-1}), \quad m = \infty.$$

この式は次のように書き換えられる。

$$V_t = \chi\left[\begin{array}{c} A_{1,t} + \psi\left(\frac{(1-\chi)-(1-\chi)^2}{\chi}\right)A_{1,t-1} + \psi^2\left(\frac{(1-\chi)^2-(1-\chi)^3}{\chi}\right)A_{1,t-2} \\ +\psi^2\left(\frac{(1-\chi)^3-(1-\chi)^4}{\chi}\right)A_{1,t-3} + .. \end{array}\right].$$

上式は更に書き換えられ、以下の式で表せる。

$$V_t = \chi\left[\begin{array}{c} A_{1,t} + \psi(1-\chi)A_{1,t-1} + \psi^2(1-\chi)^2A_{1,t-1} + ... \\ +\psi^m(1-\chi)^mA_{1,t-m} \end{array}\right], \tag{5}$$

ただし

$$0 < \chi < 1,\ 0 < \psi < 1\ 、\ m = \infty.$$

先進国技術 $A_{1,t}$ の変動は、(5) 式と (3) 式を通じて後進国に影響を与えることになる。

ここまでは中間財企業に関して述べてきたが、次に最終財企業について説明する。最終財企業は中間財 $Y_t(j)$ を使用し最終財 Y_t を生産する。生産関数は以下の式で示される。

$$Y_t = \left[\int_0^{A_{t-1}} Y_t(j)^{\frac{\phi-1}{\phi}} dj\right]^{\frac{\phi}{\phi-1}}, \phi > 1 \tag{6}$$

ここで、A_{t-1} は時点 $t-1$ における中間財数（the number of blueprints：生産のための設計図の数) を示す。ここで注意する点は、A_t ではなく A_{t-1} が生産関数 (6) に表れている点である。これは、中間財企業は中間財アイデアを発明した後にのみ財を生産できると仮定しているからである。生産関数 (6) において A_{t-1} が現れる別の説明としては、本稿ではストック変数に関しては“期末ストック”の概念を用いている（これはシミュレーション分析を念頭に置くときに大抵の場合用いられる概念である)。換言すると、ｔ－１期末のストッ

ク変数（資本や A）と t 期初のフロー変数（労働など）を持ちいて t 期の生産が行われるということである。

以下では最終財企業と中間財企業の最適化問題を考えていく。まず初めに最終財企業の最適化問題であるが、利益最大化問題は以下のように設定される。

$$\max_{Y_t(j)} \left[\int_0^{A_{t-1}} Y_t(j)^{\frac{\phi-1}{\phi}} di \right]^{\frac{\phi}{\phi-1}} - \int_0^{A_{t-1}} P_t(j) Y_t(j) dj$$

したがって、一階の条件は

$$Y_t(j) = P_t(j)^{-\phi} Y_t \tag{7}$$

となる。(7) 式は中間財企業 j により生産される中間財に対する需要を示す。

次に中間財企業 j の最適化問題を考える。(7) 式で表される需要曲線に直面する中間財企業 j は以下を最大化する価格 $P_{t+l}(j)$ を設定する。

$$\sum_{l=0}^{\infty} Q_{t,t+l}^{-1} \psi^l \left[P_{t+l}(j)(Y_{t+l} P_{t+i}(j)^{-\phi}) - r_{t+l} K_{t+l}(j) - w_{t+l} H_{t+l}(j) \right]$$

$$\text{s.t.} \quad Y_{t+l} P_{t+l}(j)^{-\phi} = T_{t+l} K_{t+l}(j)^{\theta} H_{t+l}(j)^{1-\theta} \quad , \tag{8}$$

ただし $Q_{t,t+l}$ は割引要因であり、$l \geq 1$ の場合は $Q_{t,t+l} \equiv \prod_{j=1}^{l} (1 + r_{t+j} - \delta)$、$l = 0$ 場合は $Q_{t,t+l} \equiv 1$ である（r は資本のレンタル価格で、δ は資本減耗率を示す)。より詳細な $Q_{t,t+l}$ の説明はのちに行う。上記の問題より、費用最小化問題は以下のよう書ける。

$$\min_{K_{t-1+l}(j),\ H_{t+l}(j)} r_{t+l} K_{t-1+l}(j) + w_{t+l} H_{t+l}(j)$$

$$\text{s.t.} \quad Y_{t+l}(j) = T_{t+l} K_{t-1+l}(j)^{\theta} H_{t+l}(j)^{1-\theta} \quad . \tag{9}$$

上記の問題の一階の条件から以下の式が得られる。

$$\frac{1-\theta}{\theta} \frac{r_{t+l}}{w_{t+l}} = \frac{H_{t+l}(j)}{K_{t-1+l}(j)}. \tag{10}$$

(1) 式と (10) 式より、以下の 2 式 が得られる。

$$H_{t+l}(j) = \left[\frac{1-\theta}{\theta} \frac{r_{t+l}}{w_{t+l}} \right]^{\theta} \frac{Y_{t+l}(j)}{T_{t+l}}, \tag{11}$$

$$K_{t-1+l}(j) = \left[\frac{1-\theta}{\theta} \frac{r_{t+l}}{w_{t+l}} \right]^{\theta-1} \frac{Y_{t+l}(j)}{T_{t+l}}. \tag{12}$$

(11) 式と (12) 式はそれぞれ労働需要と資本需要を示している。総コスト は $r_t K_{t-1}(j) + w_t H_t(j)$ であるので、(11) 式と (12) 式を用いると 中間財企業 j の費用関数は以下のように書ける。

$$\Theta_{t+l}(j) = \frac{w_{t+l}}{1-\theta}\left[\frac{1-\theta}{\theta}\frac{r_{t+l}}{w_{t+l}}\right]^{\theta}\frac{Y_{t+l}(j)}{T_{t+l}}. \tag{13}$$

従って、限界費用は、

$$MC_{t+l} = \theta^{-\theta}(1-\theta)^{\theta-1}\frac{1}{T_{t+l}}r_{t+l}^{\theta}w_{t+l}^{1-\theta}. \tag{14}$$

となる。(14) 式は限界費用（MC ）が企業を通じて同一であることを示している。

(1) 式と (14) 式を使用すると、最適問題 (8) は以下のように書き換えられる。

$$\max_{P_{t+l}(j)}\sum_{l=0}^{\infty}Q_{t,t+l}^{-1}\psi^{l}\begin{bmatrix} P_{t+l}(j)^{1-\phi}Y_{t+l} \\ -\theta^{-\theta}(1-\theta)^{\theta-1}\frac{1}{T_{t+l}}r_{t+l}^{\theta}w_{t+l}^{1-\theta}P_{t+l}(j)^{-\phi}Y_{t+l}\end{bmatrix}. \tag{15}$$

従って、一階の条件より以下の式が得られる。

$$P_{t+l}(j) = \frac{\phi}{\phi-1}\theta^{-\theta}(1-\theta)^{\theta-1}\frac{1}{T_{t+l}}r_{t+l}^{\theta}w_{t+l}^{1-\theta} = \frac{\phi}{\phi-1}MC_{t+l} \equiv P_{t+l}. \tag{16}$$

(16) 式を $P_t(j)$ に対して (7) 式に代入すると、

$$Y_{t+l}(j) = \left(\frac{\phi}{\phi-1}MC_{t+l}\right)^{-\phi}Y_{t+l} =$$
$$\left(\frac{\phi}{\phi-1}\theta^{-\theta}(1-\theta)^{\theta-1}\frac{1}{T_{t+l}}r_{t+l}^{\theta}w_{t+l}^{1-\theta}\right)^{-\phi}Y_{t+l} \tag{17}$$

が得られる。(16) 式と (17) 式は中間財企業が同一価格を設定し、同一量の生産を行うことを示している。更に、(15) 式と (16) 式を用いると、中間財企業の独占的利益 Π_t を以下のように表すことができる。

$$\Pi_t = \sum_{l=0}^{\infty}Q_{t,t+l}^{-1}\psi^{l}Y_{t+l}MC_{t+l}^{1-\phi}\left(\frac{\phi}{\phi-1}\right)^{-\phi}\left(\frac{\phi}{\phi-1}-1\right). \tag{18}$$

最後に、中間財企業の R&D に関する式を示す。既に述べたように、中間財企業は家計から借り入れをしてR＆D投資を行う。新製品の生産方法を R&D により生みだした中間財企業は製品の生産と販売に関して独占的利益 Π_t を得ることができる。ここで、R&D の成功確率を ϵ とし（ϵ は期間および企業を通じて同一)、R&D への自由参加を仮定する。つまり、R&D 費用を支払えさ

えすれば、企業は期待利潤 $\epsilon\Pi_{t+1}$ を獲得できる。従って、R&D への自由参加は、均衡において以下の式が成立することを意味する。

$$(1+q_{t+1})\lambda_t = \epsilon\Pi_{t+1}, \tag{19}$$

ただし、q は貸し出しに対する金利を示す。企業は q と ϵ を与えられたものとして行動する。なお、$1/\epsilon\chi$ は先進国で開発された新技術が後進国に影響を与える平均的時間を表すことになる。

2.2　家計

家計 i の効用最大化は以下のように表せるとする（経済には unit mass の家計が存在するとする):

$$\sum_{t=0}^{\infty} \Gamma^t N_{t,i}[\ln \frac{C_{t,i}}{N_{t,i}} + D\frac{H_{t,i}}{N_{t,i}}],\ D<0$$

s.t.

$$C_{t,i}+K_{t,i}-(1-\delta)K_{t-1,i}+B_{t,i} \leq w_t H_{t,i}+r_t K_{t-1,i}+(1+q_t)B_{t-1,i}+\Xi_{t,i}.$$

ただし、

Γ : 割引要因 (a dicount factor)、

N_i : 家計 i に属する人数 (成長率は外生ま的に n とする)、

C_i : 家計 i の消費、

H_i : 家計 i の労働投入量、

$D : D \equiv \frac{\chi \ln(1-\overline{h}_i)}{\overline{h}_i}$ 、$\chi(>0)$ は 余暇に対する選好パラメーターで、家計 i に属する労働者は時点 t において $\overline{h}$ 単位の労働を確率 $\frac{H_{t,i}/N_{t,i}}{\overline{h}_i}$ で提供する契約を企業と結ぶ (詳細については Hansen (1986) の indivisible-labor モデルや McCandless (Ch.6, 2008) を参照)、

K_i : 家計 i の資本ストック、

$B_{t,i}$: 家計 i の中間財企業への貸出（貸出は t 期に行われ t ＋ 1 期に利子分と共に返却される) で、$\int_0^1 B_{t,i}\ di = B_t$ (経済の総貸出）は経済の

総 R&D 投資と等しい、

w：実質賃金、

r：資本の実質貸出価格、

δ：資本減耗率、

q：貸出金に対する実質利子率、

$\Xi_{t,i}$：家計 i の中間財企業株式の保有による損益。

なお、中間財企業は時点 $t-1$ において家計からローンを得て、時点 t においてそのローンを返却するために株式を発行すると仮定している。 この仮定は、中間財企業のローン支払い額と同額の新株を家計は購入するが、同時に家計は中間財企業の所有者としてローン返済額と同額分の企業資産（価値）を失うことを意味する。これらの取引はお互いに相殺しあうので、上記の制約式には表れていない。 なお、中間財企業の所有者として家計 i には企業価値の増減が時間を通じて生じる。[2)] この損益は $\Xi_{t,i}$ で表される。

N_0 を $N_0 = 1$ と標準化すると、Lagrangian は以下のように設定される。

$$\mathcal{L} = \max_{\{c_{t,i},\ h_{t,i},\ k_{t,i},\ b_{t,i}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \Gamma^t (1+n)^t [\ln c_{t,i} + Dh_{t,i} +$$

$$\mu_{t,i}(w_t h_{t,i} + (1 + r_t - \delta)\frac{k_{t-1,i}}{(1+n)} + \frac{1+q_t}{1+n} b_{t-1,i} + \xi_{t,i} - c_{t,i} - k_{t,i} - b_{t,i})],$$

上記の問題を解くと、一階の条件から以下の式が得られる。

$$\frac{1}{c_{t,i}} = -\frac{D}{w_t}, \tag{20}$$

$$\frac{1}{c_{t,i}} = \frac{1}{c_{t+1,i}} \Gamma (R_{t+1} - \delta), \tag{21}$$

$$Q_{t+1} = R_{t+1} - \delta, \tag{22}$$

2) もしある中間財企業が時点 $t+1$ 期にまだ市場に残っているのであれば、その中間財企業の企業価値の変化は $\Pi_{t+1} - \Pi_t$ と表され、もし製品が時代遅れ（obsolete）になり市場から退出すればその中間財企業の企業価値の変化は $-\Pi_t$ となる。

$$c_{t,i}+k_{t,i}+b_{t,i}=w_t h_{t,i}+(R_t-\delta)\frac{k_{t-1,i}}{(1+n)}+\frac{Q_t b_{t-1,i}}{(1+n)}+\xi_{t,i}. \tag{23}$$

ただし、$c_{t,i}=C_{t,i}/N_{t,i}$, $h_{t,i}=H_{t,i}/N_{t,i}$, $k_{t,i}=K_{t,i}/N_{t,i}$, $b_{t,i}=B_{t,i}/N_{t,i}$, $\xi_{t,i}=\Xi_{t,i}/N_{t,i}$ 。ここで、(21) 式から

$$Q_{t,t+l}=\Gamma^{-l}\frac{c_{t+l,i}}{c_{t,i}}, \quad l\geq 0, \tag{24}$$

が得られる。ただし、$Q_{t,t+l}\equiv\prod_{j=1}^{l}(R_{t+j}-\delta)$ for $l\geq 1$ で $Q_{t,t+l}\equiv 1$ for $l=0$ である。(24) 式の $Q_{t,t+l}$ は既に述べたように中間財企業の割引要因として用いられたものである。更に、(21) 式と (22) 式から、

$$Q_{t+1}=R_{t+1}-\delta=\Gamma^{-1}\frac{c_{t+1,i}}{c_{t,i}}.$$

が得られる。これは金融資産に対するグロス利子率を示す。

2.3 モデル式

本節ではまずモデルを記述するシステム式を示す。なお、カリブレーションに必要な定常状態式の導出を後に行うため、長期トレンドを除去した形のシステム式も示す。

財、労働、資本市場の均衡条件、制約条件、及び最終財企業、中間財企業、及び家計の最適化問題から得られた上述の式から、後進国の経済に関して以下に示される一連の式を容易に得ることが出来る。

$$c_t=-\frac{w_t}{D}\ , \tag{25}$$

$$c_{t+1}=\Gamma(1+r_{t+1}-\delta)c_t\ , \tag{26}$$

$$c_t+k_t+rd_t=y_t+\frac{1-\delta}{1+n}k_{t-1}\ , \tag{27}$$

$$\frac{1-\theta}{\theta}r_t k_{t-1}=(1+n)w_t h_t, \tag{28}$$

$$y_t=\left(\frac{1}{1+n}\right)^{\theta}A_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}}T_t k_{t-1}^{\theta}h_t^{1-\theta}\ , \tag{29}$$

$$A_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}}=\frac{\phi}{\phi-1}\theta^{-\theta}(1-\theta)^{\theta-1}\frac{1}{T_t}r_t^{\theta}w_t^{1-\theta}\ , \tag{30}$$

$$A_t = \left[\epsilon d^{\frac{-1}{1+\alpha}} \kappa^{\frac{-\beta}{1+\alpha}\gamma_N}\right] \left(V_{t-1}^{\gamma_V} - A_{t-1}^{\gamma_V}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} G_t^{\frac{-\gamma_G}{1+\alpha}} N_t^{\frac{-\beta\ \gamma_N+1}{1+\alpha}} rd_t^{\frac{1}{1+\alpha}} + \psi A_{t-1}, \tag{31}$$

$$rd_t = \frac{1+n}{1+r_{t+1}-\delta}\pi_{t+1}\left(A_t - \psi A_{t-1}\right), \tag{32}$$

$$\pi_{t+1} = \frac{1+r_{t+1}-\delta}{\psi(1+n)}\left[\pi_t - \frac{1+g_{A_1}}{\phi} y_t\ A_{t-1}^{-1}\right], \tag{33}$$

$$V_t = \chi \begin{bmatrix} A_{1,t} + \psi(1-\chi)A_{1,t-1} + \psi^2(1-\chi)^2 A_{1,t-2} + ... \\ +\psi^m(1-\chi)^m A_{1,t-m} \end{bmatrix}. \tag{34}$$

ただし、$\pi_t = \Pi_t/N_t$. 上記のシステム式が後進国経済を記述する式となる。更に、先進国の応用技術 $A_{1,t}$ は以下の式で表すことができる。

$$A_{1,t} = \left[\epsilon_1 d_1^{\frac{-1}{1+\alpha}} \kappa_1^{\frac{-\beta}{1+\alpha}\gamma_{1,N}}\right] G_t^{\frac{-\gamma_{1,G}}{1+\alpha}} N_{1,t}^{\frac{-\beta\ \gamma_{1,N}+1}{1+\alpha}} rd_{1,t}^{\frac{1}{1+\alpha}} + \psi A_{1,t-1}. \tag{35}$$

(35) 式において、$\alpha = \alpha_1$ 、$\beta = \beta_1$ 、$\psi = \psi_1$ を仮定している（$\alpha = \alpha_1$ 、$\beta = \beta_1$ は (3) 式と (4) 式を参照)。

(31) 式、(34) 式、(35) 式が後のシミュレーション分析のベースとなる式である。なお、一般的技術 (G_t)、伝播した先進国技術ストック (V_t) および労働者数 (N_t) が後進国の経済モデルにとって外生変数となっている。上記のシステム式の導出方法については、景気循環分析を主目的とする一般均衡モデルを扱う研究では既に広く知られているので本論文では省くこととする（詳細について知りたい読者は McCandless (2008) 等の教科書を参照されたい)。しかしながら、標準的な景気循環モデルと比較し、本稿のモデルでは R&D を扱っている点で異なり、更に (31) 式と (35) 式が後のシミュレーション分析の基となる式であるため、(31) 式、(32) 式、(35) 式の導出については以下で解説を行う。

既に述べたように、企業は λ ユニットの最終財を使用して blueprint を 1 ユニット生産するので、 (3) 式を使用すると以下の式が得られる

$$A_t = \epsilon\frac{RD_t}{\lambda_t} + \psi A_{t-1} \tag{36}$$

$$= \left[\frac{\epsilon}{d}\kappa^{-\beta\gamma_N}\right] RD_t \left(V_{t-1}^{\gamma_V} - A_{t-1}^{\gamma_V}\right) G_t^{-\gamma_G} N_t^{-\beta\gamma_N} N_{F,t}^{-\alpha} + \psi A_{t-1}. \tag{37}$$

更に、総 R&D 投資は R&D を行う企業数に R&D 費用 λ を掛けたものと等しくなるので（つまり、$RD_t = \lambda_t N_{F,t}$)、(3) 式を $RD_t = \lambda_t N_{F,t}$ に λ_t に対して代入すると、

$$N_{F,t} = RD_t^{\frac{1}{1+\alpha}} d^{\frac{-1}{1+\alpha}} \left(V_{t-1}^{\gamma_V} - A_{t-1}^{\gamma_V}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} (\kappa N_t)^{\frac{-\beta\ \gamma_N}{1+\alpha}} G_t^{\frac{-\gamma_G}{1+\alpha}},$$

が得られる。ここで、上式を (37) 式に $N_{F,t}$ に対して代入すると、応用技術 A の発展を記述する以下の式が得られる。

$$A_t = \left[\epsilon d^{\frac{-1}{1+\alpha}} \kappa^{\frac{-\beta\ \gamma_N}{1+\alpha}}\right] \left(V_{t-1}^{\gamma_V} - A_{t-1}^{\gamma_V}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} G_t^{\frac{-\gamma_G}{1+\alpha}} N_t^{\frac{-\beta\ \gamma_N}{1+\alpha}} RD_t^{\frac{1}{1+\alpha}} + \psi A_{t-1}. \quad (38)$$

なお、上記の式のパラメーターに関して以下の式が成立する。

$$\frac{\alpha}{(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta)} - \frac{1}{1+\alpha}\gamma_V = \frac{1}{(\phi-1)(1-\theta)} - 1, \quad (39)$$

$$\frac{\alpha}{(1+\alpha)(1-\theta)} + \frac{1}{1+\alpha}\gamma_G = \frac{1}{1-\theta}, \quad (40)$$

$$\frac{\alpha\beta}{(1+\alpha)(1-\theta)} + \frac{\alpha}{1+\alpha} + \frac{\beta}{1+\alpha}\gamma_N = \frac{\beta}{1-\theta} + 1. \quad (41)$$

なお、外生的な成長率である $g_{A_1^*}$、 n 及び g_G の任意の値に対して定常状態が存在するには、以下の式が成立する必要があることから上記の 3 式は導出される。

$$\begin{aligned}&(1+g_{A_1^*})^{\frac{\alpha}{(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta)} - \frac{\gamma_V}{1+\alpha}} (1+g_G)^{\frac{\alpha}{(1+\alpha)(1-\theta)} + \frac{\gamma_G}{1+\alpha}} (1+n)^{\frac{\alpha\beta}{(1+\alpha)(1-\theta)} + \frac{\alpha}{1+\alpha} + \frac{\beta\ \gamma_N}{1+\alpha}} \\ &= (1+g_{A^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta)} - 1} (1+g_G)^{\frac{1}{1-\theta}} (1+n)^{\frac{\beta}{1-\theta}+1}. \quad (42)\end{aligned}$$

(42) 式は (29) 式、(34) 式、(38) 式から容易に導出できる。最後に、 (36) 式を (19) 式に代入すると、以下の式が得られる

$$RD_t = (1+q_{t+1})^{-1} \Pi_{t+1} \left(A_t - \psi A_{t-1}\right).$$

この式は R&D 投資のための総貸出需要を示す。まとめると、中間財企業の R&D 問題より以下の 2 つの式が得られる。

$$A_t = \left[\epsilon d^{\frac{-1}{1+\alpha}} \kappa^{\frac{-\beta\ \gamma_N}{1+\alpha}}\right] \left(V_{t-1}^{\gamma_V} - A_{t-1}^{\gamma_V}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} G_t^{\frac{-\gamma_G}{1+\alpha}} N_t^{\frac{-\beta\ \gamma_N}{1+\alpha}} RD_t^{\frac{1}{1+\alpha}} + \psi A_{t-1}, \tag{43}$$

$$RD_t = (1+q_{t+1})^{-1} \Pi_{t+1} \left(A_t - \psi A_{t-1}\right), \tag{44}$$

上記の 2 式を労働者一人当たりに書き換えると (31) 式と (32) 式が得られる。先進国の応用技術のダイナミクスを示す (35) 式も後進国の場合と同様にして導出することができる。

シミュレーション分析のため、以下で (25) 式から (34) 式のシステム式をトレンド除去した形で表す。トレンド除去のためにはトレンドを表す変数を適切に設定する必要があるが、この点に関して先ず説明する。

先ず第一に、先進国の応用技術 $A_{1,t}$ を以下のように定義する。

$$A_{1,t} \equiv A_{1,t}^{*}\ \widetilde{A}_{1,t}. \tag{45}$$

$A_{1,t}^{*}$ は定常状態の $A_{1,t}$ を示し、

$$A_{1,t+1}^{*} = \left(1+g_{A_1^*}\right) A_{1,t}^{*}$$

とする（$g_{A_1^*}$ は一定)。$\widetilde{A}_{1,t}$ は $A_{1,t}$ の循環的要素で、$\widetilde{A}_{1,t}$ の平均は 1 である。次に、後進国の応用技術 A_t の $A_{1,t}^{*}$ からの乖離 $\widetilde{A}_t$ を、

$$\widetilde{A}_t \equiv \frac{A_t}{A_{1,t}^{*}} \tag{46}$$

と表す。分析の簡素化のため本稿では A_t は $A_{1,t}$ に追いつくことはないと仮定する（つまり、$A_t/A_{1,t} < 1$)。従って、 $\widetilde{A}_t < \widetilde{A}_{1,t}$ が成立する。更に、以下のような変数 Z_t を定義する。

$$Z_t \equiv {A_{1,t}^{*}}^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta)}} T_t^{\frac{1}{1-\theta}}\ . \tag{47}$$

この Z_t が A_t と $A_{1,t}$ 以外の変数のトレンド除去に使用される変数である（A_t と $A_{1,t}$ に関してのトレンド除去には上述のように $A_{1,t}^{*}$ が使用される)。(47) 式で示される Z_t をトレンドを示す変数として使用すると、(25) 式から (34) 式のシステム式のすべての変数をトレンドからの乖離の形で表した形に上手く書き換えることができる。(47) 式、$T_t = (\kappa N_t)^{\beta} G_t$ 、$A_{1,t+1}^{*} = \left(1+g_{A_1^*}\right) A_{1,t}^{*}$,より、 Z_t の (グロス) 成長率は以下のように書ける。

$$1+g_Z=(1+g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta)}}(1+g_G)^{\frac{1}{1-\theta}}(1+n)^{\frac{\beta}{1-\theta}} \ . \tag{48}$$

トレンドからの乖離を表す変数 $\widetilde{w}_t$、$\widetilde{c}_t$、$\widetilde{y}_t$、$\widetilde{k}_t$ 、$\widetilde{\pi}_t$、$\widetilde{rd}_t$ を

$$\widetilde{w}_t\equiv\frac{w_t}{Z_t},\widetilde{c}_t\equiv\frac{c_t}{Z_t},\widetilde{y}_t\equiv\frac{y_t}{Z_t},\widetilde{k}_t\equiv\frac{k_t}{Z_t},\widetilde{rd}_t\equiv\frac{rd_t}{Z_t},\widetilde{\pi}_t=\frac{\pi_tA_{1,t}^*}{Z_t},$$

と表すと、(25) 式から (34) 式は以下のように書き換えられる。

$$\widetilde{c}_t=-\frac{\widetilde{w}_t}{D}, \tag{49}$$

$$(1+g_Z)\widetilde{c}_{t+1}=\Gamma(1+r_{t+1}-\delta)\widetilde{c}_t \ , \tag{50}$$

$$\widetilde{c}_t+\widetilde{k}_t+\widetilde{rd}_t=\widetilde{y}_t+\frac{1-\delta}{(1+n)(1+g_Z)}\widetilde{k}_{t-1} \ , \tag{51}$$

$$\frac{1-\theta}{\theta}\frac{1}{1+g_Z}r_t\widetilde{k}_{t-1}=(1+n)\widetilde{w}_th_t, \tag{52}$$

$$\widetilde{y}_t=\left[\frac{1}{(1+n)(1+g_Z)}\right]^\theta(1+g_{A_1^*})^{\frac{-1}{\phi-1}}\ \widetilde{A}_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}}\widetilde{k}_{t-1}^\theta h_t^{1-\theta}, \tag{53}$$

$$\widetilde{A}_{t-1}^{\frac{1}{\phi-1}}=\left(\frac{1}{1+g_{A_1^*}}\right)^{\frac{-1}{\phi-1}}\frac{\phi}{\phi-1}\theta^{-\theta}(1-\theta)^{\theta-1}r_t^\theta\widetilde{w}_t^{1-\theta}, \tag{54}$$

$$\begin{aligned}\tilde{A}_t=&\frac{\epsilon}{(\overline{d})^{\frac{1}{1+\alpha}}}\left(\frac{1}{1+g_{A_1^*}}\right)^{\frac{-1}{(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta)}+1}\left(\widetilde{V}_{t-1}^{\gamma_V}-\widetilde{A}_{t-1}^{\gamma_V}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}\widetilde{rd}_t^{\frac{1}{1+\alpha}}\\&+\frac{\psi}{1+g_{A_1^*}}\widetilde{A}_{t-1},\end{aligned} \tag{55}$$

$$\widetilde{rd}_t=\frac{1+n}{1+r_{t+1}-\delta}\frac{1+g_Z}{1+g_{A_1^*}}\widetilde{\pi}_{t+1}[\widetilde{A}_t-\frac{\psi}{1+g_{A_1^*}}\widetilde{A}_{t-1}], \tag{56}$$

$$\widetilde{\pi}_{t+1}=\frac{1+r_{t+1}-\delta}{\psi(1+n)}\frac{1+g_{A_1^*}}{1+g_Z}\left[\widetilde{\pi}_t-\frac{1+g_{A_1^*}}{\phi}\frac{\widetilde{y}_t}{\widetilde{A}_{t-1}}\right], \tag{57}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_t=\chi[&\widetilde{A}_{1,t}+\frac{\psi(1-\chi)}{1+g_{A_1^*}}\widetilde{A}_{1,t-1}+\frac{\psi^2(1-\chi)^2}{(1+g_{A_1^*})^2}\widetilde{A}_{1,t-2}+...\\&+\frac{\psi^m(1-\chi)^m}{(1+g_{A_1^*})^m}\widetilde{A}_{1,t-m}],\end{aligned} \tag{58}$$

ただし、(55) 式の $\overline{d}$ と γ_V は

$$\begin{aligned}\overline{d}&=d\kappa \ ,\\ \gamma_V&=\frac{(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta)-1}{(\phi-1)(1-\theta)}.\end{aligned} \tag{59}$$

である。γ_V は (39) 式から導出されたものである。

(49) 式から (58) 式が後進国経済のトレンドからの乖離を表すシステム式で

ある。なお、(49) 式から (58) 式において、内生変数は $\{\widetilde{c}_t, \widetilde{w}_t, r_t, \widetilde{k}_t, \widetilde{y}_t, \widetilde{rd}_t, h_t, \widetilde{\pi}_t, \widetilde{A}_t, \widetilde{V}_t\}$ で外生変数は $\widetilde{A}_{1,t}$ である（ここでの“外生”とは後進国のモデルにとって外生という意味である)。なお、実際のシミュレーションでは、$m = 3$ として $\widetilde{V}_t$ を概算する。これは、$\widetilde{V}_t$ を計算するには $\widetilde{A}_{1,t}$ が必要だが、$\widetilde{A}_{1,t}$ のデータ数には限りがあるためである。後の分析では (58) 式の代わりに以下の式で $\widetilde{V}_t$ を計算する。

$$\widetilde{V}_t = \chi[\widetilde{A}_{1,t} + \frac{\psi(1-\chi)}{1+g_{A_1^*}}\widetilde{A}_{1,t-1} + \frac{\psi^2(1-\chi)^2}{(1+g_{A_1^*})^2}\widetilde{A}_{1,t-2} + \frac{\psi^3(1-\chi)^3}{(1+g_{A_1^*})^3}\widetilde{A}_{1,t-3}]. \tag{60}$$

分析には (55) 式と (60) 式を使用し、米国（先進国）からの技術伝播と研究開発が日本（後進国）の技術変化に与える中期的影響を分析する。

最後に、モデル変数の定常状態の値を表す式を示す。後に示すが、下記の定常状態式を使用することで、モデルの幾つかのパラメーター値をカリブレートすることができる。なお、ここでいう定常状態とは、トレンドを除去後のモデルのすべての内生変数が、$\widetilde{A}_{1,t} = 1$（つまり, $A_{1,t} \equiv A^*_{1,t}$）で一定となる状態である。(49) 式〜(58) 式より、定常状態式は次の書ける (* は定常状態を示す)。

$$\begin{aligned}
\widetilde{c}^* &= -\frac{\widetilde{w}^*}{D}, \\
r^* &= \frac{1+g_Z}{\Gamma} - 1 + \delta\ , \\
\widetilde{y}^* &= \widetilde{c}^* + \left[1 - \frac{1-\delta}{(1+n)(1+g_Z)}\right]\widetilde{k}^* + \widetilde{rd}^*\ , \\
\widetilde{k}^* &= (1+n)(1+g_Z)\frac{\theta}{1-\theta}\frac{\widetilde{w}^* h^*}{r^*}, \\
\widetilde{y}^* &= \left[\frac{1}{(1+n)(1+g_Z)}\right]^{\theta}(1+g_{A_1})^{\frac{-1}{\phi-1}} \\
&\quad \left(\widetilde{A}^*\right)^{\frac{1}{\phi-1}}\left(\widetilde{k}^*\right)^{\theta}(h^*)^{1-\theta}\ ,
\end{aligned} \tag{61}$$

$$\widetilde{A}^* = (1+g_{A_1})\left[\frac{\phi}{\phi-1}\theta^{-\theta}(1-\theta)^{\theta-1}(r^*)^{\theta}(\widetilde{w}^*)^{1-\theta}\right]^{\phi-1}, \tag{62}$$

$$\begin{aligned}
\left(1 - \frac{\psi}{1+g_{A_1}}\right)\widetilde{A}^* &= \frac{\epsilon}{(\bar{d})^{\frac{1}{1+\alpha}}}\left(\frac{1}{1+g_{A_1}}\right)^{\frac{-1}{(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta)}+1} \\
&\quad \left(\widetilde{V}^{*\ \gamma_V} - \widetilde{A}^{*\ \gamma_V}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}\widetilde{rd}^{*\,\frac{1}{1+\alpha}}\ ,
\end{aligned} \tag{63}$$

$$\widetilde{rd}^* = \frac{1+n}{1+r^*-\delta}\frac{1+g_Z}{(1+g_{A_1})^2}(1+g_{A_1}-\psi)\widetilde{\pi}^*\widetilde{A}^*, \tag{64}$$

$$\widetilde{\pi}^* = \frac{1}{\phi}\frac{(1+r^*-\delta)(1+g_{A_1})^2}{(1+r^*-\delta)(1+g_{A_1})-\psi(1+n)(1+g_Z)}\frac{\widetilde{y}^*}{\widetilde{A}^*}\ , \tag{65}$$

$$\widetilde{V}^* = \chi\left(\frac{1-\left(\frac{\psi(1-\chi)}{1+g_{A_1}}\right)^m}{1-\left(\frac{\psi(1-\chi)}{1+g_{A_1}}\right)}\right) \tag{66}$$

上記のシステム式を解くと、変数の定常状態値をパラメター—で表すことができる。

3 定量分析：カリブレーション・シミュレーション分析

以下で行われるモデルの定量分析においは米国を先進国、日本を後進国と仮定する。分析では一般的な景気循環分析で使用される 4 半期ではなく年次データを使用するが、これは信頼のおける日本の R&D データが年次であることと、本稿では標準的な景気循環分析と比較してより周期が長い経済変動を分析対象としているためである。 サンプル期間は 1960-2002 である。データに関しての詳細は補論 1 を参照されたい。

3.1 $\widetilde{A}_{1,t}$ のデータ

(55) 式と (60) 式を使用し、日本（後進国）の技術水準の変動分析を定量的に行うには、米国（先進国）の技術水準（トレンドからの乖離）$\widetilde{A}_{1,t}$ が必要となる。$\widetilde{A}_{1,t}$ は先進国経済のモデルから得られる (35) 式をベースに計算する。以下に (35) 式を再掲する。

$$A_{1,t} = \overline{d}_1 G_t^{\frac{-1}{1+\alpha}\gamma_{1,G}} N_{1,t}^{\frac{-\beta}{1+\alpha}\gamma_{1,N}} RD_{1,t}^{\frac{1}{1+\alpha}} + \psi A_{1,t-1}, \tag{67}$$

ただし、

$$\overline{d}_1 \equiv \left[\epsilon_1 d_1^{\frac{-1}{1+\alpha}} \kappa_1^{\frac{-\beta}{1+\alpha}\gamma_{1,N}}\right].$$

更に、$A_{1,t}$ は以下の 2 つの式とも関連する (補論 2 を参照)。

$$Y_{1,t} = W_{1,t} K_{1,t-1}^{\theta_1}(N_{1,t}h_{1,t})^{1-\theta_1} \tag{68}$$

$$W_{1,t} = A_{1,t}^{\frac{1}{\phi-1}}(\kappa_1 N_{1,t})^{\beta} G_t, \tag{69}$$

上記の (67) 式、(68) 式、(69) 式を用い、$\widetilde{A}_{1,t}$ をシミュレートする。方法は以下の通りである：

1. g_G、n_1、ϕ 及び $g_{A_1^*}$ の設定　一般技術の成長率は $g_G = 0.0009$ に設定した。この値は Hansen and Prescott (2002) や Parente and Prescott (2004) がカリブレートした産業革命以前の技術進歩率と同じである。n_1 に関しては、米国の労働者数のトレンド成長率を使用した。ϕ に関しては、$\phi = 4.33$ とした。この値はグロスマークアップ率が 1.3 となることを意味する。既存研究の推計によると、グロスマークアップ率は 1.2 から 1.4 となっており（例えば、Basu and Fernald (1997) を参照)、本稿ではこの中間値を使用した。なお、ϕ は 2 国間で同じであると仮定する。$g_{A_1^*}$ に関しては、既存研究の推計値を参考に $g_{A_1^*} = 0.025$ に設定した。この値は Bottazzi and Peri (2007) が特許データを使用し推計した米国の技術進歩率の平均成長率とほぼ同じ値である。

2. β の計算と α 及び ψ の設定　(69) 式より、$g^*_{W_1} = \frac{1}{\phi-1} g_{A_1^*} + \beta n_1 + g_G$ が得られる。この式とステップ 1 で設定したパラメーターの値を基に β を計算する。$g^*_{W_1}$ については、$W_{1,t}$ (ソロー残差) のトレンド成長率を使用する。$W_{1,t}$ を得るにあたっては、(68) 式を使用し、θ_1 を 0.33 に設定した（0.33 はサンプル期間の米国の資本分配率である)。α に関しては $\alpha = 0.25$ とした。この値は新技術の R&D に対する弾力性が 0.8 であることを意味する。これは Branstetter (2001) の推定値と Bottazzi and Perri (2007) の推定値の中間値である (Branstetter (2001) は 0.81、Bottazzi and Perri (2007) は 0.79 と実証的に推定している)。ψ については、$\psi = 0.82$ とした。この値は新技術開発による独占的レントの減少率（A_1 の obsolence 率）が年率 18% であることを意味するが、Mansfield, Schwartz and Wagner (1981) は 20% 、Pakes and Schankerman (1984) は 25% 、Caballero and Jaffe (1993) は 10% から 12% と、それぞれマイクロデータを使用した推計結果を報告している。本稿では中間的な値である 18% を選択した。なお、α、β、および ψ は二国間で同じであると仮定する。

3. <u>$\gamma_{1,G}$ と $\gamma_{1,N}$ の計算</u>　$\gamma_{1,G}$ と $\gamma_{1,N}$ は以下の 2 式を解くことで得ることができる:

$$\gamma_{1,G} = -\beta\frac{\ln(1+n_1)}{\ln(1+g_G)}\gamma_{1,N} + (1+\alpha)(\phi-1) + (1+\beta(1+\alpha)(\phi-1))\frac{\ln(1+n_1)}{\ln(1+g_G)} + \frac{1-(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}{(1-\theta_1)}\frac{\ln(1+g_{W_1^*})}{\ln(1+g_G)}, \tag{70}$$

$$\gamma_{1,G} = \overline{\gamma} + \gamma_{1,N}, \tag{71}$$

ただし、$\overline{\gamma}$ は $\gamma_{1,G}$ と $\gamma_{1,N}$ の差異を示す。(70) 式は定常状態で成立する（導出に関しては補論 2 を参照)。$\gamma_{1,G}$ と $\gamma_{1,N}$ を計算するために、まず適当な $\overline{\gamma}$ の値を選択し、その値に基づいて (70) 式と (71) 式を解く。なお、以下で計算される $A_{1,t}$ (または $\widetilde{A}_{1,t}$) の値に $\overline{\gamma}$ の値は影響を与えない。[3)]

4. <u>$\overline{d}_1$ の計算</u>　まず初めに $\frac{T_1(0)}{W_1(0)}$ （注：$T_{1,t} = (\kappa_1 N_{1,t})^\beta G_t$）に関して任意の値を選択する（$\widetilde{A}_{1,t}$ は $A^*_{1,t}$ からの乖離であるので、以下の $\widetilde{A}_{1,t}$ の計算に $\frac{T_1(0)}{W_1(0)}$ の値は影響を与えない)。W_1 のデータ（ソロー残差）と、上記のステップで与えられた β、n_1、及び ϕ の値を使用し、(69) 式から $A_1(0)$ と $A_{1,t}$ を計算する。ここで注意すべきことは、この段階で得られる $A_{1,t}$ の値はシミュレートされた値ではなく、あくまでデータ値である点である。次に、米国の R&D のデータと上記で計算された $A_{1,t}$ のデータ値を使用し、(67) 式を $\overline{d}_1$ に関して解き、サンプル期間内の平均値を計算する。これが $\overline{d}_1$ の値となる。なお、各期の $\overline{d}_1$ を計算するにあたり、$N_{1,t}$ と G_t が必要となるが、$N_{1,t}$ には米国の労働力数のトレンドを使用し、G_t は任意の $G(0)$ の値を選択し $g_G = 0.0009$（ステップ 1）を使用し計算する (既に述べたが、$\widetilde{A}_{1,t}$ は $A^*_{1,t}$ からの乖離であるので、以下の $\widetilde{A}_{1,t}$ の計算に $G(0)$ の値は影響を与えない)。

3)　容易に証明できるため証明は省くが、詳細を希望の場合は筆者までリクエストを。

5. $A_{1,t}$ と $\widetilde{A}_{1,t}$ のシミュレーション　サンプル期間の $A_{1,t}$ を (67) 式を基に、上記のステップで選択されたパラメーター値、$A_1(0)$（ステップ 4)、及び $RD_{1,t}$ のデータを使用し計算する。次に、$\ln A_{1,t}$ 関して制約付き回帰を行い（時間トレンドの係数が $g_{A_1^*}$(ステップ 1）となる制約を与えて $\ln A_{1,t}$ を時間トレンドで回帰する)、$A_{1,t}^*$ を得る。 最後に、(45) 式に基づき、$\widetilde{A}_{1,t}$ を得る。

3.2　シミュレーション結果

前節で得た $\widetilde{A}_{1,t}$ を用い、(55) 式と (60) 式を基に日本（後進国）の技術水準の変動の定量分析を行う。使用されるパラメーターは表 1 のとおりである。D は既に示した一連の定常状態式を使用しカリブレートし、Γ は Hayashi and Prescott (2002) と同様な方法でカリブレートした。[4] ϵ、χ、$\overline{d}$　以外のその他の

α	β	θ	ϕ	ψ	g_G	$g_{A_1^*}$	g_Z
0.25	0.095	0.36	4.33	0.82	0.0009	0.025	0.014
n	ϵ	χ	$\overline{d}$	D	Γ		
0.0087	0.1	0.5	4.52	-0.021	0.96		

表 1: カリブレートされたパラメーター値：日本

パラメーターについては米国と同様にカリブレートした。ϵ に関しては、Comin and Gertler (2006) に倣い $\epsilon = 0.1$ とした。χ に関しては、Eaton and Kortum (1999) が推定した国際間の技術伝播時間と整合的になるように $\chi = 0.5$ とした。 この値は技術伝播の平均時間（先進国における新技術の発明が後進国に影響を与える平均的時間：$1/\epsilon\chi$）が 20 年であることを意味する。[5] パラメーター $\overline{d}$ は Bottazzi and Peri (2007) の研究結果と整合的になるように一連の定常状態式を使用しカリブレートした。Bottazzi and Peri (2007) は日本の技術（本稿での A）とアメリカの技術（本稿での A_1）をパテントデータを基に推計し、

4)　D に関しては注 6 も参照。

5)　他の実証研究でも同様な伝播スピードが報告されている。

1999 年において A/A_1 が約 0.35 であることを示した。そこで本稿では日本と米国が 1999 年に定常状態近傍に位置すると仮定し、$\widetilde{A}^* = A^*/A_1^* = 0.35$ となるような $\overline{d}$ を (63) 式及び一連の定常状態式を使用し計算した。[6)]

シミュレーション結果は図 1 に示されるとおりである。本稿は技術の中期的変動分析に焦点を当てているため、モデルによるシミュレーションと実際のデータの両方に関して長期サイクルを除去したものを図 1 で示している。フィルターリングには、Comin and Gertler (2006) と同様に band-pass filter を用い周期が 40 年以上の長期サイクルを除外し、2 年以上 40 年以下の周期をもつサイクルだけを抽出した。使用されたフィルターは Christiano and Fitzgerald (2003) の optimal band pass filter である。[7)] 図 1 を見ると、モデルに従ってシミュレートした技術変動は、日本の中期的技術変動を非常に上手くとらえることができていることが分かる。この結果は、R&D 投資と技術伝播の影響をふまえた本稿の技術進歩のマクロモデルで日本経済の技術変動のかなりの部分が説明可能であることを示している。

4 結び

本稿では、技術進歩が内生化された景気循環（一般均衡）モデルを構築し、カリブレーション・シミュレーション分析を行うことにより日本の技術変動を分析した。本稿のモデルは海外からの技術伝播の影響を組み込んだモデルである。定量分析によると、日本の中期的な技術変動は海外からの技術伝播と R&D でかなりの部分を説明可能なことが分かった。分析では、米国の R&D

---

6) $\overline{d}$ のカリブレーションには D と Γ、そしてパラメター値で表せられた w^* が必要となる。更に、一連の定常状態式を使用した D と w^* のカリブレーションには h^* が必要となる。そこで本稿では、米国が定常状態近傍に位置し、日本と米国の定常状態の労働時間をほぼ同程度と仮定し、h^* =“サンプル期間の米国における平均労働時間” とした。

7) フィルターをかける現実のデータは TFP を $\phi-1$ 乗したものである（つまり、$A_t(\kappa N_t)^{\beta(\phi-1)}G_t^{\phi-1}$）。フィルターリングにより長期のトレンドはすべて除去されるので（つまり、$(\kappa N_t)^{\beta(\phi-1)}G_t^{\phi-1}$ の影響はすべて除去されるので）、残るのは A_t の中期的変動要素のみになる。また、シミュレートされたトレンドからの A_t の乖離値である $A_t/A_{1,t}^*$ にフィルターをかけると、すべての長期的変動要素（$A_{1,t}^*$ も含む）が除去されるので、結果として、シミュレートされた A_t の中期的変動要素のみが残ることになる。

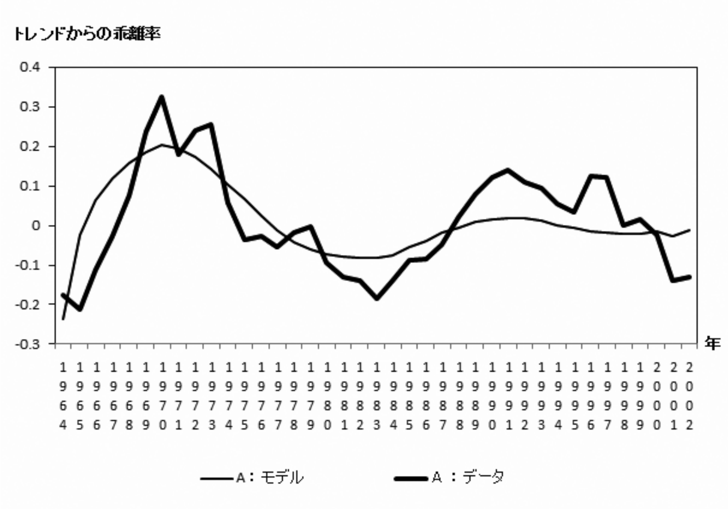

図 1: シミュレーション結果：日本の中期的技術変動

を外生とし、結果とし生み出される米国の新技術を日本の R&D 活動への外生ショックとして扱った。したがって、本稿の分析は米国の R&D 投資が技術伝播を通じて日本の中期的技術変動に重要な影響を与えてきたことを示している。これは、米国の R&D 投資に影響を与える事象が日本経済に中期的に大きな影響を及ぼし得ることを意味している。

今後の課題を述べて結びとしたい。本稿の定量分析では、技術変動のみの分析が行われたが、本モデルをより厳密に検証するには他のすべての内生変数を分析する必要があるだろう。シミュレーションでは日本の R&D を外生的に扱ったが (モデルでは内生)、モデルの正当性をよりしっかりとした形で示すには、日本の R&D を含むすべての内生変数を分析し、内生変数同士の関係や変動幅が現実のデータと整合的であるかを確認する必要があるだろう。そして、もしデータとの間に深刻な不整合性が発見された場合には、モデルに修正を加え現実経済をより上手くトレースできるモデルを構築することが必要となる。

参考文献

[1] **Branstetter, G. Lee**. 2001. "Are Knowledge Spillovers International or Intranational in Scope?: Micrioeconometric Evidence from the U.S. and Japan." *Journal of International Economics*, 53(1): 53-79.

[2] **Braun, R. Anton, Julen Esteban-Pretel, Toshihiro Okada and Nao Sudou.** 2006. "A comparison of the Japanese and U.S. business cycles." *Japan and the World Economy*, 18(4): 441-463.

[3] **Caballero, Ricardo and Adam Jaffe**. 1993. "How High are the Giants' Shoulders?" in *NBER Macroeconomics Annual*, ed. Olivier Blanchard and Stanley Fischer, 15-74. MA:MIT Press.

[4] **Christiano, Lawrence and Terry Fitzgerald.** 2003. "The Band Pass Filter." *International Economic Review*, 44(2): 435-465.

[5] **Comin, Diego and Mark Gertler.** 2006. "Medium Term Business Cycles." *American Economic Review*, 96(3): 523-551.

[6] **Griffith, Rachel, Stephen Redding and John Van Reenen.** 2004. "Mapping the Two Faces of R&D: Productivity Growth in a Panel of OECD Industries." *Review of Economics and Statistics*, 86(4): 883-895.

[7] **Hansen, Gary.** 1985. "Indivisible Labor and the Business Cycle." *Journal of Monetary Economics*, 16(3): 309-328.

[8] **Hayashi, Fumio and Edward Prescott.** 2002. "The 1990s in Japan: A Lost Decade." *Review of Economic Dynamics*, 5(1): 206-235.

[9] **Hansen, Gary and Edward Prescott.** 2002. "Malthus to Solow." *American Economic Review*, 92(4): 1205-1217.

[10] **Kose, M. Ayhan, Christopher Otrok and Charles H. Whiteman.** 2003. "International business Cycles: World, Region, and Country-specific Factors." *American Economic Review*, 93(4): 1216-1239.

[11] **Mansfield, Edwin, Mark Schwartz, and Samuel Wagner.** 1981. "Imitation Costs and Patents: An Empirical Study." *Economic Journal*, 91(4): 907-918.

[12] **McCandless, George**. 2008. *The ABCs of RBCs*. Massachusetts: Harverd University Press.

[13] **Pakea, Ariel and Mark Schankerman.** 1984. “The Rate of Obsolescence of Patents, Research Gestation Lags and Private Rate of Return to Research Resources.” In *R&D, Patents and Productivity*, ed. Zvi Griliches, 73-88. Chicago: University of Chicago Press.

[14] **Parente, Stephen and Edward Prescott.** 2004. “A Unified Theory of the Evolution of International Income Levels.” Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff Report 333.

[15] **Romer, Paul.** 1990. “Endogenous Technological Change.” *Journal of Political Economy*, 98(5): 71-102.

[16] 岡田敏裕, 2011. 「中期における R&D 投資と技術変動」、関西学院大学経済学部研究会　『経済学論究』65 巻第 2 号.

補論１：データ

日本の主要データソースは内閣府経済社会総合研究所『国民経済計算年報』である。労働に関するデータは、 総務省『労働力調査』と厚生労働省『毎月勤労統計調査』より得た。データは Hayashi and Prescott (2002) や Braun, Esteban-Pretel, Okada and Sudou (2006) で使用されたものと整合的になるように必要に応じて再分類されている。日本の R&D データは総務省 『科学技術研究調査報告書』から得た。なお、『科学技術研究調査報告書』のデータのカテゴリーが 1996 年、2001 年、2002 年に変更されているため、成長率を使用し 1995 年のデータから延長されている。米国の R&D データは National Science Foundation, “The National Patterns of R&D Resources” より得た。.

補論２：技術先進国経済

先進国経済と後進国経済の相違は R&D 活動に関してのみなので、 (4) 式、(2) 式、 (29) 式 、(36) 式および $RD_{1,t} = \lambda_{1,t} N_{1,F,t}$ より以下の式を得ることができる。

$$Y_{1,t} = W_{1,t} K_{1,t-1}^{\theta_1} \left(N_{1,t} h_{1,t}\right)^{1-\theta_1} \tag{72}$$

$$W_{1,t} = A_{1,t-1}^{\frac{1}{\phi-1}} T_{1,t} = A_{1,t-1}^{\frac{1}{\phi-1}} (\kappa_1 N_{1,t})^{\beta} G_t, \tag{73}$$

$$A_{1,t} = \frac{\epsilon_1}{\lambda_{1,t}} RD_{1,t} + \psi A_{1,t-1} \tag{74}$$

$$\lambda_{1,t} = \left[d_1 (\kappa_1 N_{1,t})^{\beta \gamma_{1,N}} G_t^{\gamma_{1,G}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} RD_t^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}. \tag{75}$$

ただし、$\phi = \phi_1$、$\psi = \psi_1$、$\alpha = \alpha_1$ 、および $\beta = \beta_1$ を仮定する。(74) 式より、

$$\frac{A_{1,t}}{A_{1,t-1}} = \frac{\epsilon_1}{\lambda_{1,t}} \frac{RD_{1,t}}{A_{1,t-1}} + \psi, \tag{76}$$

が得られる。更に、(72) 式と (73) 式より、

$$y_{1,t} = A_{1,t-1}^{\frac{1}{\phi-1}} \left(\frac{1}{1+n_1}\right)^{\theta_1} T_{1,t} k_{1,t-1}^{\theta_1} h_{1,t}^{1-\theta_1},$$

となる。上式は定常状態において以下の式が成立ことを意味する。

$$1 + g_{y_1^*} = (1 + g_{A_1^*})^{\frac{1}{\phi-1}} (1 + g_{T_1})(1 + g_{k_1^*})^{\theta_1}.$$

ただし、$g_{A_1^*}$、 $g_{k_1^*}$、 $g_{y_1^*}$ はそれぞれ定常状態の A_1、 k_1、 y_1 の成長率を示す (注：$1 + g_{T_1} = \frac{T_{1,t}}{T_{1,t-1}} = \left(\frac{N_{1,t}}{N_{1,t-1}}\right)^{\beta} \frac{G_t}{G_{t-1}}$)。定常状態では $g_{y_1} = g_{k_1}$ が成立するので、上式は以下のように書き換えられる。

$$1 + g_{y_1^*} = (1 + g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)}} (1 + g_{T_1})^{\frac{1}{1-\theta_1}}. \tag{77}$$

従って、(76) 式を考慮すると、定常状態が存在するためには $\frac{\epsilon_1}{\lambda_{1,t}} \frac{RD_{1,t}}{A_{1,t-1}}$ が定常状態において一定となる必要がある。つまり、

$$(1 + g_{RD_1^*}) \left(\frac{\lambda_{1,t-1}}{\lambda_{1,t}}\right)^* = (1 + g_{A_1^*}),$$

が定常状態が存在する条件となる ($g_{RD_1^*}$ は定常状態の RD_1 の成長率を示す)。ここで、$(1 + g_{y_1^*})(1 + n_1) = 1 + g_{RD_1^*}$ が成立するのでなので、上式は以下のように書き換えることができる。

$$\left(\frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{1,t-1}}\right)^* = \frac{(1 + g_{y_1^*})(1 + n_1)}{(1 + g_{A_1^*})}.$$

この式に (77) 式を $(1 + g_{y_1^*})$ に対して代入すると

$$\left(\frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{1,t-1}}\right)^* = (1 + g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)} - 1} (1 + g_{T_1})^{\frac{1}{1-\theta_1}} (1 + n_1) \tag{78}$$

$$= (1 + g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)} - 1} (1 + g_G)^{\frac{1}{1-\theta_1}} (1 + n_1)^{\frac{\beta}{1-\theta_1} + 1}. \tag{79}$$

が得られる。

一方、(75) 式より、

$$\left(\frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{1,t-1}}\right)^* = (1+g_G)^{\frac{\gamma_{1,G}}{1+\alpha}}(1+n_1)^{\frac{\beta\ \gamma_{1,N}}{1+\alpha}}(1+g_{RD_1^*})^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \tag{80}$$

が成立する。ここで、$1+g_{RD_1^*} = (1+g_{y_1^*})(1+n_1)$ と $1+g_{y_1^*} = (1+g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)}}(1+g_{T_1})^{\frac{1}{1-\theta_1}} = (1+g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)}}(1+g_G)^{\frac{1}{1-\theta_1}}(1+n_1)^{\frac{\beta}{1-\theta_1}}$ が成立するので、以下の式を得ることができる。

$$1+g_{RD_1^*} = (1+g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)}}(1+g_G)^{\frac{1}{1-\theta_1}}(1+n_1)^{\frac{\beta}{1-\theta_1}+1}.$$

この式を (80) 式に $1+g_{RD_1^*}$ に対して代入すると、

$$\left(\frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{1,t-1}}\right)^* = (1+g_G)^{\frac{1}{1+\alpha}\gamma_{1,G}}(1+n_1)^{\frac{\beta}{1+\alpha}\gamma_{1,N}}$$
$$\left[(1+g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)}}(1+g_G)^{\frac{1}{1-\theta_1}}\cdot(1+n_1)^{\frac{\beta}{1-\theta_1}+1}\right]^{\frac{\alpha}{1+\alpha}},$$

となり、以下の式が得られる。

$$\left(\frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{1,t-1}}\right)^* = (1+g_{A_1^*})^{\frac{\alpha}{(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}}(1+g_G)^{\frac{\gamma_{1,G}}{1+\alpha}+\frac{\alpha}{(1+\alpha)(1-\theta_1)}}$$
$$\cdot(1+n_1)^{\frac{\alpha\beta}{(1+\alpha)(1-\theta_1)}+\frac{\alpha+\beta\ \gamma_{1,N}}{1+\alpha}}. \tag{81}$$

従って、(78) 式と (81) 式から、定常状態においては以下の式が成立していなければならない。

$$(1+g_{A_1^*})^{\frac{1}{(\phi-1)(1-\theta_1)}-1}(1+g_G)^{\frac{1}{1-\theta_1}}(1+n_1)^{\frac{\beta}{1-\theta_1}+1}$$
$$= (1+g_{A_1^*})^{\frac{\alpha}{(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}}(1+g_G)^{\frac{1}{1+\alpha}\gamma_{1,G}+\frac{\alpha}{(1+\alpha)(1-\theta_1)}}$$
$$(1+n_1)^{\frac{\beta}{1+\alpha}\gamma_{1,N}+\frac{\alpha\beta}{(1+\alpha)(1-\theta_1)}+\frac{\alpha}{1+\alpha}}.$$

なお、ここ注意すべき点は、$g_{A_1^*}$ は内生的に決定されるということである、つまり、$g_{A_1^*}$ は g_G、n_1 及びモデルパラメーターにより決定される。上記の式を $1+g_{A_1^*}$ に関して解くと、内生的に決定される定常状態の A_1 の（グロス）成長率を求めることができ、以下のように表せる。

$$1+g_{A_1^*} = (1+g_G)^{\frac{(\phi-1)\left((1-\theta_1)\gamma_{1,G}-1\right)}{1-(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}}(1+n_1)^{\frac{(\phi-1)\left(\beta(1-\theta_1)\gamma_{1,N}-(1-\theta_1)-\beta\right)}{1-(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}}, \tag{82}$$

経済が定常状態に収束するのであれば A_1 はこの値で成長する。経済が定常状

態に収束するか否かはモデルパラメーター次第となる（本稿では先進国経済が定常状態に収束するパラメーター値を仮定する）。

　ここで、定常状態の W_1 の成長率を $g_{W_1^*}$ と定義すると、(73) 式と (82) 式より、以下の式が得られる。

$$(1+g_{W_1^*}) = (1+g_G)^{\frac{(1-\theta_1)\gamma_{1,G}-1}{1-(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}+1}(1+n_1)^{\frac{\beta(1-\theta_1)\gamma_{1,N}-(1-\theta_1)-\beta}{1-(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}+\beta}. \quad (83)$$

本稿のシミュレーション分析のサンプル期間において先進国が定常状態近傍にいると仮定すると、(83) 式を使用しモデルパラメーター $\gamma_{1,G}$ をカリブレートすることが可能となる。カリブレーションに使用される式は以下の式である ((83) 式の対数をとり、$\gamma_{1,G}$ に関して解く)。

$$\gamma_{1,G} = -\beta\frac{\ln(1+n_1)}{\ln(1+g_G)}\gamma_{1,N} + (1+\alpha)(\phi-1) + (1+\beta(1+\alpha)(\phi-1))\frac{\ln(1+n_1)}{\ln(1+g_G)} + \frac{1-(1+\alpha)(\phi-1)(1-\theta_1)}{(1-\theta_1)}\frac{\ln(1+g_{W_1^*})}{\ln(1+g_G)}. \quad (84)$$