遺産行動を含む世代重複モデルでの所得移転の効果

Income Transfer in Overlapping Generations Model with Bequest

河　野　正　道

In this paper, we analyze the economic growth path with bequeathing behavior. Assuming that there are two groups whose utility function is homogeneous, we derive a divergence occurs and one group bequeaths and the other does not in the long run, when the parameters are in certain intervals. Comparative static analysis is carried out, examining the effect of income transfer from the rich group to the poor one. This transfer decreases the wage rate, bequest and the utility of the poor group even after they receive the transfer.

Masamichi Kawano

JEL：D30, E23, O41

キーワード：遺産、所得移転、貧困

Key words：Bequest, Income distribution

1．はじめに

Hamada[4] は新古典派 2 階級成長モデルを用いて、階級間の所得移転の効果を分析した。そこでは、大きな貯蓄率を持ち大きな資産を持つ資本家階級から労働者階級への所得移転は、資本蓄積を阻害し、その結果、賃金率が減少し、最終的に労働者の移転後の所得は低下することを示した。Kawano[5] は非線形の貯蓄関数を用いて労働者の所得の最大化を実現する所得移転を論じ、これまでの議論を拡張した。[1)]

1)　これを読みやすくしたものを [6] 河野の第 2 章に収録している。

この論文では、まずは、世代重複モデルを用いて遺産を含む動学的理論を検討する。2 つのグループが社会に存在し、同一の効用関数を持っていると仮定する。人口成長率および生産関数についての parameter がある範囲内にあれば、定常均衡は利子率が人口成長率よりも高い領域で均衡が成立する。ところがそこでは 2 つのグループが共に遺産を残すことはできない。不安定だからである。よって、一方のグループは遺産を残し、他方は残さないという定常均衡が実現する。どちらが遺産を残す方になるかは初期時点における遺産の量によって決まる。また、この定常均衡が存在すると同時に、双方のグループが共に遺産を残さない、という均衡も存在する。どちらの均衡が実現するかも、初期条件によって決まる。

このような均衡を導出した後に、遺産を残す裕福なグループから遺産を残さない貧困なグループへの所得移転の効果について分析する。

この結果、裕福なグループから貧困なグループへの所得移転は、資本蓄積を阻害し、賃金所得を減少させる。また、遺産に対する効果も負であるとして導出できる。つまり、裕福なグループは、賃金所得、遺産所得ともに低下し、さらに税金を課せられるのであるから、この移転政策は、所得に対しても効用に対しても負の効果を持っている。貧困なグループの効用への効果は、同様に、負であると導出することができる。この点は Hamada の結果と同様である。ただ、Hamada はシンプルな新古典派の理論であり、効用関数は入っていなかった。我々のモデルは世代重複モデルであり、効用への効果が導出できた。また、Hamada においては、労働者の補助金後の所得を最大化する税率はゼロであると導出できたが、我々のモデルでは、この税率は負となる。

2. 基本モデル

人は青年期と老年期の 2 期生きる。世代は重複している。t 期に生まれた人を世代人と呼ぶ。その効用は、若年期と老年期の 2 期間の消費と次世代への遺産に依存する。すべての世代には 2 つの所得の異なったグループが存在し、それぞれのグループは異なった量の遺産を若年期末に親から受け取る。このグループとは家系と考えるべきである。同一のグループには同一の家系が存在す

る[2)]。このグループの内部ではすべては同質である[3)]。子に与える遺産の量から得られる限界効用は逓減せず、一定であるとし、効用関数は

$$U_t^i = \ln c_t^{1i} + \ln c_{t+1}^{2i} + B_{t+1}^i \tag{1}$$

であるとする。ただし、B の上付き添え字 i は $i = I, II$ であり、I,II はグループを示し、グループ I またはグループ II を示す。ここで、B_t^i は t 世代人が受け取る一人当たりの遺産、c_t^{1i} は t 世代人の若年期の消費、c_{t+1}^{2i} は t 世代人の老年期の消費、R_{t+1} は $t+1$ 期の 1+ 利子率、N は 1+ 人口成長率、それぞれのグループの人口は等しいとする。双方ともに労働を供給するのであり、各グループともに全体の賃金の半分を受け取る。よって、t 期における各グループの 1 人当たりの賃金所得は $\dfrac{w}{2}$ とする。つまり、全体の労働量を 1 と基準化するのである。予算制約式は

$$B_t^i + \frac{w_t}{2} = c_t^{1i} + \frac{c_{t+1}^{2i} + NB_{t+1}^i}{R_{t+1}} \tag{2}$$

となる。後に政府が各グループに対して異なった税（補助金）T^i を課す[4)]。各世代人は予算制約式 (2) の下で効用関数 (1) を最大化する。この最大化のためのラグランジュ関数を

$$L = \ln c_t^{1i} + \ln c_{t+1}^{2i} + B_{t+1}^i + \lambda\left(B_t^i + \frac{w_t}{2} - T^i - c_t^{1i} - \frac{c_{t+1}^{2i} + NB_{t+1}^i}{R_{t+1}}\right)$$

とし、一階の条件は

$$\frac{1}{c_t^{1i}} - \lambda = 0, \tag{3}$$

$$\frac{1}{c_t^{2i}} - \frac{\lambda}{R_{t+1}} = 0, \tag{4}$$

$$1 - \frac{\lambda N}{R_{t+1}} \leq 0,\ B_{t+1}^i \gneqq 0 \tag{5}$$

となる。最後の (5) 式から、もし彼が遺産を残すときは、所得の限界効用 λ は

$$\lambda = \frac{R_{t+1}}{N} \tag{6}$$

2) ただし、後から分析する Phase A の場合は例外である。

3) この遺産額はゼロかもしれない。

4) なお、これが負のときに補助金となる。

となる。このように遺産を残すグループをグループ I とする。すると、(3), (4) より

$$c_t^{1_I} = \frac{N}{R_{t+1}}, \tag{7}$$

$$c_{t+1}^{2_I} = N \tag{8}$$

となり、これを予算制約式 (2) に代入して

$$B_{t+1}^I = \frac{R_{t+1}}{N}\left(B_t^I + \frac{w_t}{2} - T^I\right) - 2 \tag{9}$$

を得る。また、(5) が不等号で満たされるときには $B_{t+1}^i = 0$ となる。このグループおよび最初から遺産を貰わなかった家系、つまり、$B_t^i = 0$ をグループ II とする。すると、(3), (4) より $\frac{c_{t+1}^{2_{II}}}{c_t^{1_{II}}} = R_{t+1}$ であるから、予算制約式 (2) より

$$c_t^{1_{II}} = \frac{B_t^{II} + \frac{w_t}{2} - T^{II}}{2}, \tag{10}$$

$$c_{t+1}^{2_{I_I}} = \frac{R_{t+1}\left(B_t^{II} + \frac{w_t}{2} - T^{II}\right)}{2} \tag{11}$$

を得る。このグループ II は t 期の初めには遺産を受け取るが、しかし、$t+1$ 期には遺産を残さない。これは過渡的な時に生じる場合であり、先にも述べたように、最初から遺産を受け取らなかったグループもグループ II に含める。t 世代人が受け取る所得が十分に小さく、所得の限界効用が (6) で示された $\frac{R_{t+1}}{N}$ より大きいときはグループ II となり、遺産を残さず、受け取る所得が十分に小さい。その限界効用が $\frac{R_{t+1}}{N}$ に等しくなるときはグループ I となり遺産を残す。なお、遺産の限界効用が $\frac{R_{t+1}}{N}$ で与えられているから、所得の限界効用はこの値以下にはならない。グループ II は、個人は遺産を残さず、所得の 2 分の 1 を第 1 期の消費に、残りを第 2 期の消費に費やす。このときの所得の限界効用は $\frac{2}{B_t^i + \frac{w_t}{2} - T^i}$ である。これが $\frac{R_{t+1}}{N}$ よりも大であり、つまり、$\frac{N}{R_{t+1}} > \left(B_t^{II} + \frac{w_t}{2} - T^{II}\right)/2$、がグループ II の家系に関して成立している。これは第 1 期に遺産を残さない人は残す人よりも小さな消費をしていることを意味する。遺産を残しているグループ I については、$\frac{N}{R_{t+1}} < \left(B_t^I + \frac{w_t}{2} - T^I\right)/2$ であり、最初から遺産を

受け取らなかったグループ II の家系については、$\dfrac{N}{R_{t+1}} > \dfrac{w_t}{4} - T^{II}$ となるので[5]、定常状態において、遺産を残す家系と残さない家系が並存する場合は、

$$\frac{w}{4} - \frac{T^{II}}{2} < \frac{N}{R} < \frac{B}{2} + \frac{w}{4} - \frac{T^{I}}{2} \tag{12}$$

が成立している。

3. 動学的プロセス

以下に動学的プロセスを考える。まず、体系の動きを 3 つの Phase を分割する。双方のグループが遺産を残すときを Phase A とし、片方が遺産を残すときを Phase B とし、双方が遺産を残さないときを Phase C の 3 種類である。議論を簡単化するために、税（補助金）T はしばらく、ゼロと仮定する。

3.1　資本の動き

3.1　Phase A

グループ I に 2 つの家系が属しているとする。先に同一のグループには同一の家系が属する、と書いたが、この Phase A はその例外であり、双方の家系が遺産を残すのであるから、双方ともにグループ I と呼ぶことにし、そのグループ I の中に 2 つの異なった家系が存在するとする。この 2 つの家系の貯蓄の合計が次期の資本として用いられる。t 期の貯蓄は

$$S_t^I = B_t^{I1} + B_t^{I2} + w_t - \frac{2N}{R_{t+1}} \tag{13}$$

である。ここで上付添字の I1, I2 はそれぞれ家系を示す。この貯蓄合計が来期の資本となるので、

$$Nk_{t+1} = S_t^{I1} + S_t^{I2} = B_t^{I1} + B_t^{I2} + w_t - \frac{2N}{R_{t+1}} \tag{14}$$

が成立する。(14) によって資本の動きが示される。また、グループ I に属する各家系の遺産の動きは、(9) で示される[6]。なお、完全競争を仮定している

5)　親から遺産を受け取ったのに子に残さないというケースが存在する場合には、親から遺産を受け取らなかったが、子には遺産を残すというケースは同一の効用関数を仮定している以上、存在しない。

6)　ただし、(9) の B_t^I は、B_t^{I1} または B_t^{I2} と解釈する。

ので、生産関数を $f(k_t)$ とすると $w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t,\ R_t = f'(k_t)$ であるとする。本来は $R_t = 1 + f'(k_t)$ であるが、資本の減価償却率が 1 期間あたり 100%であると仮定し、前期に投下した資本は今期には消滅するとする。すると、遺産の動きは (9) より、

$$B^{I1}_{t+1} + B^{I2}_{t+1} = \frac{R_{t+1}}{N}\left(B^{I1}_t + B^{I2}_t + w_t\right) - 4 \tag{15}$$

である。なおここで、

$$B^{I1}_{t+1} - B^{I2}_{t+1} = \frac{R_{t+1}}{N}\left(B^{I1}_t - B^{I2}_t\right) \tag{16}$$

が成立することに注意する。もし定常均衡において $\dfrac{R}{N} > 1$ であれば、$\left(B^{I1}_t - B^{I2}_t\right)$ は拡散し、2 つの家系 $I_1,\ I_2$ がグループ I に存在するが定常均衡で存在することはない。よって一方は $B^{Ii} = 0$ となり、他方は $B^{Ij} > 0$ となり、1 家系のみが遺産を残す家系として生き残る。よって、Phase A の均衡では $R > N$ は不可能である。

命題 1：Phase A においては $R > N$ の領域では定常均衡は存在しない。

Phase A における運動は、(9)、(14) によって叙述される。先に定常均衡について検討することにしよう。(9) より、

$$\widetilde{B}\left(\frac{N-R}{N}\right) = \frac{2R}{N}\left(\frac{w}{4} - \frac{N}{R}\right) \tag{17}$$

となる。ただし、$\widetilde{B_t} = B^{I1}_t + B^{I2}_t$ である。命題 1 より、Phase A での均衡が存在するためには、$N > R$ であるから、$\dfrac{w_t}{4} > \dfrac{N}{R_{t+1}}$ が成立しなければならない。また、$\dfrac{w_t}{4} > \dfrac{N}{R_{t+1}}$ であれば遺産を受け取らなくても、子孫に遺産を残すようになり、Phase A が実現する。

命題 2：2 つの家系が遺産を残す Phase A が存在するとすれば、それは $R < N$ の領域である。

ケースである Phase B 次に、一方のグループが遺産を残し、他方のグルー

プが残さないという 2 つのグループが並存するについて検討する。

3.2 Phase B

親から遺産 B_t^i を受け取りながら、子供には遺産を残さない家系はグループ II のなかに存在する。しかし、それは過渡的に存在するのであり、しばらくはこれを無視することとし、最初から遺産を貰わなかったとする。遺産を残すグループ I の家系の第 1 期の所得は $B_t^I + \frac{w_t}{2}$ であり、遺産を残すときの第 1 期の消費は、$\frac{N}{R_{t+1}}$ であり、貯蓄は $B_t^I + \frac{w_t}{2} - \frac{N}{R_{t+1}}$ となる。また、遺産を受け取らないグループ II の所得は $\frac{w_t}{2}$ であり、その 1/2 を貯蓄するので、$\frac{w_t}{4}$ を貯蓄することになる。よって t 期の貯蓄の合計は

$$S_t = B_t^I + \frac{3}{4}w_t - \frac{N}{R_{t+1}} \tag{18}$$

となる。以下、Notation の簡単化のために $B^I = B$ と表記する。この貯蓄が来期の資本となるので、資本の動きは、グループ II の消費は $\frac{w_t}{4}$ であるから

$$Nk_{t+1} = B_t + \frac{3}{4}w_t - \frac{N}{R_{t+1}} \tag{19}$$

となる。また、遺産の動きはグループ II の行動のみから決定されるので

$$B_{t+1} = \frac{R_{t+1}}{N}\left(B_t + \frac{w_t}{2}\right) - 2 \tag{20}$$

となる。先に定常均衡について検討する。(20) より、

$$B\left(\frac{R-N}{N}\right) = \frac{2R}{N}\left(\frac{N}{R} - \frac{w}{4}\right) \tag{21}$$

が成立するので、Phase A と同様の論理で (12) より遺産を残さないグループの若年期の消費は、遺産を残すグループよりも小さいので、$\frac{N}{R} > \frac{w}{4}$ となり、よって、(21) より $R > N$ である。

命題 3：グループ I の 1 家計のみが遺産を残す Phase B では、定常均衡が存在するとすれば、それは $R > N$ の領域である。

3.3 Phase C

双方の家系ともに遺産を残さないので、資本の動きは

$$Nk_{t+1} = \frac{w_t}{4} \tag{22}$$

で示される。生産関数が well-behavedness を満たせば、定常均衡は存在し、かつ、安定である。

以下に関数関係を特定化し、具体的に定常均衡を求める。

4. 生産関数の特定化

我々は、2 つの家系を考え、双方のグループがともに遺産を残す場合の Phase A, 一方のみが残す場合の Phase B、双方ともに残さない場合の Phase C の 3 つに分類した。以下に、生産関数を特定化して分析を進め、それぞれのケースがどのようなパラメーター x の範囲で存在するか、また、Phase 間の移動の可能性について検討する。

生産関数を $y = \theta k^{0.5}$ として特定化して体系の動きを分析する。先に述べたように、資本の減価償却率が 1 期当たり 100%であるとし、前期に投入した資本は今期にはすべて償却するものとする。このため、$R = \dfrac{\theta}{2k^{1/2}}$ とする。これは簡単化のための仮定である。

4.1 Phase B の分析

まず、$R > N$ の領域において存在する Phase B の定常均衡について検討する。(19)(20) は

$$\frac{4Nw_{t+1}^2}{q} = B_t + \frac{3w_t}{4} - \frac{4Nw_{t+1}}{q}, \tag{23}$$

$$B_{t+1} = \frac{q}{4Nw_{t+1}}\left(B_t + \frac{w_t}{2}\right) - 2 \tag{24}$$

となる。ここで、$w = \dfrac{\theta}{2}k^{1/2}$ より $k = \dfrac{4w^2}{\theta^2}$、$R_{t+1} = \dfrac{\theta^2}{4w_{t+1}}$ である。また、notation の簡単化のために $q = \theta^2$、$x = \dfrac{N}{q}$ とする。すると

$$k = \frac{4w^2}{q} \tag{25}$$

$$R = \frac{q}{4w} \tag{26}$$

(23)、(24) を w_{t+1}, B_{t+1} についての連立方程式としてこれを解いて w_t, B_t の式で示すことができる。(23) より、$w_{t+1} = \frac{1}{2}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{B_t + \frac{3}{4}w_t}{x}}\right)$ となるが、w_{t+1} は正であるから、

$$w_{t+1} = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{B_t + \dfrac{3}{4}w_t}{x}}\right) \tag{27}$$

となる。$\Delta w_t = w_{t+1} - w_t = 0$ の曲線を求める。(27) より

$$\Delta w_t = -w_t + \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{B_t + \dfrac{3}{4}w_t}{x}}\right) \tag{28}$$

となり、これより $\Delta w = 0$ を満たす B は

$$B_t|_{\Delta w=0} = 4xw_t\left[w_t - \left(\frac{3}{16x} - 1\right)\right] \tag{29}$$

となる。次に w の運動を求める。(29) は $w - B$ 平面での放物線であり、原点を通過する。$w = 0,\ B = \varepsilon$ のとき、(28) に代入すると

$$\Delta w_t = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{\varepsilon}{x}}\right) > 0 \tag{30}$$

となり、原点より上では w は上昇し、原点よりも下では下落する。

同様に、B_{t+1} は (24), (27) より

$$B_{t+1} = \frac{1}{2}\left(\frac{B_t + \dfrac{w_t}{2}}{B_t + \dfrac{3}{4}w_t}\right)\left(1 + \sqrt{1 + \frac{B_t + \dfrac{3}{4}w_t}{x}}\right) - 2 \tag{31}$$

と導出される。

$\Delta B_t = B_{t+1} - B_t = 0$ の曲線を求める。(31) より

$$\Delta B_t = \left[-B_t + \frac{1}{2} \left(\frac{B_t + \dfrac{w_t}{2}}{B_t + \dfrac{3w_t}{4}} \right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{B_t + \dfrac{3w_t}{4}}{x}} \right) - 2 \right] \tag{32}$$

となり、$\Delta B_t = 0$ を満たす w は (32) を w について解いて

$$w_t|_{\Delta B_t = 0} = 2\left[-B_t + x\left(B_t + 2\right) \left(3B_t + 4 \pm \sqrt{\left(3B_t + 4\right)^2 - \frac{2B_t}{x}} \right) \right] \tag{33}$$

となるこの $\Delta B = 0$ の曲線は原点を通過する。$B = 0$ のときに $w = 0, 32x$ となる。(33) は根号部分を無視すると w 軸方向への放物線である。これに対して、根号部分は B 軸方向への放物線であり、この双方が混合されている。その大域的形状は、x の大きさに依存する。

これより、B の動きについて検討する。極めて小さい $\varepsilon > 0$ に対して点 $(w = 0, B = \varepsilon)$ においては、$\Delta B_t = -\varepsilon + \dfrac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \dfrac{\varepsilon}{x}}\right) - 2 = -1 < 0$ となる。よって、原点よりも B 軸方向へ少し離れたところでは B は減少する。$\Delta B_t = 0$ の曲線を超えるたびに B の動きが逆転する。

4.2　制約条件

遺産を残す家系と残さない家計が並存する経済を考えている。よって、遺産を残さない家系は遺産を残そうとする誘因が存在しない。そのためには、(12) で述べたように、$\dfrac{w_t}{4} - \dfrac{N}{R_{t+1}} < 0$ が成立する。(27) を用いて

$$B_t > \frac{w_t}{64x}\left(w_t - 32x\right) \tag{34}$$

となる。これは図 1 の中で点線で示された曲線（放物線）で境界線が示される。よって、(34) が示す領域は、B 軸方向へのこの放物線の右側である。

また、遺産を残す家系が存在するので、(12) で述べたように $\dfrac{B_t}{2} + \dfrac{w_t}{4} - \dfrac{N}{R_{t+1}} > 0$ が成立しなければならない。よって、(27) より

$$B_t > -\frac{w_t}{2} + 4x + 2x\sqrt{4 + \frac{w_t}{x}}, \tag{35}$$

$$B_t < -\frac{w_t}{2} + 4x - 2x\sqrt{4 + \frac{w_t}{x}} \tag{36}$$

と求めることができる。この境界を示す曲線は図 1 の中で一点鎖線で示されたように、$B - w$ 平面の原点と $B = 0, w = 32x$ を通過する。また、原点より

少し上の $B=\varepsilon>0, w=0$ においては、(35)、(36) より、$\varepsilon>8x, \varepsilon<0$ となり、この条件を満たさない。よってこの曲線と縦軸 ($B=0$) で囲まれた領域はこの制約条件を満たさない。第一象限におけるこの曲線の右側が条件を満たす領域である。

4.3 均衡の存在条件

均衡を探るときの問題は、第一には均衡は制約条件 (34), (35), (36) を満たし、かつ、$\Delta w=0$、$\Delta B=0$ である (29) および (31) を満足するような parameter x は存在するのだろうか、という問題である。これを検討する。

まず、$\Delta w=0,\ \Delta B=0$ を満たす条件は (29)、(31) であり、双方ともに原点を通過する。ただし、$\Delta B=0$ は 2 つの分離した曲線であり、ここでの分析に有用なのは、原点を通過せず、$B=0$ のとき $w=32x$ を通過する。また、制約条件式 (34), (35) または (36) はともにこの点を通過する。よって、この点で 3 つの曲線が交差する。$\Delta w=0$ は $B=0$ のとき、0 と $\dfrac{3}{16x}-1$ の 2 点を通過する。なお、制約条件式 (34) の境界線[7]は $x=\dfrac{1}{16}$ のときに $\Delta w=0$ 曲線と一致する。均衡は $\Delta w=0$ の上に存在しなければならないので、(34) を満たすためには、$x>\dfrac{1}{16}$ でなければならない。

また、この $w,\ B$ の定常均衡値を直接解いてみると

$$w^*=\frac{\dfrac{7}{32}-\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{32}\sqrt{33-480x+256x^2}}{x} \tag{37}$$

$$B^*=\frac{-1}{32}\frac{-5+48x-\sqrt{33-480x+256x^2}}{x} \tag{38}$$

である。（付録参照）根号の中は正でなければならず、よって、$x<\dfrac{15}{16}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, or $x>\dfrac{15}{16}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となる。先に求めた $x>\dfrac{1}{16}$ を考慮すると、この Phase B で均衡が存在する条件は

$$\frac{1}{16}<x<\frac{15}{16}-\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{39}$$

となる。

7) (34) が等号で成立する条件式

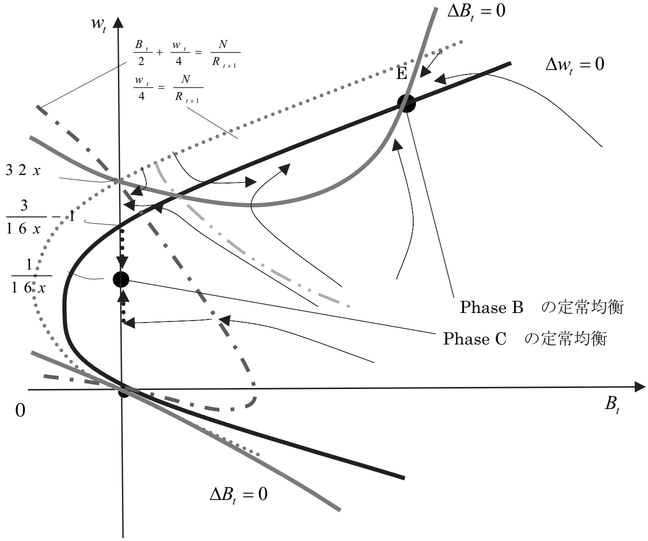

図 1　Phase B の定常均衡と Phase C の定常均衡が同時に存在する場合。

3.4　Phase B における動き

図 1 の中で体系の動きは矢印で示されている。なお、制約条件 (34) を示す点線の左の領域に入ると、遺産を残さなくなり、Phase C となる。よって、(22) によって w は動き、(25) より $w_{t+1}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{w_t}{x}}$ となり、定常均衡 $w=\frac{1}{16x}$ へと安定的に収束する。なお、図 1 は (39) で示されるパラメーターの領域で描いたが、そのほかの値のときは、Phase B での均衡は消滅する場合もある。様々なケースについて付録にその位相図を示した。

命題 4：x が (39) の範囲内の値をとるとき、Phase B の定常均衡が存在する。

なお、Phase C の均衡も同時に存在する。図 1 で示された 2 点鎖線の左下側に初期値があるときは、Phase C の定常均衡へと収束する。

5. 所得移転政策の効果

次に政策分析を行う。遺産を残すグループ I の家系は裕福であり、遺産を残さないグループ II の家系は裕福ではない。よって裕福な家系から貧困な家系へと所得移転が行われたとしよう。このとき資本労働比率、賃金率などの定常均衡値に対する効果を検討する。税金 T を考慮すると、(23)、(24) は

$$4xw_{t+1}^2 + 4xw_{t+1} = B_t + \frac{3w_t}{4} - \frac{T}{2}, \tag{40}$$

$$B_{t+1} = \frac{1}{4xw_{t+1}}\left(B_t + \frac{w_t}{2} - T\right) - 2 \tag{41}$$

となる。[8)]

(40)、(41) より、定常状態における T の効果をみる。期間を示すサブスクリプトの t を無視して

$$\begin{pmatrix} 4x + 8xw - \dfrac{3}{4} & -1 \\ -\dfrac{B + \dfrac{w}{2} - T}{4w^2x} - \dfrac{1}{8wx} & 1 - \dfrac{1}{4wx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{dw}{dT} \\ \dfrac{dB}{dT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{1}{2} \\ -\dfrac{R}{N} \end{pmatrix} \tag{42}$$

となり、

$$\left.\frac{dw}{dT}\right|_{T=0} = \frac{-1}{2\Delta}\left(1 + \frac{R}{N}\right) \tag{43}$$

となる。Δ は (41) の左辺の行列の行列式であり、安定条件より正である。よって、(43) の値は負となる。つまり、裕福な家系から貧困家系への移転政策を導入することによって賃金率は減少する。遺産に対しては

$$\left.\frac{dB}{dT}\right|_{T=0} = \frac{-3}{2w\Delta}\left[w - \left(\frac{1}{16x} - \frac{1}{3}\right)\right] \tag{44}$$

となる。x の範囲が (39) で示されており、また、そのときの w の均衡値は (37) で示されている。すると (44) の値はこの (39) の範囲内で負となることが確認できる。

よって、この移転政策は、賃金率 w にも遺産 B にも負の効果を持つ。次に、遺産を残さない貧困な家系の効用に対する効果を調べる。効用は (1), (10), (11) より、$u^{II} = \left(\dfrac{w}{4} + \dfrac{T}{2}\right)^2 R$ と表現できる。この移転政策の効用に対する

---

8) $S_t^I = B_t + \dfrac{w_t}{2} - T - \dfrac{N}{R_{t+1}}, S_t^{II} = \left(B_t + \dfrac{w_t}{2} + T\right)/2$ より (40) が、また、グループ I の可処分所得は $B_t + \dfrac{w_t}{2} - T$ となることから (41) が導出される。

効果は (43) より

$$\left.\frac{du^{II}}{dT}\right|_{T=0} = \left(\frac{3}{4}\right)\frac{dw}{dT} + 1 \tag{45}$$

$$= \frac{-\left(\frac{3}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4w}\right) + \frac{2}{wx}\left[\left(wx-\frac{1}{4}\right)\left(4x+8wx-\frac{3}{4}\right) + \left(wx+x-\frac{3}{16}\right)\right]}{2\Delta}$$

となる。なお、ここで (40) より $B = 4\left(wx+x-\frac{3}{16}\right)w$ が成立し、これを利用した。ここでは、T に関する効用の最大化をここで求めるのではなく、効用を最大化する T は正であるか負であるかをチェックするに留めることにする。よって、$T=0$ のときの (45) の値を求める。(45) より

$$\mathrm{sign}\left.\left(\frac{du^{II}}{dT}\right)\right|_{T=0} = \mathrm{sign}\left(-84wx - 7 + 128wx^2 + 256w^2x^2\right) \tag{46}$$

となる。先に求めたように、x の範囲は (39) であり、そのときの w の定常均衡値は (37) である。このとき、(46) の右辺 $(\cdot)$ 内は負である。また、(39) で示された x の上限においても負である。また、この区間において単調減少関数である。よって、よって、(46) は負となる。

以上のことより、遺産を残さない貧困家系に対して補助金 T を与えることは、かえって貧困家庭の効用を減少させることがわかった。

6. さいごに

我々が示したことは、第 1 には、世代重複モデルを用いて 2 つのグループは同一の効用関数をもっているのに、貧富の差が発生するケースが存在することを示したことである。ある parameter の範囲においては、2 つの家系のうちのグループ I は裕福になって遺産を残し、グループ II は遺産を残さなくなることを示した。第 2 には、このように導出された長期定常均衡において、遺産を残す裕福なグループ I から遺産を残さない貧困なグループ II への所得移転がどのような効果を持っているかを分析し、以下のような結果を得たことである。この所得移転は資本蓄積を阻害し、賃金率を低下させる。しかし、この遺産を残さない貧困家系の効用に対する効果は、負であることが導出された。つまり、この移転政策は賃金率にはマイナスの効果を、利子率にはプラスの効果

を与えるが、賃金率に対するマイナス効果が十分に大きい。その結果として、補助金を受け取るというプラスの効果までも打ち消して余りあるマイナスの効果を効用に与えるのである。

遺産を残す裕福な家系の効用に対する効果は、本文中では分析しなかったが、明らかに負である。遺産に対する効果は負であり、賃金所得に対する効果も負である。さらに、税のマイナス効果を含めると、この家系の効用に対する移転政策の効果は明らかに負となる。

なお、この論文では双方が遺産を残すという Phase A については明示的に十分に分析を行わなかった。Phase A が実現するのは Phase B の定常均衡において、親から遺産を貰わなかったのに子には遺産を残すほど、所得の限界効用が低下してしまった場合である。つまり、Phase B から Phase A に移行するのである。Parameter のある範囲内においては、Phase A での均衡が成立し、そこでは利子率は人口成長率よりも小さくなっている[9)]。

参考文献

[1] Blanchard, O., and S. Fischer,（1989） Lectures on macroeconomics, The MIT Press

[2] Diamond, Peter A.（1965）“National Debt in a Neoclassical Groth Model.” *American Economic Review* 55, 5, p 1126-1150.

[3] Gale, D.（1973） “Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Models,” *Journal of Economic Theory* 6(1), p 12-36.

[4] Hamada, K, “On the Optimal Transfer and the Incomes Distribution in the Growing Economy,” *Review of Economic Studies*, 34. 1967, pp.295-99.

[5] Kawano, M. “Income Transfer in a Two-Class Growth Model,” *Metroeconomica*, vol.39, 1988.

[6] 河野正道「経済成長と発展の基礎理論」有斐閣 2002

9) 先に見たように、所得の限界効用は (1 + 利子率)/(1 + 人口成長率) である。したがって、利子率が人口成長率に対して減少するとこの所得の限界効用も低下する。

[7] Ljungqvist, Lars and Thomas Sargent, (2004), "Recursive Macroeconomic Theory," 2nd edition, MIT Press.

[8] Samuelson, paul A. (1958) "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the social Contrivance of Money." *Journal of Political Economy* 66, 6, p 467-482

付録

1.　Parameter x に応じての位相図

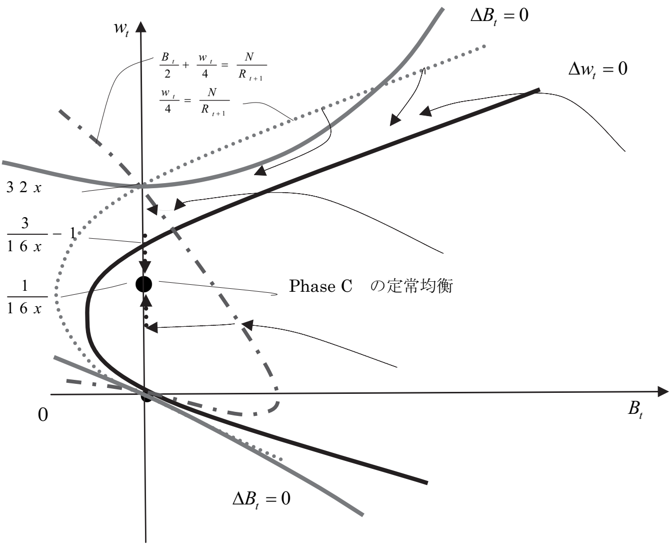

図 A1　Phase C の定常均衡のみが存在し、そこに収束する。
$\frac{15}{16}-\frac{\sqrt{3}}{2}<x$ **の場合。**

なお、点線で示された制約条件式 (34) のグラフの左側では、遺産を受け取らなかった家系も遺産を残そうとするので、Phase B での均衡は存在しない。

この領域では Phase A の局面である。

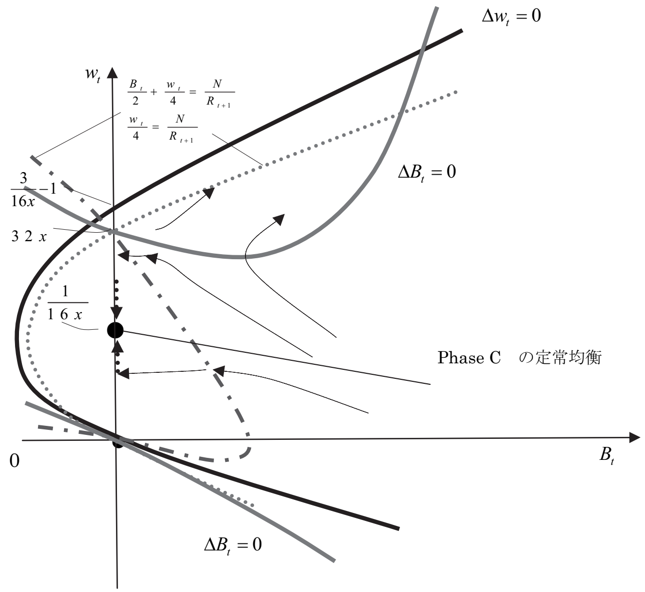

図 A2　　Phase B の定常均衡は点線で示された (34) の制約線の右方向にあり、制約条件を満たさない。よって、Phase B で定常均衡は存在しない。$x < \frac{1}{16}$ の場合。

2.　定常均衡の導出方法

定常均衡を $\Delta w = 0,\ \Delta B = 0$ を経由せずに導出するならば簡単である[10)]。(23), (24) より、期間を示す t を無視して定常均衡における関係式と解釈して解くと、(23) より

$$B = 4w^2x + 4xw - \frac{3}{4}w \tag{a1}$$

10) $\Delta w = 0,\ \Delta B = 0$ を経由することによって、体系の運動を導出することができた。定常均衡値のみを導出するのなら、この必要はない。

また、(24) より

$$B = \frac{4wx}{4wx-1}\left(\frac{1}{8x}-2\right) \tag{a2}$$

となる。これより

$$w = \frac{\frac{7}{32}-\frac{x}{2}+\frac{1}{32}\sqrt{33-480x+256x^2}}{x} \tag{a3}$$

$$B = \frac{-1}{32}\frac{-5+48x-\sqrt{33-480x+256x^2}}{x} \tag{a4}$$

または、

$$w = \frac{\frac{7}{32}-\frac{x}{2}-\frac{1}{32}\sqrt{33-480x+256x^2}}{x} \tag{a5}$$

$$B = \frac{-1}{32}\frac{-5+48x+\sqrt{33-480x+256x^2}}{x} \tag{a6}$$

となる。w も B も大きい方が安定な均衡であることは、本文中の図 1 より明らかである。よって、所得移転の効果を分析するときは、(a3), (a4) において分析されるべきである。