消費者行動の理論

──効用関数、需要曲線、消費者余剰についての一考察──

A Theory of Consumer's Behavior

── An Inquiry into the Utility Function, Demand Curve, and Consumer's Surplus ──

河　野　正　道*

Economics begins with Supply and Demand. The purpose of this paper is to examine the basic assumptions when we derive the demand curve and to consider how the assumptions about the decreasing (increasing, or constant) marginal utility affects the demand curve, or how we read the curve. That is, do we read it horizontally or vertically? We examine the consumer's surplus. We present an interpretation about it when the marginal utility of money is not constant. Our main point of this paper is, how to derive the consumer's surplus when the demand curve is upward sloping, i.e., the Giffen Case. If the demand curve is globally upward sloping, the consumer's surplus is negative. It is certain that the utility should increase even in the Giffen Case, so the consumer's surplus should be positive. We show the graphical explanation of the consumer's surplus in the Giffen case.

Masamichi Kawano

JEL : D11, D46, N00

キーワード : 消費者余剰、ギッフェンケース

Key words : Consumer's Surplus, Giffen Case

* この論文は、学部の授業で扱う基礎的な概念を再検討したものであり、学部学生、あるいは、大学院生の読者を対象とするものである。この論文を作成するに当たり、生田種雄名誉教授、森本好則名誉教授（以上、関西学院大学）、佐々木啓介助教授（東洋大学）から有益なコメントを頂いた。特に森本名誉教授には、かなり以前より、需要曲線をめぐって有益な議論をさせて頂いていたことを、ここに感謝いたします。言うまでもなく、ここに残っている誤りはすべて筆者に帰するものである。

1. はじめに

消費者の行動は予算制約の下での効用最大化行動によって説明される。しかし、一般均衡分析を用いる必要がないときには、縦軸に価格、横軸に数量をとった需要曲線で消費者行動が表現されることが多い。この論文の目的は、まず、この需要曲線が導出されるときの様々な前提について議論する。貨幣の限界効用逓減、逓増、あるいは不変などの仮定と需要曲線との関係について、また、需要曲線を縦軸から読むのか、横軸から読むのかということなどの基礎的な問題について、検討する。

消費者が取引によって獲得することのできる利益は彼の効用の増分によって示されるが、この効用の増分は心理的なものであり、客観的には観察不可能である。これを客観的な貨幣の金額で表現しようとするのが消費者余剰の方法である。この方法が正当な根拠をもつためには、どのような条件が満たされていなければならないであろうか。貨幣の限界効用が一定という条件が必要である、ということはよく言われている。この仮定の下で、金額表示の消費者余剰と、効用の増分が比例するのであるが、もし、この仮定が満たされていないときには貨幣の限界効用で修正して効用単位で測定した消費者余剰と、効用表（効用関数）から求めた取引による利益が一致することを示すことができる。

問題はギッフェン・ケースである。需要曲線が右上がりであるギッフェン・ケースにおいて均衡価格が与えられたときに、消費者余剰を考えることが可能であろうか。あるいは、どのようにして消費者余剰と効用の増分とを結びつけたらよいであろうか。ギッフェン・ケースの場合とは、需要曲線は大域的に右上がりとなるのではなく、価格の一部の領域においてのみ、右上がりとなる。したがって、ある一つの需要量に複数の価格が対応する。このような場合における消費者余剰について考える。

2. 効用理論

ダイヤモンドは生きるために必要でないのに価格が高い。水は必要不可欠であるのに価格が安い。なぜか。この答えは、価格は限界効用で決まるから、と

いうのであった。ここから、限界革命と呼ばれる大きな経済学史上の変化が起こり、近代経済学が始まった。しかし、近代の需要理論は、限界効用逓減を仮定していない。ある財をより多く消費していくにつれてより大きな限界効用が得られるとしても問題はない。それでも右下がりの需要曲線は導出されるのである。以下に需要曲線を産み出す効用の理論を説明しよう。

伊藤 [1] には、需要曲線の高さは限界効用を意味する1)、と書いてある。しかし、この限界効用を示す曲線がそのまま需要曲線になるのではない。もし、単純に需要曲線の高さが限界効用を示すものであれば、右下がりの需要曲線は限界効用逓減を意味することになる。需要曲線の縦軸は価格であり、単位は金額／個数である。しかし、限界効用の単位は効用／個数である。したがって、この限界効用を金額表示に変換しなければならない。その方法は、財の限界効用を貨幣の限界効用で割り算をすることであり、これによって金額表示が可能となる。そのとき注意するべきことは、貨幣の限界効用が一定とは限らないということである。財の消費量が増えるにつれて、貨幣の限界効用も増えて行くかも知れないし、また、減少していくかも知れない。このような訳で、貨幣の限界効用が一定でなく、財の需要量が変化するにつれて変化するときは、需要曲線の形と限界効用曲線の形は異なったものとなる。いずれにせよ、需要曲線の高さは限界効用を金額表示したものであることは間違いない。

我々はまず、需要曲線を生み出す元となる効用表（効用関数の形状）について検討することから始めよう。まず、限界効用逓減を仮定しても、逓増を仮定しても同じように原点に対して凸である無差別曲線を導出することができることを示す。

無差別曲線が原点に対して凸であるという性質が重要である理由は、消費者の均衡が内点で1個決まるためである。X財Y財という2種類の財を用いて考えてみる。この社会にはこの2つの財しか存在しないとしよう。消費者の満足はこの財の消費量に依存して決まると仮定する。すると効用の数値を表1、2のように記すことができる。なお、このX財は2個までしか書いていない

1) 伊藤 [2]、p.121.

が、2 個以上は需要しない財であるとしよう。この仮定は簡単化のための仮定ではあるが、何ら議論に本質的な制限を加えるものではない。表 1 は限界効用が逓減する場合、表 2 は逓増する場合を示す。また、表 1 および表 2 の中で点線で示したのは、効用水準が 100 の無差別曲線である。このように、限界効用逓増を仮定しても、原点に対して凸である無差別曲線を導出することができる[2)]。

Y＼X	0 個	1 個	2 個
4 個	100	115	124
3.5 個	95	113	122
3 個	85	110	119
2.5 個	74	106	115
2 個	62	100	110
1.5 個	49	92	100
1 個	35	83	85
0.5 個	20	56	60
0 個	0	30	34

表 1　効用 1　限界効用逓減の場合

（点線は無差別曲線）

Y＼X	0 個	1 個	2 個
4 個	100	270	600
3.5 個	75	220	480
3 個	59	175	370
2.5 個	34	135	270
2 個	24	100	175
1.5 個	21	60	100
1 個	12	36	75
0.5 個	5	21	59
0 個	0	10	34

表 2　効用 2　限界効用逓増の場合

（点線は無差別曲線）

原点に対して凸となる無差別曲線の下では、予算制約の下で効用最大化する点は、一般的には内点となる。現実の経済においては消費者は複数の財を同時

2) 表 1, 2 に描いた無差別曲線は X も Y も離散変量であるから、本当の意味の無差別曲線ではない。しかし、その間を埋めて連続量とすれば、無差別曲線も滑らかな連続した曲線となる。また数学的には、無差別曲線が原点に対して凸であるための条件は $\left.\frac{d^2Y}{dX^2}\right|_{U:const} = \frac{u_X^2 U_{YY} + U_Y^2 U_{XX} - 2U_X U_Y U_{XY}}{n_Y^3} > 0$ であり、これが成立するためには、限界効用逓減、つまり、$U_{XX} < 0$, $U_{YY} < 0$ は必要でも十分でもない。

に購入しているのであるから、均衡点は端点であってはならず、したがって、無差別曲線は原点に対して凸でなければならない[3]。表1のように効用が表現されるとする。ある消費者は予算を4円持っており、X財、Y財ともに価格は1円であったとしよう。彼はX財、Y財をそれぞれどれだけ購入するか。4円で購入できる組み合わせ、および、そのときの効用は表1Aとなる。よって、最大効用はX財を1、Y財を3単位、これを以下においては、(1, 3) と表現する、を消費するとき、あるいは、(2, 2) を消費するときに得られる110であるから、最適な消費選択は (1, 3) もしくは (2, 2) である[4]。これは表2の限界効用が逓増する場合でもまったく同様の結論を表2Aより導出することができる。

Xの消費量	Yの消費量	効用
2	2	110
1	3	110
0	4	100

表1A

Xの消費量	Yの消費量	効用
2	2	175
1	3	175
0	4	100

表2A

表1と2の間で効用の数値は異なるが、この数値自体の絶対的大きさは外から観察できないのであるから意味がないのであり、相対的な大きさのみに意味がある。他と比べてより大きな効用数値のところを選択するからである[5]。よって、効用数値が異なっていても無差別曲線の形が同一であれば、本質的に同じ選好 (preference) であるといえる。同じ需要曲線を生み出すからである。上に示した表1と2は同じ需要曲線を生み出すという意味で, 同じ選好を示す。

3. 需要曲線

上の表1A, 2Aで示されたXとYの組み合わせは予算4円で購入できる財

3) 仮に原点に対して凸であったとしても、価格比率によっては端点で均衡が得られる場合がある。
4) なおこのように最適点が2個出てくるのは、X財の消費量が連続量でなく、離散量であるため、避けることができない。連続量なら原点に対して強く凸であるような無差別曲線を仮定することによって、最適点1個に絞ることができる。
5) よって、効用関数には数値の絶対値に意味をもたせる“基数性”は必要ではなく、相対的大小関係（順序）のみが意味をもつ“序数性”で十分である。

の組み合わせであった。人々の消費行動は予算制約の下の効用最大化行動である。つまり、所得と価格が与えられたときに、各財の消費量が決まるのである。では、表 1 に示されたような効用関数を基にして、需要関数を導出してみよう。

いま、ある消費者は、初期時点において、所得として Y 財を 4 個持っていた。彼は Y 財を放出し、交換に X 財を購入しようとする。このときの交換比率、つまり、X 財を 1 個得るためには、どれだけの Y 財を放出しなければならないか、を Y 財を価値尺度財としたときの X 財の価格とする。この交換において、この消費者は、X 財の 1 個目を購入するためにはどれだけの "価格" に耐えられるであろうか。2 である。Y 財を 4 個持っているときに、彼が得ている効用は 100 である。よって、効用が少なくとも 100、もしくは、それ以上になるときに彼は取引に応じる。価格が 2 のときに、(0, 4) もしくは (1, 2) を選択し，100 の効用を得る。価格が 1 であれば、(1, 3) もしくは (2, 2) を選択し，110 の効用（表 2 の場合は 175）を得る。よって、彼の需要関数は図 1 のようになる[6)]。

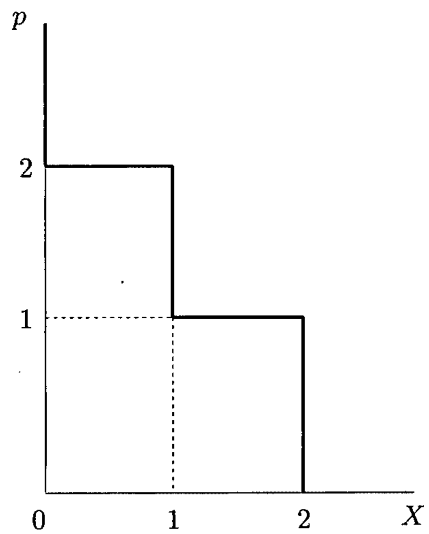

図 1　X の需要曲線、表 1 の有効関数より

6)　価格が 2（または 1）のとき、最適点が (0, 4) と (1, 2) と 2 個出るようにしたのは、2 以下の価格では $X=1$ が最適であることを示すためである。同様に、価格が 1 以下であれば、$X=2$ が最適となることを示すためである。このようにして、すべての価格に対応する需要量を導出することができる。

図1に描いた需要曲線は消費者が価格を所与として受け取るときに[7]、それぞれの価格に応じてどれだけのX財を購入するかを示す。Xは整数であると仮定しているが、Yは連続量であるとしよう。このために、価格pは連続量となる。図1の需要曲線ではXは連続のように描かれているが離散量を水平の線分で結んだものとして解釈して欲しい。

ここでマーシャルが考えた需要曲線との比較を行ってみよう。横軸に数量をとり、縦軸に価格をとった平面で描く需要曲線はマーシャル[8]が初めて用いたものである。マーシャルの考えたのは次の通りである[9]。まず、需要価格を次のように定義する。

需要価格　：
ある財をn単位需要するときに、n単位目の財に対して最大限α円支払ってもよい、とある消費者が思っているとき、n単位目の需要価格はα円であるという。

彼は、1個目を購入するときに、最大限どれだけの価格を支払うことができるか、つまり、需要価格はいくらか[10]、ということを考えた。その需要価格を基に需要価格曲線をつくる。これが彼の需要曲線である。通常、数学では横軸に独立変数を、縦軸に従属変数を測って関数のグラフを描く。マーシャルはそのルールに従ったのである。このように、需要曲線はまず横軸から読むように作成された。

---

7)　完全競争下の行動をするということである。

8)　Alfred Marshall(1842-1924)

9)　Marshall[4] の eighth edition, p95 では、以下のように書かれている。
If the price be is just willing to pay for any pound be called his demand price, then 2s. is his marginal demand price. つまり、茶を買うとき、1ポンドなら20シリング払う。2ポンドなら18シリング, ･･･、7ポンドなら2シリングとなったとき、この最後の7ポンド目の購入について語り、その最後の2シリングを“限界需要価格”と言っている。しかし、この“限界”は不要であると筆者は解釈した。

10) ここでいう需要価格（demand price）は、留保価格（reservation price）と呼ばれる場合もある。梶井、松井 [3]、丸山、成生 [5] 参照。

このようにして導出した需要曲線ではあるが、縦軸から読み、ある価格の下ではどれだけの需要があるか、というように水平方向に読むべきである、と西村 [10] はいう。この論理は次の通である。X 財の価格のみが与えられたときに X 財の需要量が一意的に決まるものではない。所得とすべての財の価格(この場合、Y 財の価格は 1 と固定されている) が与えられたときに、X 財の需要量,Y 財の需要量が決定するのである。しかし、X 財の数量が与えられたときに (所得が与えられたとしても、かつ、もう一つの財である Y 財の価格が 1 と固定されているのであるが) X 財の価格が一意的に決まる保証はない。これは表 1, 2 から需要曲線を導出したプロセスを見れば明かである。つまり、Y の量が決まっていなければ、X 財の量と X 財の需要価格の間に一意的な関係はない。しかし、西村 [10] は、貨幣の限界効用が一定であれば、X 財の需要価格は一意的に決まるのであり、縦に読んでもよい、と言う[11]。

ここでは、とにかく、マーシャルの需要価格を導出してみよう。X 財 1 個目の需要価格は 2 である。何故なら、(0, 4) という初期状態で 100 の効用を得ていたのであるから、何個かの Y を放出し、1 個の X を購入するときには、100 の効用を維持できる点は、(1, 2) となる。同様にして 2 個目の需要価格は、1/2 である。すでに 1 個の X を購入し、さらに追加的に 1 個の X を購入しようとしているのであり、そのとき価格 1/2 を支払って (2, 3/2) に移動したとき、効用が 100 となる。

よって、マーシャルの考えに基づいて需要曲線、これを “マーシャルの需要曲線” と名付ける、を描くと図 2 のようになる。

このように、先に導出した需要曲線、図 1、とは X 財の 2 個目が異なっているのである。価格を所与と受け取る図 1 の需要曲線は $p = 1$ で 2 個を需要しているのであるが、図 2 の需要曲線はそうではない。$p = 1/2$ で 2 個 “目” を

11) 「本来需要曲線は, 各価格 (縦軸の値) に対する需要量 (横軸の値) を与えるもので、そのグラフは横に読まれるものです。それを財の量に対して支払ってもよい価格を与えるとして縦に読むことが得きるのは、どのような場合でしょうか。··· 貨幣の限界効用を一定と仮定します。$\cdots ku_x = p$ となり、X の限界効用と p は比例する。··· このようにして需要曲線を縦に読むことが可能になりました。」pp.91-92.

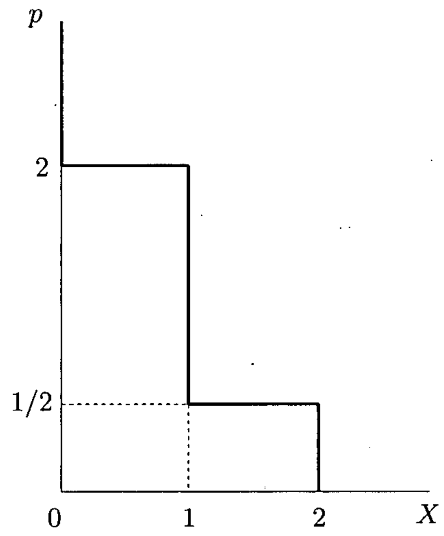

図 2　“マーシャルの需要曲線”

需要するのである。価格を所与として何個需要するかということから導出した一般的需要曲線と、それぞれの単位に対して最大限いくら支払うことができるか、という需要価格を求めて導出した“マーシャルの需要曲線”とは、なぜ、異なるのであろうか。

この問題を解決するために、次の表 3 で示された効用表を考えてみよう。後々の説明の便宜上、Y を貨幣と考えよう。X は通常の財である[12)]。この効用関数は Y 財の限界効用, つまり貨幣の限界効用が一定となるように作られている[13)]。

12) なお、必ずしも貨幣である必要はない。X 以外の財をすべて合成した合成財と考えてもよい。
13) ミクロの教科書には、マーシャル的需要関数を所得効果を含む需要関数として定義しており、それは、ここでいう一般的需要曲線に対応する。また、効用を一定に留めておき、所得効果を排除して価格効果のみを見る補償需要関数というのを考えている。しかし、我々の用語では、マーシャルは貨幣の限界効用を一定と仮定して議論を進めているのであるから、それは、ここで議論しているマーシャルの需要曲線が補償需要曲線であり、所得効果を含む需要曲線が、ここでいう一般的需要曲線に対応する。用語として、“マーシャルの需要価格曲線”とすれば読者の混乱、誤解を避けられるであろう。しかし、あえてそうしなかったのは、いま需要曲線と呼ばれているものは、元々は“マーシャルの需要価格曲線”なのであり、これが需要曲線と呼ばれるべきであると主張したいためである。

4 個	100	125	137.5
3.5 個	87.5	112.5	125
3 個	75	100	112.5
2.5 個	62.5	87.5	100
2 個	50	75	87.5
1.5 個	37.5	62.5	75
1 個	25	50	62.5
0.5 個	12.5	37.5	50
0 個	0	25	37.5
Y \ X	0 個	1 個	2 個

表 3　効用 3　Y の限界効用一定の場合

（点線は効用水準 100 の無差別曲線）

この効用関数は数式では

$$u = aY + v(X),\ v' > 0,\ v'' < 0 \tag{1}$$

と表現することができる。ただし、a は正の定数である。この効用関数は貨幣保有から得られる効用と、X 財の消費から得られる効用が足し算の形で分離しており、Y については線形である。これを準線形（quasi-linear）という。この表 3 から得られた需要には、スルツキー方程式でいう所得効果はない。表 3 のなかに、点線で描かれたのが無差別曲線であり、これから容易に、“マーシャルの需要曲線” が導出される。無差別曲線の傾き, つまり、限界代替率が X 財の需要価格であり、Y の値とは無関係となるので、X の需要曲線は、Y の値から独立となる。つまり、初期時点でどれほどの Y 財を持っていようとも X 財の需要曲線には影響を与えない。価格が 1 のときは、一般の需要曲線では、初期点を (0, 4) とすれば、消費者は (0, 4) もしくは (1, 3) を選択する。マーシャル的には 1 個目を需要する時, 最大限 1 の価格を支払ってもよい。また、価格が 1/2 のとき、一般の需要曲線では、(1, 3.5) または (2, 3) を選択する。マーシャルの需要価格では、2 個目を需要するときは、価格は 1/2 である。よって、一般の需要曲線,“マーシャルの需要曲線”、双方ともに図 3 に示したように同一となる。

なぜ、(1) で示されたような効用関数のときに、両者の需要曲線が同一になったのであろうか。

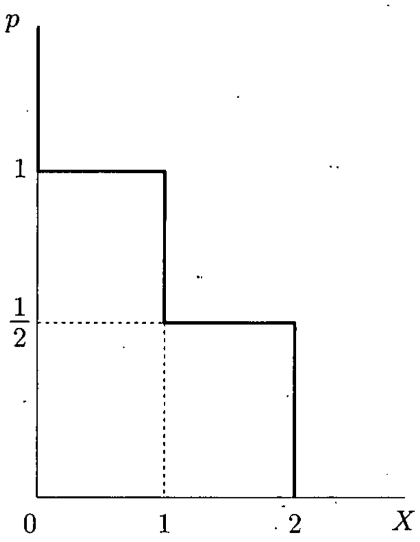

図 3　需要曲線、貨幣の限界効用が一定の場合

これは先に示したように、すべての無差別曲線は、互いに、縦軸方向に平行移動している関係にあることに、その理由を求めることができる。このとき、初期時点での Y 財の保有量としての所得（予算）が上昇して予算線が上方に平行移動（右方向でも同じである、予算線は直線であるから）しても、無差別曲線との接点の横座標は不変である。よって、X 財の需要に対しては所得変化の影響はまったくないのである。よって、X に影響を与えるのは、価格変化のみである[14]。所得の変化分は、貨幣 Y の需要によって完全に吸収され、X に対する効果はないのである。

では、マーシャルは、どうして所得効果が全く入っていないような効用関数を仮定したのであろうか。換言すれば、どうして貨幣の限界効用が一定であるような効用関数を仮定したのであろうか。Hicks[1] によれば、“天才的単純化”であるという[15]。マーシャル自身の記述によると、「ある人が自分の消費のために何かを買う時には、一般に総支出のうち小部分しかそれに費やすことをしない。営業の目的のために買うときには、売るために買うのであって、潜在的な所得は減少しない。いずれの場合にも貨幣を手離す意思には目に見える変

14) スルツキー方程式でいう代替効果のみであり、所得効果はない。

15) Hicks[1]、安井、熊谷訳（上）p.76

化は生じない。」[16] とある。また、根岸 [8] によれば次の様に説明されている。「貨幣の効用は購入できる財一般の効用を意味する。貨幣量の増加はすべての財が同じ比率で増加することを意味するのだから、貨幣の限界効用を減少させるのではない。」[17]

この貨幣の限界効用が一定である、ということと、所得効果が存在しない、ということの関係を述べておく。(1) で示された効用関数では貨幣の限界効用は a で一定、つまり、$\frac{\partial u}{\partial Y} = a$ となっており、従って、無差別曲線から得られる限界代替率は、

$$\left.\frac{dY}{dX}\right|_{u=const} = -\frac{v'(X)}{a} \tag{2}$$

となり、Y には無関係となる。ということは、傾きは X だけで決まるのであれば、無差別曲線は縦軸方向に平行移動した関係にあることがわかる。あるいは、(1) を用いないで、一般的に、$u = u(X, Y)$ の形で示される効用関数のときに、Y の限界効用が a として一定であっても、限界代替率は、$\left.\frac{dY}{dX}\right|_{u=const} = -\frac{u_X(X,Y)}{a}$ となり、Y の項が入ってくるので、Y から独立ではないように見える。しかし、貨幣 Y の限界効用は一定であるから $u_{YX} = 0$ なので、微分の公式より、$u_{YX} = u_{XY} = 0$ となる。よって、u_X は Y から独立である。よって、やはり、無差別曲線は縦方向に平行移動の関係にあることがわかる[18]。

図 3 は表 3 より、所得が Y 財で測って 4 であるとして求めたのであるが、仮に所得が 0.5 であれば、需要曲線は図 3 のようには示されない。価格が 1 のときは (0, 0.5) を需要し、価格が 1/2 のとき (1, 0) を需要する。ここで所得

16) 第五篇第 2 章 3　永沢訳第 3 分冊 p.18。(原典では pp.334-335) なお、労働に対する市場では貨幣の限界効用は一定ではない、と考えている。「これは、労働者は労働を供給していないときは、生活に困窮しているのであり、彼の貨幣の限界効用は高いと考えられる。労働供給が増大するにつれて、この値は低下する。しかし、他の市場においては (たとえば、穀物市場) においてはそうではない。」(同上 p.19 より) と書かれている。

17) 根岸 [7]p.124.

18) 例外として、貨幣の限界効用が一定でなくとも、無差別曲線は縦方向に平行移動の関係にあり、所得効果はゼロとなる場合がある。それは、$\left.\frac{dY}{dX}\right|_{u=const} = -\frac{u_X(X,Y)}{u_Y(X,Y)}$ が Y から独立の場合であり、すなわち、$\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{u_X(X,Y)}{u_Y(X,Y)}\right) = \frac{u_{XY}u_Y - u_X u_{YY}}{(u_Y)^2} = 0$、つまり、$\frac{u_{YY}}{u_Y} = \frac{u_{XY}}{u_X}$ となる場合である。

が 1 単位上昇したら、需要は図 3 で示されたものとなる。つまり、X の消費が上昇するのであるから、X 財に対して所得効果がある。この事実をもって、森本 [6] は、仮に貨幣の限界効用が一定であっても、所得効果はゼロとはならない、という。また、脚注 18 に示したように、貨幣の限界効用が一定でなくとも、無差別曲線は縦方向に平行となり得るのであるから、貨幣の限界効用が一定ということは、所得効果がない、ということのための必要条件でも、十分条件でもないという。

この問題について筆者は次のように考える。現実に人間は長期的な最大化行動をしながら各期の需要量を決定している。つまり、各期ごとに最大化問題を解いているのではない。彼は生涯所得の制約の下で生涯の消費配分を考えているのである。各期ごとの収入を各期ごとの消費財の支出に向けているのではない。収支の不一致は正または負の貯蓄が埋めている。通常、予算制約式を生涯所得と生涯消費に関するもの、と解釈するときは、異時点間の貸借が可能であることを意味し、したがって、貯蓄は正負ともに可能であることを意味している。そのように考えると、来期から繰り越した貯蓄残高は、今期の所得と本質的に同じであり、両者の限界効用は同一である。この貯蓄が貨幣の保蔵あるいは取り崩しの形で行われるのであるから、“貨幣の限界効用” と “所得の限界効用” は同一となる[19]。

マーシャルの需要供給曲線を用いての分析は部分均衡分析といわれるが、それは、多数市場のなかから 1 つの市場を切り取った一部分という意味で部分分析といわれるのみならず、多数期間のなかから、1 期間のみを切り取った、という意味で部分分析なのである。したがって、1 期間内において所得と消費財に支出した金額が同一でなくてもよいのである。よって、所得の限界効用、つまり、貨幣の限界効用は生涯所得の限界効用であり、これは一意的に決まるのであるから、各期を通じて一定であることは当然である。よって、ある 1 期間の所得が増加しても、それが、その期における財の需要に影響を与えること

19) 森本 [6] は、Y について端点で需要点が与えられているときには、仮に貨幣の限界効用が一定であっても、他の財に対する所得効果は正であるから、所得の限界効用は変化するので、両者は等しくない、としている。しかし、本文中に示したように考えると両者は等しくなる。

はない。1 期間の予期しなかった所得の増加は生涯所得の増加となる。それはすべての期間の財の需要に影響を与えるが、十分に長期間をとっているときには、それは極めて小さなものとなる。したがって、ある 1 期間の所得は、その期の需要に対して所得効果はない、と表現することが可能となる。

このように考えると、先に示した表 3 は Y について負の量を認める方向で修正しなければならない。そうすれば、Y の限界効用を一定とする限り、その期の所得が増加しても、X は増えず、所得効果は存在しない。

4. 消費者余剰

取引によって消費者はどれだけの満足を得るのであろうか。効用の表が示すように、いくばくかの効用の増分はある。しかし、効用とは心理的なものであり、直接的には測定できるものではない。それを間接的に何らかの方法によって測定しようとしたのが消費者余剰であり、金額表示するのである。つまり、消費者が財のある単位を得るために、最大限支払ってもよいと思っていた価格、つまり、需要価格から現実に支払った価格を差し引いた残りが、この消費者の利得であり、これを消費者余剰と呼ぶ[20]。上に示した図 3 の需要曲線でこれを説明する。

価格が $p=1/4$ のときには、1 個目は 1 だけ支払ってもよいと思っていたが 1/4 しか支払わなかった。よって、1 個目については、$1-1/4=3/4$ の心理的利得があった。2 個目については、1/2 だけ支払ってもよいと思っていたが、1/4 しか支払わなかった。よって、$1/2-1/4=1/4$ の心理的利得があった。したがって、彼の消費者余剰の合計は、Y 財で測って 1 である。

この消費者の心理的利益を表 3 の効用関数で見てみよう。価格が 1/4 のときに、X を 2 個購入して (2, 3.5) に移動することによって、彼の効用は 125 となる。つまり、効用の増分は 25 である。この増分を貨幣量で示すと、どのようになるであろうか。X=0 のときは、効用 25 は貨幣量で表して 1 である。

20) 「その物なしに済ますよりもむしろ支払うことを辞せぬ価格が、彼の実際に支払う価格を越えるその超過分」と Marshall[4] の p.124 に書いてある。永沢訳では第 1 分冊 p.183. また、これは Hicks[1] の安井、熊谷訳（上）p.87 に引用されている。

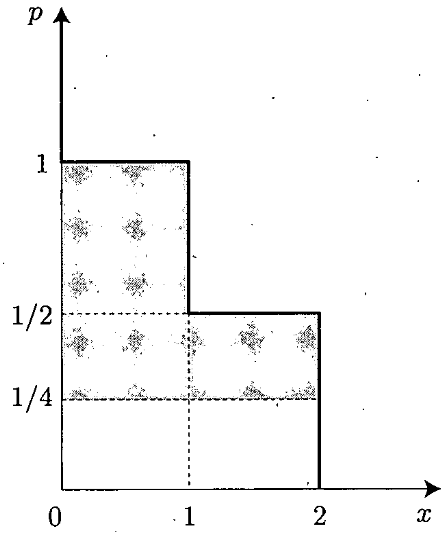

図 4　消費者余剰 1　表 3 の効用関数より

X=0 のときに、元の状態である効用 100 から、25 引いて効用が 75 のところを見ると、Y=3 である。よって、効用の 25 は、Y に換算して $3-2=1$ となる。この値は、X=1 でも、X=2 でも同じである。これが貨幣の限界効用が一定という意味である[21)]。よって、この取引による利益は、効用関数で見たときも、需要曲線から導出された消費者余剰で見たときも同一であり、Y に換算して 1 となっている。

このように効用関数の表 3 で求めた効用の増分と需要曲線から導出した消費者余剰は一致した。しかし、これはすべての効用関数において成立するものではない。我々がいま考察したのは貨幣の限界効用が一定となる効用関数、つまり、所得効果がゼロとなるような効用関数の場合であったから、両者が一致したのである[22)]

21) 単に Y 軸方向に見たときに効用の数値が直線的に上昇していることのみをいうのではない。
22) なお、森本 [6] によれば、消費者余剰について次のように書かれている。「消費者は、彼が購入しようとする財について、1 単位ごとにそれぞれ需要曲線の高さで示される価格を支払おうとするわけではなく、むしろ、p の価格で X だけの数量をまとめて購入しようとするのであるから、「消費者がその物なしですますよりはむしろ喜んで支払おうとする価格［金額］」が需要曲線下の面積であらわされる、と考えることには無理がある。そこで導入されたのが、「貨幣の限界効用一定」という仮定である。」と。これは、先に示した西村 [9] のいう、需要曲線を縦に読むか横に読むかの問題である。

西村 [10] は貨幣の限界効用が一定であると仮定することは、効用関数の基数性を仮定しているのである、という。効用の増分の大きさを消費者余剰の金額の大きさで表現するときには、基数性が必要である。効用の増分の大きさに意味を持たせようとしているのであるから消費者余剰の金額と比例的な関係が必要である。しかし、金額で消費者による取引の利益を一意的に表現することができるということは、それと効用の量とが比例的に結びついていなくとも、十分に意味がある。このことは、効用の基数性を仮定しなくても可能である。つまり、貨幣の限界効用が一定である、という仮定なく、可能である。先に脚注 18 で示したように、$\frac{u_{YY}}{u_Y}=\frac{u_{XX}}{u_X}$ が成立すればよい。このとき、図 5 で示されたように、無差別曲線は縦方向に平行となる。初期時点で貨幣 Y を 0M の量もっていたとしよう。図で示されたように LM で予算制約線が与えられたとすると、Y 財と X 財の交換によって P 点に到達する。このとき、消費者余剰は RP で示される。Hicks[1] は、「RP は消費者余剰の完全に一般的な表示であって、貨幣の限界効用に関するいかなる仮定とも無関係である。」と書いている[23]。確かに、先に示した消費者余剰の定義では、FR を最大限支払ってもよいのであり、現実に支払ったのは FP だからである。しかし、この金額 RP は、図で描かれた 2 つの無差別曲線の縦方向の距離がすべて等しく、RP に等しくなければ、大した意味がない。交換による利益は AM で表現してもよいはずである。もし平行ならば、交換による利益の貨幣的表現は横座標のどこで測定しても同一の値となり、この値が確定する。この金額が仮に効用と比例的に結びついていなくても、それはそれなりに意味があるといえるであろう。このことは、無差別曲線の形に関するものであり、効用の基数性を導入しなくとも可能なのである。

森本 [6] は定理 2 として、効用関数が準一次関数の単調増加関数であれば[24]、$\frac{u_{YY}}{u_Y}=\frac{u_{XX}}{u_X}$ の条件が成立することを示し、「財 X の所得効果はゼロとなり、所得の限界効用で測った効用の変化分の大きさが一義的に定まるという意味に

23) しかし、貨幣の限界効用が一定であるという仮定がなければ、これと需要曲線の下の面積とは等しくない、と書いている。安井、熊谷訳（上）p.87.

24) つまり、我々の議論においては、$U=h\left(v(X)+aY\right)$, $h'>0$ とするのである。

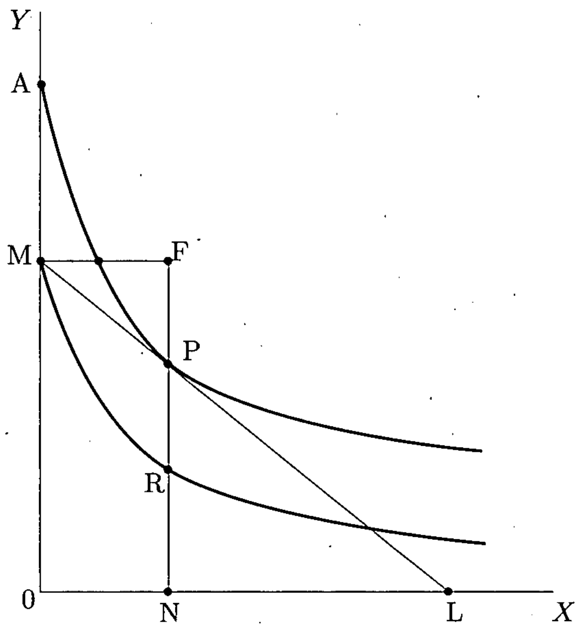

図 5　交換により利益　無差別曲線が平行であるとき、AM=RP

おいて、マーシャル的消費者余剰の概念は有意味である。」と述べている。これは、効用を限界効用で割った値が確定することということであり、消費者余剰としての金額が確定するということである。これは我々が上に述べたことと同じことである。確かにこのときの消費者余剰の金額は、効用の値と比例的関係はないのであるが、効用それ自体、客観的なものではなく、各消費者の主観的なものである。そのような非客観的なもので数値的に確定しても大きな意味はない。仮に個人があのときの効用は、このときの効用の 2 倍であった、と感じることができたとしても、個人間の効用比較もできないのである。客観的な値である金額としての消費者余剰を確定することにより、論理一貫性を確保することができる。

次に所得効果を含む効用関数を考えてみよう。このとき、先の議論で示されたように、無差別曲線は縦方向に平行ではなくなる。これを図 6 で示した。このときは、消費者余剰は二重の意味で厳密な意味はない。しかし、このときでもなお、消費者余剰を求める意味はある、といえるであろう[25)]。

25) 奥口、酒井 [11] によれば、貨幣の限界効用が一定でなければ、この消費者余剰に「厳密な意味はないが、このときにも、消費者余剰と呼ばれることが多い。」と書かれている。p.80.

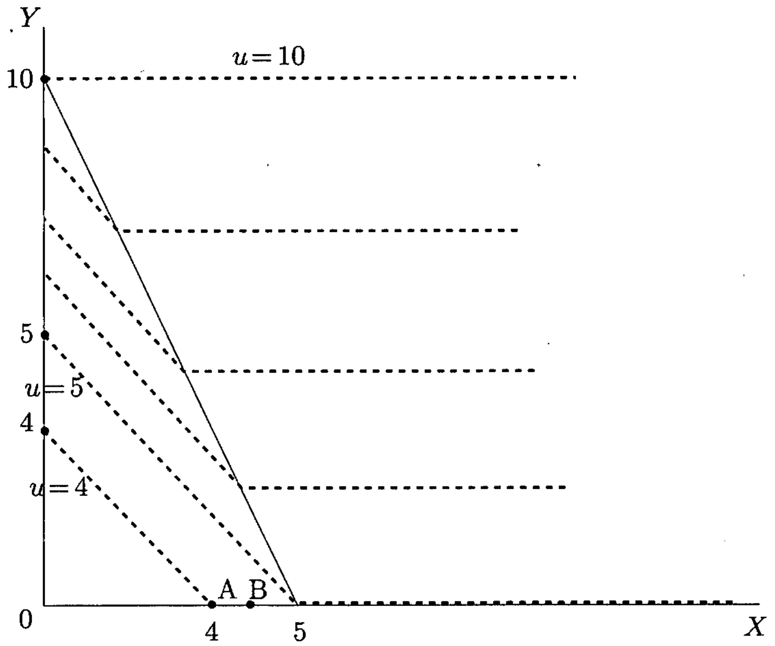

図 6　所得効果が存在する場合の無差別曲線（点線）

ここで効用関数は

$$u=\begin{cases} X+Y, \ when \quad 2X+Y \leq 10, \\ \dfrac{Y}{2}+5, \ when \quad 2X+Y>10 \end{cases} \tag{3}$$

である。ただし、$X \geq 0,\ Y \geq 10$ はいうまでもない。ここで、貨幣の限界効用は $2X+Y \leq 10$ の範囲では、$\dfrac{\partial u}{\partial Y}=1$ であり、また、$2X+Y>10$ の範囲では、$\dfrac{\partial u}{\partial Y}=\dfrac{1}{2}$ である。もはや、すべての領域で一定であるとは言えない。

いま、所得として貨幣 Y を 4 保有しているとしよう。上の図 6 のように、予算制約式と無差別曲線の位置関係が与えられたときに、導出される需要曲線は以下のようである。

図 7-1 で示された X の需要関数は

$$\begin{cases} 1<p \Rightarrow X=0, \\ p=1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4, \\ \dfrac{4}{5} \leq p<1 \Rightarrow X=\dfrac{4}{p}, \\ 0 \leq p<\dfrac{4}{5} \Rightarrow X=\dfrac{6}{2-p} \end{cases} \tag{4}$$

となる。これは価格が 4/5 以下の範囲で需要曲線が右上がりとなるギッフェン・ケースが生じる需要曲線である[26]。

図 7-2 で示された Y の需要関数は

$$\begin{cases} 1 < p \Rightarrow Y = 4, \\ p = 1 \Rightarrow 0 \leq Y < 4, \\ \dfrac{4}{5} \leq p < 1 \Rightarrow Y = 0, \\ 0 \leq p < \dfrac{4}{5} \Rightarrow Y = 10 - \dfrac{12}{2-p} \end{cases} \tag{5}$$

となる。

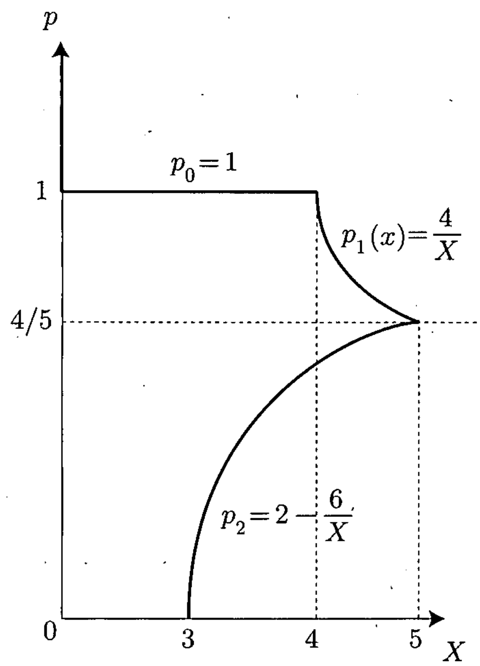

図 7-1　X の需要曲線

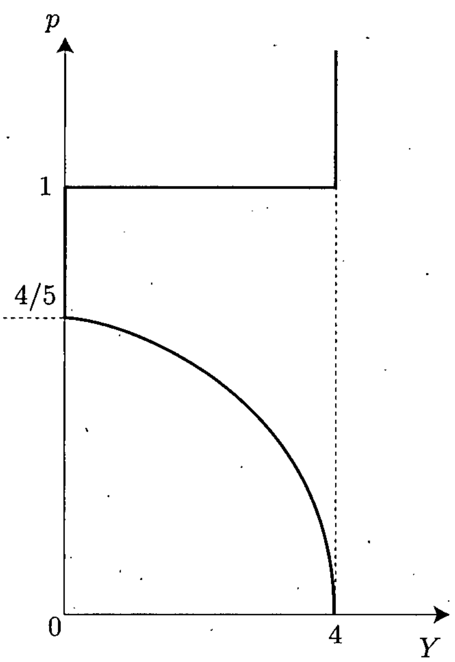

図 7-2　Y の需要曲線

いま、価格が 1 から $\frac{4}{5} \leq p < 1$ を満たす p まで下落したときの消費者余剰を考えてみる。

図 6 の無差別曲線と予算制約式からは、価格が 1 から p に下落することによって均衡点は A より B へと移動するので、効用の値は 4 から $4/p$ へと上昇

26) なお、ギッフェン・ケースはすべての価格の領域で需要曲線が右上がりとなるのではない。通常の右下がり、原点に対して凸である無差別曲線を仮定すると大域的には右下がりとなり、一部の価格の区間において右上がりとなる。

し、$\dfrac{4(1-p)}{p}$ だけ増えていることは明らかである。この効用の上昇分を貨幣Yで換算すると、同じ値である $\dfrac{4(1-p)}{p}$ である。

次に、価格が $\dfrac{4}{5} \le p < 1$ のときの消費者余剰を、この図 7-1 で示された需要曲線を用いて求めてみよう。ここで、需要曲線を区分化して、$p=1$ のときの需要曲線を p_0, $\dfrac{4}{5} \le p < 1$ のときは、$p_1(X)$ と表示する。まず、単純に図 8 から $\dfrac{4}{5} < p \le 1$ における価格の水平線と需要曲線で囲まれる面積を計算すると、その面積 S は

$$
\begin{aligned}
S &= \int_0^4 p_o dX + \int_4^{x^*} p_1(X)dX - p_1(X^*)X^* \\
&= \int_0^4 1 \cdot dX + \int_4^{4/p} \frac{4}{\mathrm{X}}dX - \frac{4}{X}X = -4\log p
\end{aligned} \tag{6}
$$

となる。なお、$X^* = \dfrac{4}{p}$ である。

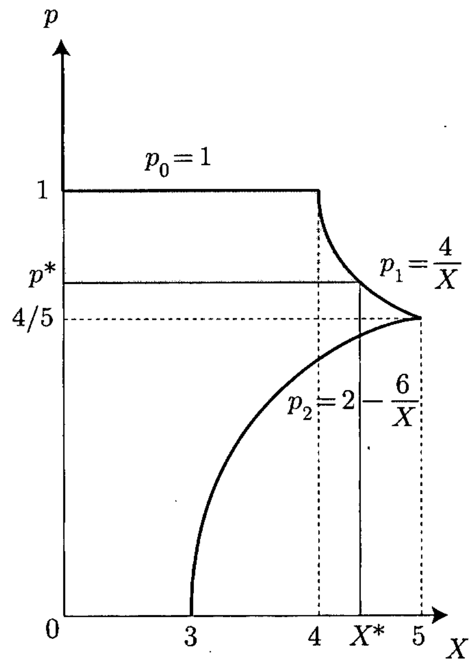

図 8　消費者余剰 2

これは先に無差別曲線の図 6 に予算制約式を描き込んで求めた値 $\dfrac{4(1-P)}{P}$ とは異なる。これはなぜだろうか。あの効用関数は貨幣の限界効用が一定では

なかったからである。しかし、価格が 1 から 4/5 を上回る値へ下落するときには、無差別曲線は図 6 において $2X+Y \leq 10$, の範囲であり、図示されたように平行線群であり、貨幣の限界効用は一定であるように見える。

あの図では、無差別曲線は表面的には平行であるが、しかし、予算線が平行移動したときに、均衡点の X 座標は移動している。従って、このときの無差別曲線は本質的に縦方向に平行移動したものではなく、X 軸上で終端となった線分なのである。よって、予算線が上方向に平行移動しても、Y の均衡値は変化しなかったのである[27)]。

Y=0 の範囲で均衡が与えられたときは[28)]、I を所得とすると、所得の限界効用は $\dfrac{\partial Y^*}{\partial I}=0$ だから (1) の効用関数より

$$\frac{du^*}{dI}=u_X\frac{\partial X^*}{\partial I}+u_Y\frac{\partial Y^*}{\partial I}=\frac{u_X}{p}=\frac{1}{p} \tag{7}$$

となる。ここでスーパーフィックス＊は均衡値を示す。いま考えている範囲では“貨幣”Y の限界効用は一定であるが、所得の限界効用は一定ではなく、価格 p に依存する。所得の限界効用は価格 p ごとに異なるのであるから、先に (4) 式で求めた面積 S は実はそのまま効用と比例関係となる消費者余剰とはならず、価格下落による効用の増加分を貨幣表示するためには、所得の限界効用の変化を考慮して修正しなければならない。

逆に、ここでは本来金額表示の消費者余剰を効用に換算してみよう。

所得の限界効用は (7) で求めた通りに $1/p$ であり、$0 \leq X < 4$ においては、$p=p_0$ で所得の限界効用を評価し、$4 \leq X < X^*$ においては、$p=p_1$ で評価する。需要曲線は $p=\dfrac{4}{X}$ であるから、この範囲での貨幣の限界効用は $\dfrac{1}{p}=\dfrac{X}{4}$ である。よって、求める消費者余剰は効用で表現すると、

$$\begin{aligned} S &= \int_0^4 \frac{p_o}{p_o}dx+\int_4^{x^*}\frac{p_1(X)}{p_1(X)}dx-p_1(X^*)X^* \\ &= \int_0^{\frac{4}{p}} 1\cdot dX-4=\frac{4(1-p)}{p} \end{aligned} \tag{8}$$

27) つまり、Y に対する所得効果がゼロだったのである。X に対しては所得効果がある。

28) つまり、$4/5 < p < 1$ のときである。

となり、これが先に求めた効用の増加分に等しい。

5. ギッフェン・ケースにおける消費者余剰

ギッフェン・ケースが生じている価格の範囲において消費者余剰を求める。マーシャルは需要曲線を考えるとき、また、消費者余剰を考えるときは、貨幣の限界効用は一定、と仮定していた。しかし、これには例外がある、とも認めており、その代表的なものが、需要曲線が右上がりとなるギッフェン・ケースである[29)]。我々は先に、貨借が可能な環境の下で生涯効用の最大化を行って消費を決定しているとき、貨幣の限界効用は一定となることを示した。よって、ギッフェン・ケースの場合は、この前提である貨借が不可能な場合等にも生じ得る。

このとき、消費者余剰を考えるについて、ある困難に直面する。それは、貨幣の限界効用が一定ではないということのみならず、均衡需要量に対して需要価格が複数存在するということである。どちらが真の需要価格であるのか、という問題が生じる。

この問題を以下において考える。価格が 4/5 以下のとき、需要曲線が右上がりである。消費者余剰を求めるときに、需要曲線を価格で積分してこれを表現することが多い。これは、需要曲線が右下がりのときには正しい。しかし、右上がりの需要曲線のギッフェン・ケースを含む場合には正しくはない。このことを示す。

まず、価格が 1 から p、ただし、$0 \leq p < \dfrac{4}{5}$、へ下落したとしよう。すると、無差別曲線で効用の上昇分を求めると、均衡点は (4), (5) より、$\left(\dfrac{6}{2-p}, 10-\dfrac{12}{2-p}\right)$ であるから、効用は$u = \dfrac{6}{2-p} + 10 - \dfrac{12}{2-p} = \dfrac{2(7-5p)}{2-p}$ となる。以前の効用水準は 4 であったので、効用の増分は、$\dfrac{6(1-p)}{2-p}$ である。次に需要曲線から消費者余剰を求めてみよう。

29) Marshall[4]p.133. 翻訳第 1 巻、p.197.「しかし、このような場合が例外であって、そのような場合に遭遇した際にはそれ自身の意義に従って取り扱うことで十分である。」

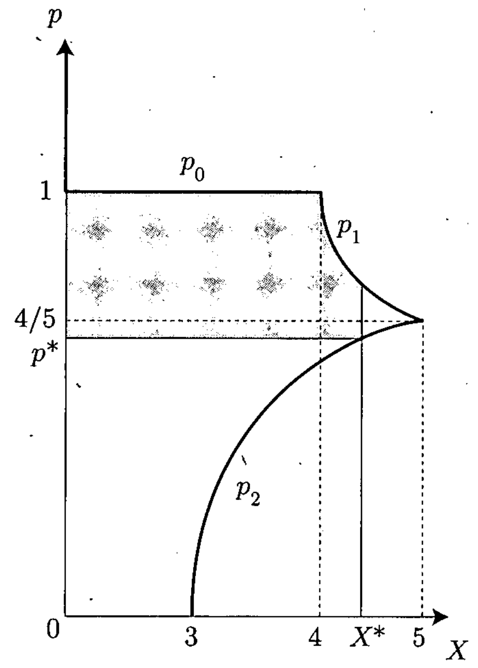

図 9　ギッフェン・ケースの消費者余剰

価格 $0 \leq p < \dfrac{4}{5}$ に対してそのときの X の需要は (4) より、$X^* = \dfrac{6}{2-p}$ で与えられる。これは図 9 において $p_2 = 2 - 6/X$ という需要曲線で表現している。この量を需要するときには、このとき、$\dfrac{4}{5} < X^* \leq 1$ であるから、図 9 より最大限支出してもよい金額は $p_1 > p_2$ より、$p_1 = \dfrac{4}{X}$ である。また、この量を需要するときの所得の限界効用は、(7) で示されたように、$1/p$ であり、よって、効用に換算された消費者余剰は

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \int_0^4 \frac{p_o}{p_o} dX + \int_4^{x^*} \frac{p_1(X)}{p_1(X)} dX - p_2(X^*)X^* \\ &= \int_0^{\frac{6}{2-p}} 1 \cdot dX - \left(2 - \frac{6}{X}\right) X = \frac{6(1-p)}{2-p}\end{aligned} \tag{9}$$

となる。ここで、よって、需要曲線から求めた消費者余剰の効用換算分と図 6 で示された無差別曲線から求めた効用の増分とが一致する。このことから、ギッフェン・ケースにおいても脚注 25 で示した意味において消費者余剰を考えることができるのであり、それは需要曲線を価格で積分するのではなく、均

衡需要量まで、需要曲線と価格の水平線の差を、取引量 X で積分した値によって示されることがわかる。

なお、ギッフェン・ケースの場合は、市場価格が需要価格となっているのではないことに注意する必要がある。

6. さいごに

金額で表示された消費者余剰と取引による効用の増分が比例的な関係にあるためには、貨幣の限界効用が一定であるという仮定が必要である。この仮定が満たされていないときの需要曲線の下の面積のうち、実際に支払った金額を差し引いた値（これも消費者余剰と呼ばれることもある。脚注 29 参照）と効用の増分との間の関係を求めた。このこと自体にはあまり意味がないのであるが、この分析を行った目的は、これを用いて、ギッフェン・ケースにおける消費者余剰について考察するためであった。

ギッフェン・ケースでは一定の需要量に対して複数個の需要価格が存在する。本文で検討したケースでは 2 個存在した。高い需要価格と低い需要価格であり、市場価格がこの低い需要価格、これを擬似的需要価格と呼ぶのが適当であろう[30]、となるときがギッフェン・ケースである。このとき、高い需要価格と市場価格との差が財 1 単位当たりの消費者余剰である。この高い需要価格を支払ってもよいと思っていたのであり、よって、この差が限界単位の消費についての彼の利得である。この金額を効用で評価するために数量で積分することによって彼の利得総量を導出することができることを示した。なお、価格が下落することによってこの利得は上昇することは明らかである。図 6 で示されたより高い無差別曲線に到達するからである。

30) 最大限支払ってもよい価格が需要価格であるのだから、“低い方の需要価格” というのは矛盾である。

付録

これまで、需要曲線が座標軸に接するようなものを考えてきた。しかし、座標軸に接しないものもある。例えば、$u = XY$ という効用関数から得られる無差別曲線は縦軸, 横軸に接することはない。すると、これから導かれる需要曲線は有限の価格で $X = 0$ とはならず、(図 A1 参照) 縦軸に接することはない。

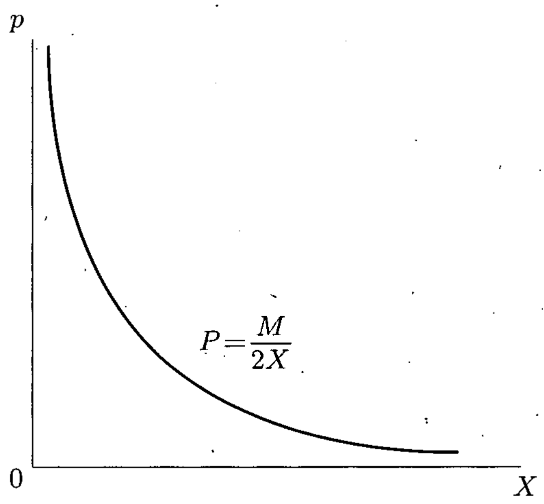

図 **A1**　縦軸に接しない需要曲線

すると、需要曲線の下の面積というものは確定しない。このとき、取引によって得られる消費者余剰の金額は有限の値として求めることはできない。よって、いくつかの教科書では、正の価格の範囲でのみ積分し、価格が変化したときの消費者余剰の変化分を求めている。しかし、この場合でも、消費者余剰を効用に換算した値は有限に求まることを以下に示す。

所得が貨幣 Y で M 単位として与えられたとき、予算制約式は

$$M = pX + Y \tag{a1}$$

となる。よって、効用関数 $u = u(X,\ Y)$ は

$$u = u(X,\ M - pX) \tag{a2}$$

となる。消費者の行動はこれを X について最大化するのであるが、これを図示すると、予算制約線は図 A2 の中で太い実線で示されている。この上に効用

関数（a2）が描かれている. この曲線上の最大点を探すことが消費者の直面する最大化問題である。

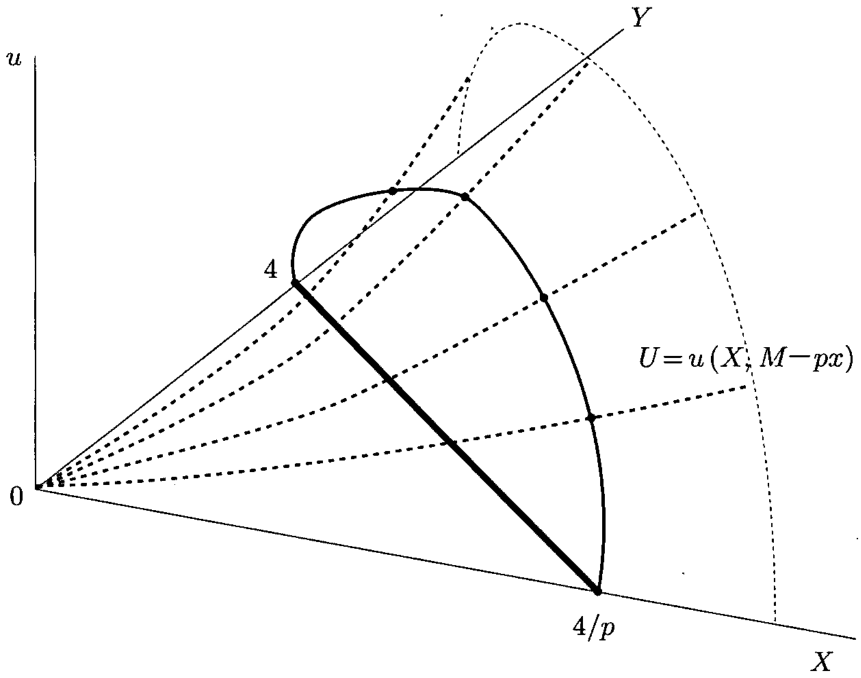

図 A2　予算制約線上の効用関数

効用関数を全微分して

$$du = u_X dX + u_Y dY = (u_X - pu_Y)dX \tag{a3}$$

を得る。このときの消費者が得ることができる最大効用を u^* とし、そのときの最適である X の値を X^* とすると、

$$\begin{aligned} u^* &= \int_0^{X^*} (u_X - pu_Y)dX \\ &= \int_0^{X^*} \left(\frac{u_X(X, M-pX)}{u_Y(X, M-pX)} - p \right) u_Y(X, M-pX)dX \\ &= \int_0^{X^*} (MRS - p)\, u_Y dX \end{aligned} \tag{a4}$$

ここで $MRS = -\left.\dfrac{dY}{dX}\right|_{u=const.} = \dfrac{u_X(X, M-pX)}{u_Y(X, M-pX)}$ であり、予算制約線と交わる無差別曲線の交点における傾きである。よって、MRS$-p$ は、X を 1 単

位獲得するために、放出してもよいと思っている Y の最大限の量 MRS から、実際に支払った価格 p を差し引いた値である。これは、その単位の消費者余剰を Y の量で表現したものである。所得 M と同じ単位の金額であり、それに貨幣の限界効用 u_Y をかけることによって効用に換算している。よって、これを X について、0 から実際に購入した量 X^* まで積分した値が効用の最大値 u^* となる。

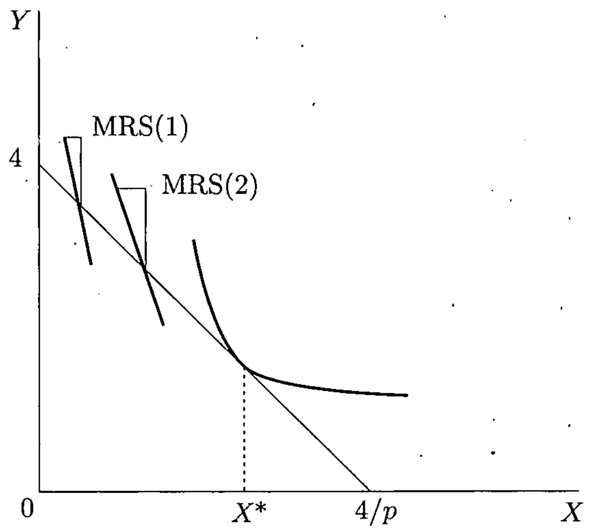

図 A3

これより分かることは、$X=0$ で MRS は無限大となるが、しかし、そのウェイトとしてかけられる u_Y は 0 となっており、(a4) で示される積分値は有限に留まる、ということである。換言すれば、いま考えられている財の量、X, Y について効用関数が定義されているとき、初期点から、最適点まで消費点が移動するときの効用の上昇分は確定する、という当然のことを述べているのである。また、ここで注意しなければならないことは、この積分記号の中で MRS で示された無差別曲線の傾きがそのまま需要曲線の傾きではないということである。これは、予算制約線と交わる無差別曲線の, その交点での限界代替率である。今、仮にこの MRS を縦軸にとった曲線を作成したとしよう。この曲線は予算制約線の位置にその大域的形状が依存しているのであるから、全領域的にいま“叫ばれている価格”p に需要曲線の形状が依存し、通常の需要

曲線ではない。もし、貨幣の限界効用一定という仮定があれば、この曲線は、“マーシャルの需要曲線” となり、また、一般的需要曲線と一致する。

参考文献

[1] Hicks,J.R., Value and Capital, The Clarendon Press, Oxford, 1939.（『価値と資本』、安井琢磨、熊谷尚夫訳, 岩波文庫 1995.）

[2] 伊藤元重、『入門経済学』、日本評論社、（初版）1988.

[3] 梶井厚志、松井彰彦、『ミクロ経済学　戦略的アプローチ』、日本評論社、2000.

[4] Marshall.A., Principles of Economics, MacMillan and Co.,eighth edition,1922.（原典の初版は 1891.『経済学原理』永沢越郎訳、岩波ブックサービスセンター、1997.）

[5] 丸山雅祥、成生達彦、『現代のミクロ経済学　情報とゲームの応用ミクロ』、創文社、1997.

[6] 森本好則、「貨幣の限界効用、所得効果と効用関数一消費者余剰再考一」、『経済学論究』43 巻 3 号、1989.10.

[7] 森本好則、『ミクロ経済学-Basic Framework』、有斐閣ブックス 1992.

[8] 根岸隆、『ミクロ経済学講義』、東大出版会、1989.

[9] 西村和雄、『ミクロ経済学』、東洋経済新報社,1990.

[10] 西村和雄、『経済セミナー』, 連載講座、「ミクロ経済学入門第 5 章, 消費者需要の理論の応用と拡張」、1983.8 月.

[11] 奥口孝二、酒井泰弘他、『ミクロ経済学』有斐閣、1989.