最適競争政策の分析

An Analysis of the Optimal Degree of Competition

河　野　正　道

The purpose of this paper is to investigate an industrial policy for the government to maximize the discounted sum of the future economic surplus. It is said that perfect competition is desirable in the sense that it attains the Pareto optimum. However, if we assume that the investment of each firm to improve the efficiency of production is financed by the profit of each period, then under perfect competition, there is no investment since there is no profit. Hence, the optimal path of the degree of competition which we derived is low in the early stage and high in the latter stage.

Masamichi Kawano

JEL：L52
キーワード：微分ゲーム、競争政策
Key words：differential game, competition policy

1. はじめに

完全競争の下では、パレート最適が実現し、効率的な資源配分が実現するとされている。しかし、動学的枠組みにおいは、完全競争に近づくことによって利潤が小さくなり、利潤から投資資金を調達している企業は投資活動ができなくなる。従って、長期的な枠組みで考えるときには、完全競争は必ずしも効率的ではないかもしれないという疑問が生じてくる。

ここで我々が検討しようとするのは、政策当局による動学的な競争政策である。政府は参入規制あるいは情報開示政策などを用いて、競争の度合いを制御することができる。小論では、長期動学的な枠組を設定し、投資資金は自らの

利潤から調達する企業を前提として、各時点における政府が決定するべき競争の度合いの最適経路を導出しようとする。十分に資本蓄積が進んだところでは、さらに資本を蓄積させて、製品の単位費用を低下させるよりも、完全競争に近づけることによって、市場価格を下落させたほうが、経済効率は高くなるであろう。しかし、まだ十分に資本蓄積が進んでない時期においては、不完全競争が望ましく、独占利潤を企業が獲得し、それを設備投資にまわして生産効率を高め、生産コストを低下させることが望ましいかもしれない。このように、それぞれの時点で最適な競争の度合いは異なることが予想される。

最適な競争政策を論じるためには企業数を変化させる必要があるのかもしれないが、この経済に存在する企業は、議論の簡単化のために、2 企業であると仮定する。彼らは複占において価格での競争、つまり、ベルトラン競争をする。この競争は具体的には、ホテリング流の空間的競争である。つまり、お互いに離れたところに立地して財を販売しており、消費者は彼らの立地点まで交通費を支払って購入に行く。双方の企業が供給する財は同質であると仮定されるので、消費者は交通費込みの価格が安いほうで購入する。従って、移動のための単位交通費を競争の度合いを示すパラメーターと考えることができる。

基本モデルの枠組みは次のとおりである。生産の単位費用は、その企業の生産性を示す資本設備の大きさに依存して決定される。各企業はナッシュ的に行動し、各期ごとの利潤はベルトラン競争の結果、双方の資本設備の大きさに依存して決定される。さらに、各企業は長期的な視点から将来利潤の割引現在価値を最大にしようと行動し、資本設備を蓄積しようとする。従って、その単位費用の経路は投資経路によって決定される。投資のための資金は各期ごとの利潤から支出されるものと仮定される。これは外部から資金を調達する手段が存在しないことを意味している。

企業間の動学的競争解として導出されたナッシュ均衡経路は次のとおりである。双方の企業がまったく資本設備を持たない状況から出発するとしよう。ともに資本の限界利潤率が割引率と減価償却率の和に等しくなるというところを目指すのである。われわれのモデルの解は bang–bang 制御となり、初期にお

いては双方ともに利潤のすべてを投資する。割引率の高い企業は、自己の資本の限界利潤率が割引率と減価償却率の和よりも高い段階で蓄積を停止し、ついに減価償却により負の実質投資をし、資本を減少させていく。相手方の企業は継続的に資本蓄積を続けて、最終的に双方ともに限界利潤率は割引率と減価償却率の和に等しいという条件が満たされている定常均衡へと至るのである。

この定常均衡においては、割引率が高い企業が相対的に小さい資本設備を保有している。しかし、まったく保有しないケースも可能である。これは、企業の費用関数の形状と、両企業の割引率に依存して決まる。

このような両企業の行動を前提とし、政府による最適な産業政策を論じる。消費者が商品を購入するために支出しなければならないものとして、販売者の立地点までの交通費があるが、これが小さければ両企業は競争が激しいということになる。これが高ければ両企業は独占的となる。政府がこの“交通費”を低下させるということは、現実的に交通を整備し実質的に交通費を低下させることであってもよいし、また、より一般的に企業間の競争を規制している何らかの制約を排除することを意味すると解釈することもできる。たとえば、企業の宣伝活動に対する規制を排除することは、価格競争を激しくすることであり、これは顧客が価格に対してより敏感に反応するようになるということを意味し、顧客が販売者間を低コストで移動することができるようになるということを意味する。この単位交通費の時間経路を経済余剰の割引現在価値を最大にするように政府は決定しようとするのである。

この分析の結果、次のような結論を得た。最適政策の解経路は政府の割引率および企業の費用関数の形状に依存して決まるが、その特徴は次の通りである。初期においては資本貯蓄を促進するために高い交通費を、すなわち、保護政策を採用して競争を制限し、企業に独占利潤を与え、資本貯蓄を促進させるのである。後に、交通費を下げて競争促進政策をとるべきである、というものである。なお、政府の割引率が小さいときには、保護政策を長くとるべきであり、大きいときには競争促進政策に入る時間を早くするべきであるという結論となる。

以下、第 2 節では基本モデルを叙述する。第 3 節では最適競争政策を論じる。第 4 節では比較動学分析をし、第 5 節ではまとめとこの分析の拡張の方向を示す。

2. モ デ ル

2.1 ベルトラン均衡

数直線上の区間 [0,1] の左端に企業 1 が、右端に企業 2 が立地し、消費者はその間に一様に分布して各々が毎単位時間あたり、1 単位の財を購入するものとする。消費者は購入にあたって、運賃込み価格を支払わなければならない。消費者は、この価格の安い方の企業から購入する。第 $i(=1,2)$ 企業の設定する価格を p_i、販売量を x_i、単位運賃を z とすれば、次式が成立する。

$$x_i = \frac{p_j - p_i + z}{2z}, \qquad i, j = 1, 2, i \neq j. \tag{1}$$

我々は供給複占下の競争を分析することを目的としているので x_i は正でなければならず、このためには、

$$|p_i - p_j| < z \tag{2}$$

でなければならない。単位生産費用を C_i とすれば、第 i 企業の利潤 π_i は次式によって示される。

$$\pi_i = (p_i - C_i)x_i = (p_i - C_i)\left(\frac{p_j - p_i + z}{2z}\right) \tag{3}$$

相手方の価格 $p_j, (j \neq i)$ を所与として π_i を彼の戦略変数である価格 p_i を用いて最大化する。π_i を最大化する p_i は

$$p_i = \frac{p_j + C_i + z}{2} \tag{4}$$

となる。この場合、ベルトラン均衡価格は

$$p_i = z + \frac{2C_i + C_j}{3} \tag{5}$$

によって、そのときの販売量は

$$x_i = \frac{1}{2z}\left(z + \frac{C_j - C_i}{3}\right) \tag{6}$$

によってそれぞれ与えられる。従って、時点 t における利潤は

$$\pi_i = \frac{1}{2z}\left(z + \frac{C_j - C_i}{3}\right)^2 \tag{7}$$

によって求められる。一方、先に (2) 式で示したベルトラン均衡が存在するための条件は、

$$|C_i - C_j| < 3z \tag{8}$$

によって与えられる。

2.2　長期的最大化問題

企業の単位費用はその資本設備保有量に依存する。資本設備が増加すればそれだけ効率的な生産活動が可能となり、単位費用が低下する。この場合、費用 C_i は次の費用関数によって表される。

$$C_i = C(K_i),\ C' < 0,\ C'' > 0,\ C(0) = \overline{C}. \tag{9}$$

なおここで、資本 K_i は時間 t の関数であり $K_i(t)$ と示すことができる。なお、粗投資 I_i も時間の関数であり、$I_i(t)$ と表現できる。企業の長期的目的は、目的関数、すなわち、将来純利潤の割引現在価値

$$\Pi_i = \int_0^\infty (\pi_i(t) - I_i(t))e^{-\rho t}dt \tag{10}$$

を最大化することであり、これは粗投資 $I_i(t)$ の経路 $\{I_i(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を適当にコントロールすることによって実現される。ここで ρ は将来利潤の割引率を表す。資本設備の増分 $\dot{K}_i$ は、減価償却率を δ とすれば次式によって与えられる。なお以下において表示を簡単にするため t を省略する。

$$\dot{K}_i = I_i - \delta K_i \tag{11}$$

毎期の投資量には制約があり、各時点での利潤を越えて投資することはできないものと仮定する。換言すれば、毎期の粗投資を行うにあたって、その財源としての内部留保利潤の蓄積量および外部資金の調達はいずれもゼロと仮定する。また、負の投資はできないとする。すなわち、

$$0 \leq I_i \leq \pi_i \tag{12}$$

である。企業は (11)、(12) 式の制約下および企業 j の投資の経路を所与して目的関数 (10) 式の値を最大化するのである。

企業の最適投資経路は次のラグランジアン

$$L_i = \pi_i - I_i + q_{i1}(I_1 - \delta K_1) + q_{i2}(I_2 - \delta K_2) + s_{i1}(\pi_i - I_i) + s_{i2} I_i \tag{13}$$

を最大にする。ここで q_{i1}, q_{i2} はそれぞれ (11) 式の $i = 1, 2$ についての二つの動学方程式に乗じられる随伴変数である。s_{i1}, s_{i2} はそれぞれ (12) 式に示される静学的制約条件 $\pi_i \geq I_i, I_i \geq 0$ に乗じられるスラック変数である。よく知られた定理より、求める最適経路上では s_{i1}, s_{i2} については次の条件が満たされていなければならない。

$$\begin{array}{llll} \text{(I)} & \pi_i = I_i & \Leftrightarrow & s_{i1} = 0 \ , \ s_{i2} \geq 0, \\ \text{(II)} & \pi_i > I_i > 0 & \Leftrightarrow & s_{i1} = 0 \ , \ s_{i2} = 0, \\ \text{(III)} & I_i = 0 & \Leftrightarrow & s_{i1} \geq 0 \ , \ s_{i2} = 0, \end{array} \tag{14}$$

また、q_{ii}, q_{ij} の動きは最大値原理より、$-\dot{q}_{ii} + q_{ii}\rho_i = \partial L_i/\partial K_i, -\dot{q}_{ij} + q_{ij}\rho_i = \partial L_i/\partial K_j$ である。q_{ii}, q_{ij} はそれぞれ K_i, K_j の価格と解釈することができる。資本 K_i が 1 単位追加されたときには、企業の目的関数は $\partial L_i/\partial K_i$ だけ上昇する。しかし、時間が 1 単位経過するときに、将来利潤は割り引かれるから、その価値は $q_{ii}\rho$ だけ減少する。最適経路において資本が追加的に投資されるということは、限界において失うものと得るものが等しくなければならず、$-\dot{q}_{ii}$ は価格の下落分であるから、$-\dot{q}_{ii} + q_{ii}\rho_i = \partial L_i/\partial K_i$ が成立しなけらばならない。よって、q_{ii}, q_{ij} の最適経路は (13) 式より $\partial L_i/\partial K_i$ を計算して

$$\dot{q}_{ii} = q_{ii}(\rho_i + \delta) - \pi_{ii}(1 + s_{i1}) \tag{15}$$

$$\dot{q}_{ij} = q_{ij}(\rho_i + \delta) - \pi_{ij} \tag{16}$$

となる。ここで $\pi_{ii} = \partial \pi_i/\partial K_i, \pi_{ij} = \partial \pi_i/\partial K_j$ である。なお、$\pi_{ii} = -C_i'\{z + (C_j - C_i)/3\}/3z > 0$（不等号は販売量 $x_i = \{z + (C_j - C_i)/3\}/3z > 0$ より導出される）また、$\pi_{ij} = -C_j'\{z + (C_i - C_j)/3\}/3z > 0$ である。また、企業は自己の制御変数である I_i の最適値を選ぶことによってラグランジュ関数 (13)

式を最大化するのであるから、最適解においては

$$-1+q_{ii}+s_{1i}-s_{2i}=0 \tag{17}$$

が成立することになる。一方、横断条件として

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}q_{ii}K_i=0,\ \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}q_{ij}K_j=0 \tag{18}$$

が成立する。ナッシュ均衡経路とは、(11),(12),(14),(15),(16),(17) および (18) 式を満たす経路 $\{K_i, K_j, q_{i1}, q_{i2}, s_{i1}, s_{i2}\}_{t=0}^{\infty}, (i,j=1,2, i\neq j)$ のことである。

検討を容易にするために、三つの局面に分割しよう。

Phase I.　$I_{i1}=\pi_{i1}$ のとき

(17) より $q_{i1}=1+s_{i1}$ となり、これを (15) に代入して

$$\dot{q}_{ii}=q_{ii}(\rho_i+\delta-\pi_{ii}) \tag{15-1}$$

を得る。このとき、$q_{ii}\geq 1$ である。

Phase II. $0<I_i<\pi_i$ のとき

$s_{i1}=s_{i2}=0$ であるから (17) 式より $q_{ii}=1$ が導かれる。これを (15) 式に代入して

$$\pi_{ii}=\rho_i+\delta \tag{19}$$

を得る。

Phase II　$I_i=0$ のとき

$q_{ii}=1-s_{i2}$ より、

$$\dot{q}_{ii}=q_{ii}(\rho_i+\delta)-\pi_{ii} \tag{15-2}$$

を得る。この場合、$q_{ii}\leq 1$ である。

このようにして、$q_{ii}>1$ のときには、$I_i=\pi_i$ であり、$q_{ii}=1$ のときには $\pi_{ii}=\rho_i+\delta$ が成立し、$q_{ii}<1$ のときには、$I_i=0$ となる。したがって、π_i を決定する K_i, K_j および、q_{ii} の値を見るだけで、q_{ii} の値に関わらず、I_i の最適値が導出されることがわかる。これは、投資の最適経路が bang-bang 制御となるので相手方である企業 j の資本 K_j の動学的方程式、$\dot{K}=I_j-\delta K_j$ が企業

i の資本 K_i から独立となるためである。このようにして、q_{ij} の動きを無視できるので以下の分析では、ノーテーションの簡単化のために $q_{ii}=q_i$ とおく。

I_i は q_i に依存するが、I_i は $q_i=1$ のときを除き、端点解をとるので通常の内解点の場合とは異なって、q_i のみが I_i を決定する訳ではない。たとえば、$q_i>1$ のときには $I_i=\pi_i$ となるので、I_i は K_i と K_j に依存するかたちで決定される。K_j の動きを背後に仮定したうえで K_i の最適経路と q_i との関係を取り出して図示したのが図 1 および図 2 である。

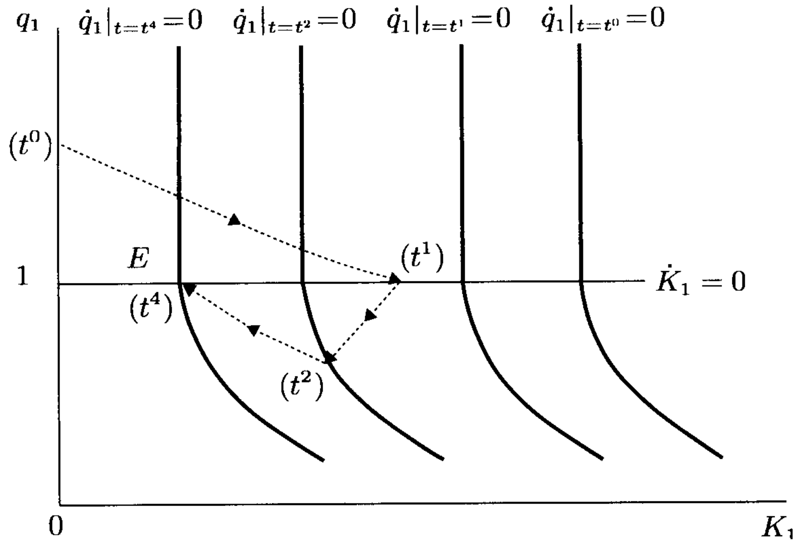

図 1　企業 1 の最適経路　(t^i) は時点 t^i における最適経路上の位置

$q_i>1$ のときには、$\dot{q}_i=0$ の停留曲線は (15-1) より次のように求められる。

$$\pi_{ii}=\rho_i+\delta$$

これは K_j が与えられたときには K_j-q_i 平面では垂直の線となる。$q_i<1$ のときには、$\dot{q}_i=0$ の停留曲線は $\pi_{ii}=q_i(\rho_i+\delta)$ となる。従って、この傾きは

$$\left.\frac{dq_i}{dK_i}\right|_{\substack{\dot{q}_i=0\\ q_{i<1}}}=\frac{\pi_{ii}}{\rho_i+\delta} \tag{20}$$

となる。ここで我々は通常の仮定として $\pi_{iii}<0$ としよう。この仮定は $\pi_{iii}=\pi_{ii}/\partial K_i=\left[(C_i')^2-3C_i''\{z+(C_j-C_i)/3\}\right]/3z<0$ を意味する。すでに (9) 式において企業 i の費用関数 K_i はに関して厳密な凹関数と仮定されている。しかし、$\pi_{iii}<0$ は費用関数についてのこの仮定からは導出できない。費用関数

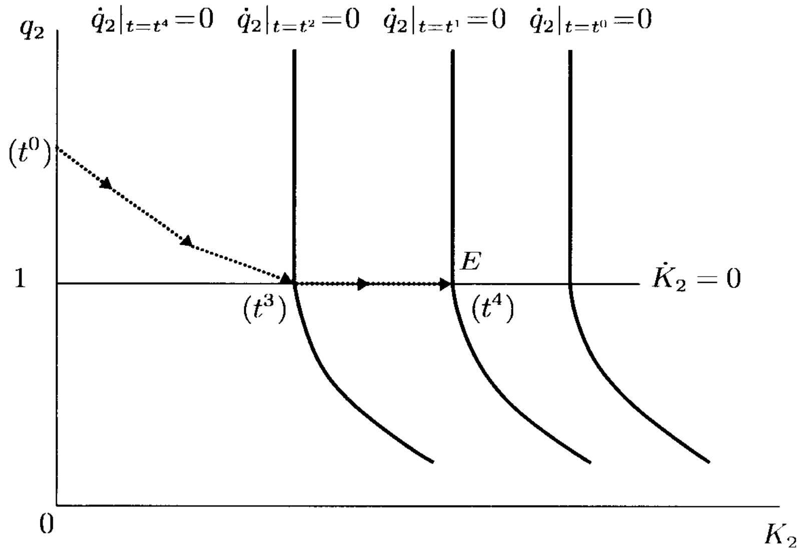

図 2　企業 2 の最適経路

についての仮定 (9) 式は必要条件であるが、十分条件ではない。$\pi_{iii}<0$ の仮定の下では、(20) 式は負となる。

次に、(19) 式を満たす K_i, K_j の関係

$$K_i=\Phi_i(K_j) \tag{21}$$

を K_i-K_j 平面に図示しよう（図 3）。$\pi_{iij}=-C_i'C_j'/3z<0$、および、仮定より $\pi_{iii}<0$ が成立するから、$\Phi_i'=-\pi_{iii/}\pi_{iij}<0$ となる。しかし、$\pi_{iii,}\pi_{,iij}$ の大小は不明であり、従って、Φ_1,Φ_2 のグラフが K_1-K_2 平面においてどのような関係を保つかは一義的には確定できない。また、一般性を失うことなく、$\rho_1>\rho_2$ であると仮定しよう。このとき、$K=\Phi_i(K)$ を満たす解を K_i^0 とすれば、$K_1^0<K_2^0$ が成立することは容易に明らかとなる。上述の検討結果に基づき、Φ_1,Φ_2 の代表的な形状を図 3 に示した。これは、$\pi_{iii}<\pi_{iij}$ の場合であり、ϕ_i 関数の形で表現すれば $-1<\Phi_i'<0$ のときである。この他に、Φ_1,Φ_2 が内点で交点をもたない場合、または交点を $K_1>K_2$ の領域においてもつ場合などが考えられる。しかし、ここでは代表的なケースのみをとり上げて考察することにする。

次に、図 3 の中に上で求めた最適経路を描く問題を考えよう。初期時点 $t=0$

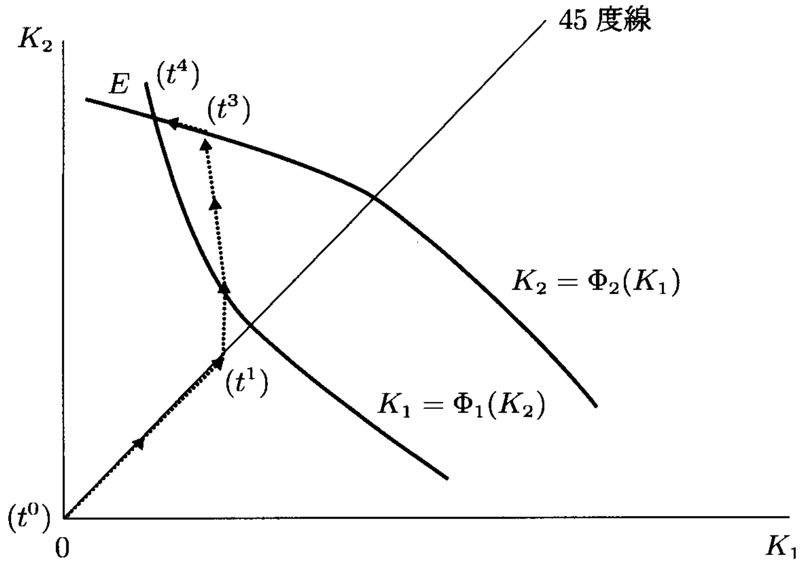

図 3　ナッシュ均衡経路

では $K_1 = K_2 = 0$ であり、$\pi_{ii} > \rho_i + \delta, (i = 1, 2)$ が成立していると仮定する。このとき、Phase I でも Phase II でも (15-1), (15-2) 式より、$\dot{q}_i < 0$ である。しかし、$\dot{K}_i > 0$ でなければ図 3 において点 E で示された最適定常状態、そこでは $\pi_{ii} = \rho_i + \delta, (i = 1, 2)$ が成立する、には到達できない。従って、初期時点においては Phase I でなければならない。よって、双方の資本は上昇する。

双方の企業ともに同じ費用関数をもち、かつ、初期時点において資本が等しいのでそれぞれの時間経路を通じて利潤も等しく、従って、資本貯蓄速度も等しい。ここで注意すべき点は、π の関数の形によって最適資本経路のタイプが異なるということである。いま、

$$\frac{\pi_2 - \delta K_2}{-\delta K_1} < \Phi_1 \tag{22}$$

であるとしよう。この式の左辺は、図 3 における資本の最適経路の傾き dK_2/dK_1 の実現可能な最大値である。これが $K_1 = \Phi_1(K_2)$ の傾きよりも小さい（絶対値で大きい）ときには、図 3 において $K_1 = \Phi_1(K_2)$ 上を滑って移動することはできないことが明らかである。(22) 式はこれを示している。図 1 でいうと、企業 1 は $\dot{q}_1 = 0, (q_1 \geq 1)$、つまり、$\pi_{11} = \rho_1 + \delta$ に Phase I のみを通過して到達することは不可能であるということである。仮に、これが可能であるとす

る。企業 2 は Phase II にあるのだから、$\dot{K}_2 > 0$ である。すると $\pi_{11} = \rho_1 + \delta$ の関係を保つためには K_1 は減少しなければならない。しかし、その必要減少分が減価償却よりも、絶対値において大きければ不可能である。(22) 式はこれが不可能であることを保証する。すると、次の瞬間に $\pi_{11} < \rho_1 + \delta$ となり、q_1 は上昇し、$q_1 > 1$ となり、よっても K_1 上昇し、最適定常状態に到達せず、横断条件を満たさない。よってこれは最適な経路ではない。従って、(22) 式が成立するときには、図 1 で示されているように、最適経路では $\pi_{11} > \rho_1 + \delta$ において $q_1 = 1$ となり（この時点を t^1 としよう)、以後、$q_1 < 1$ となり、Phase III となるから K_1 は上昇から下落へと反転する。その経路を、左にシフトしていく $\dot{q}_1 = 0, (q_1 < 1)$ の停留曲線、つまり $\pi_{11} = q_1(\rho_1 + \delta)$ 曲線が追い越していくのである。(この時点を t^2 とする。) 追い越された次の瞬間、$\pi_{11} < \rho_1 + \delta$ が成立し、(15-2) 式より　は上昇に転じる。そして最終的に最適定常状態である E 点に到達するのである。(この時点を t^4 とする。)

一方、企業 2 は、K_2 の上昇の結果、$\pi_{22} = \rho_2 + \delta$ が成立したときに Phase II となり、$q_2 = 1$ となる。(この時点を t^3 とする。) そのとき、企業 1 は Phase III にあり、K_1 は減少を続けているので $\pi_{21} < 0$ より、K_2 は Phase II に留まるためには $\pi_{22} = \rho_2 + \delta)$ を保つように上昇しなければならない。このために必要な投資は利潤よりも少ないということが (22) 式より導かれる。つまり、企業 2 は Phase II のなかで運動することが保証されるのである。このときには企業 1 にとっては K_2 が上昇するので $\pi_{11} = q_1(\rho_1 + \delta)$ を示す K_1 の値は、なおも減少をし続けているのであるが、その速度はここで不連続的に低下する。そして、図 1 において左方向へと移動している点 E を目指して $\{K_1, q_1\}$ の最適経路は延びて行き、最終的にそこに $t = t^4$ において到達するのである。

これを $K_1 - K_2$ 平面で示した図 3 で見てみよう。初めは K_1、K_2 は 45 度線上を移動している。t^1 において企業 1 は貯蓄を停止し、以後資本を減少させる。t^3 において企業 2 は定常状態反応曲線 $K_2 = \Phi_2(K_1)$ に到達し、その上を滑って最終的な均衡 E に t^4 において到達する。なお、(22) 式が満たされていないときには、$K_1 = \Phi_1(K_2)$ のグラフ上を滑って E へ向かう。

Becker [3] は、新古典派的生産関数を仮定した最適成長理論において将来効用の割引率が最も低い者に社会の資本はすべて集中するという結論を導出した。我々のモデルでは利潤関数が Becker の生産関数に相当するのであるが、資本設備の企業間の分布は単に割り引き率によってきまるのではなく、費用関数の形状にも依存することが導出された。すなわち、費用関数の形状次第で高い割引率を有している企業でも正の資本設備を定常均衡において保有することが可能である。

3. 政策当局による最適競争政策

以上のように、二つの企業は競争の結果, 導出したような経路をたどって資本蓄積を行うのである。このときに産業政策立案者は, 二つの企業の行動を所与として政策を立てるとする。すなわち、政策当局はシュタッケルベルクのリーダーとして行動し、二つの企業はフォロアーとして行動するのである。

一般に競争の度合いが高まると経済効率は高まると言われている。このことは静学においては明かであろう。しかし、我々のモデルは動学であり、しかも複占モデルである。企業は利潤から資本蓄積を行っているのであり、競争の度合いが高まると利潤も低下する. したがって, 資本蓄積速度は低下する。このように、競争の度合いが高まることによって、(完全競争に近づくにつれて) 経済効率が悪くなるという可能性も生じうる. しかし、資本蓄積が終了したときには完全競争に近づくこと、すなわち、価格水準が低下することが経済厚生に対して望ましいことであろうと思われる. ここで分析することは、厳密に競争の度合いがどのような値をとればよいかということを導出することである。我々はこの競争の度合いとして、二つの企業が立地しているその間の距離を移動する時に必要な費用をとるものとする。また、政策当局は, 消費者の利益と企業の利益の和に関心があるとしよう。それは消費者が商品を購入するために支出するすべての金額 (交通費を含む) にマイナスを付けたものを消費者の利益とし、生産者の利益は利潤から投資を引いたものとする。この金額の経路を現在まで割り引いてきたものの和を最大にしようとするのである。複雑化を避

けるために、いま、二つの企業はその割引率が同一であるとしよう。また、先に導出した経路が示すように、二つの企業はいずれも資本設備をまったくもたないという初期時点から出発したとしよう。すなわち、各企業は Phase I を通過し,Phase II に到達するのであり、そこで K の運動は停止する。

時点 t において、政策当局の瞬間的厚生は

$$w_t = -\int_0^{x_1}(p_1 + zx)dx - \int_{x_1}^{1}\{p_2 + z(1-x)\}dx + (\pi_1 - I_1) + (\pi_2 - I_2) \quad (23)$$

となり、政策当局の目的関数である社会的厚生関数は, この値の無限の将来までの値の割引現在価値の和であり、ρ_g を政策当局の割引率とすれば、次式によって表される.

$$W = \int_0^{\infty} w_t e^{-\rho_g t}dt \quad (24)$$

このとき、政府の政策変数は z であるが、これがとりうる値は $\underline{z}$ と $\overline{z}$ の範囲に限られるとする.

二つの企業はまったく同じ資本を保有しているという我々の仮定の下では,w_t は (5),(6),(7) 式を用いて字式のように書くことができる。

$$w_t = -\frac{1}{4}z - I - C\left(\frac{K}{2}\right) \quad (25)$$

ただし　$I = I_1 + I_2, K = K_1 + K_2$

我々に与えられた問題は次のように定式化される。

$$\underset{\{z\}}{\text{Maximize}}\ W$$

$$\text{subject to} \begin{cases} \dot{K} = I - \delta K, \\ I = 2\pi_{i,} if \pi_{ii} > \rho_i + \delta, \\ I = \delta K, if \pi_{ii} = \rho_i + \delta, \\ \underline{z} \leq z \leq \overline{z}. \end{cases}$$

ここで $\overline{K}$ は $\pi_{ii} = \rho_i + \delta$ を成立させる資本の水準である。この政策当局の最大化問題の制約条件は企業の最適行動である。よって、企業の最適行動を叙述するのに随伴変数の動きも必要となるが、我々の問題においては、企業の行動は bang-bang 制御であり、また、二つの企業は同質的であると仮定するので、

随伴変数の動きを表に出さなくても企業の最適行動を表現することが可能となるのである。

この最大化問題のラグランジアンは

$$L=-\frac{1}{4}z-I-C\left(\frac{K}{2}\right)+\mu(I-\delta K)+v_1(\overline{z}-z)+v_2(z-\underline{z}) \tag{26}$$

となりる。ここで v_1, v_2 はそれぞれ $\overline{z}-z\geq 0, z-\underline{z}\geq 0$ に乗じられる非負のラグランジュ乗数であり、$z=\overline{z}$ のとき $v_1\geq 0, v_2=0$ また $z=\underline{z}$ のときは $v_1=0, v_2\geq 0$

である。各期企業がその利潤をすべて投資する Phase I においては (7) 式より $I=\pi_1+\pi_2=z$ であるから $\partial L/\partial z=0$ は

$$\mu=\frac{5}{4}+v_1-v_2 \tag{27}$$

となる。よって、$\mu>5/4$ のときは $v_1>0$ より $z=\overline{z}$、$\mu<5/4$ のときは $v_2>0$ より $z=\underline{z}$、また、μ の最適経路が満たすべき条件は

$$-\dot{\mu}=\frac{-C'\left(\dfrac{K}{2}\right)}{2}-\mu(\rho_g+\delta) \tag{28}$$

となる。

Phase II においては、減価償却分だけの補填投資が行われるので $I=\delta\overline{K}$ となり、資本 K の運動は停止する。そこにおいて、動いている変数は存在しないのであるから、政策当局の問題は動学問題ではなくなり、静学の問題となる。そして静学の問題においてはの最適値はラグランジュ関数 (26) 式より明かにその最小値 $\underline{z}$ である。

$\pi_{ii}=\rho_i+\delta$ が成立したところで Phase II となり、資本の蓄積は停止する。この終端における随伴変数 μ の値は次の様にして求めることができる。

この時点を T とすると、T において資本が 1 単位が外生的に付加されたとする。そのときに、政策当局の目的関数が T 時点で評価してどれだけ上昇するか，これが随伴変数 μ_T の経済的意味である。企業が補填投資を行っている Phase II において、資本が付加されると Phase III となり、企業は投資を 0 として資本を減少しようとする。そのとき、減少速度は減価償却で与えられ,$\dot{K}=\delta\overline{K}$ となる。したがって, 元の水準 $\overline{K}$ を回復するために要する時間は $1/\delta\overline{K}$ である。

このときに企業は補填投資を行わないのであるから彼の実質的な利潤 $(\pi - I)$ は補填投資 $\delta\overline{K}$ だけ上昇する。したがって、政策当局の目的関数の上昇分は $t = T$ で評価して $(1/\delta\overline{K})\delta\overline{K} = 1$ だけ上昇するのである。これより

$$\mu_T = 1 \tag{29}$$

が導出できる。まお、資本が 1 単位上昇することは生産者のみならず、消費者にも利益を与える．しかし、微妙な資本の上昇は微小な消費者余剰の上昇しかもたらさない。（純生産者余剰は $K = \overline{K}$ で不連続になっており、ジャンプがある。）その微妙な消費者余剰の利益が微小な時間存在するのであるから、それは生産者が受ける利益に比べれば無視できるほどの小さいのである。μ の最適経路を図示するために、$\dot{\mu} = 0$ および $\dot{K} = 0$ の停留曲線を図 4 の位相図のなかに図示しよう。

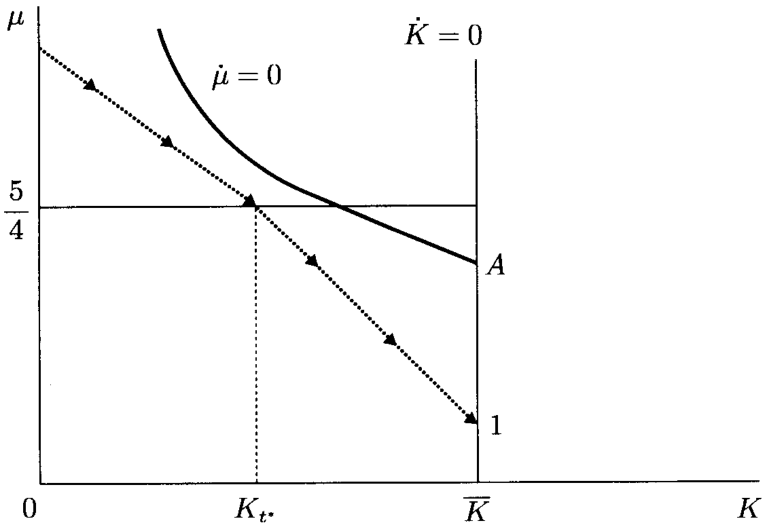

図 4　政策当局の最適経路

Phase I では $\dot{\mu} = 0$ を示す停留曲線の傾きは (27) 式より

$$\left.\frac{d\mu}{dK}\right|_{\dot{\mu}=0} = \frac{-C''\left(\dfrac{K}{2}\right)}{4(\rho_g + \delta)} < 0 \tag{30}$$

となる。また、企業の資本蓄積活動は先に導出したように

$$\pi_{ii} = \rho_i + \delta \tag{31}$$

が成立したときに停止し,Phase II となる。これが図 4 中の $\dot{K}=0$ を示し, これは (7) 式より

$$C'\left(\frac{K}{2}\right)=-3(\rho+\delta) \tag{32}$$

を意味する。なお、$\rho=\rho_1+\rho_2$ である。ここで Phase II に至るまで企業の利潤はその減価償却よりも大きいと仮定しよう。つまり、$\pi_1+\pi_2=z$ であるから

$$\underline{z}=\delta\overline{K} \tag{33}$$

と仮定するのである。この仮定がなければ Phase I において資本蓄積は停止してしまい Phase II は実現しない. 我々は, 定常均衡においては、投資は利潤を超えてはならないという制約は binding ではないと仮定するのである。すると、μ の最適経路は図 4 に図示されたようになる。$\dot{K}=0$ と $\dot{\mu}=0$ が交差する点を A とする。この点 A における μ の値を μ_A とすると、(28)、(29) 式より

$$\mu_A=\frac{3(\rho+\delta)}{2(\rho_g+\delta)} \tag{34}$$

となる。

以上のことより、μ の最適経路を図 4 に示したように描くことができる。この μ の最適経路に応じて z の最適経路が定まるのである。先に示したように、(27) 式より $\mu>5/4$ のときには、$v_1>0$ であり、$z=\overline{z}$ となる。また、$\mu<5/4$ のときには $z=\overline{z}$ となる。$\mu=5/4$ となる時点を $t=t^*$ としよう。すると、$0\leq t<t^*$ となる t においては $z=\overline{z}$ となり、$t^*\leq t$ では $z=\underline{z}$ となるのである。すなわち、t^* までは競争の程度は最小であり、t^* 以後が最大であるべきであるというのが我々の導出した最適解である。

以上の議論を異なった方向から見てみよう. 以上の議論では我々は図 4 において $\mu_T=1$ を考慮して最適経路を示す μ についての微分方程式を逆向きに図形的にたどっていったのである. これを現実に解いてみることにしよう。

随伴変数の動学的方程式は

$$\dot{\mu}=\frac{C'\left(\frac{K}{2}\right)}{2}+\mu(\rho_g+\delta) \tag{35}$$

であり、これを解くと

$$\mu_T e^{-(\rho_g+\delta)T} - \mu_{t^*} e^{-(\rho_g+\delta)t^*} = \int_{t^*}^{T} \frac{C'\left(\dfrac{K}{2}\right)}{2} e^{-(\rho_g+\delta)s} ds \tag{36}$$

これを $\mu_T = 1$ と $\mu_{t^*} = 5/4$ を用いると

$$\frac{5}{4} = -\int_{t^*}^{T} \frac{C'\left(\dfrac{K}{2}\right)}{2} e^{-(\rho_g+\delta)(s-t^*)} ds + e^{-(\rho_g+\delta)(T-t^*)} \tag{37}$$

を得る. この式を成立させる t^* が z がスイッチする最適時点である。t^* が解けるためには資本蓄積が停止する時間 T を決定する式が必要である。資本蓄積を示す $\dot{K} = z - \delta K$ を積分して

$$K_T = \left(K_0 + \int_0^{t^*} \overline{z} e^{-\delta s} ds + \int_{t^*}^{T} \underline{z} e^{-\delta s} ds\right) e^{\delta t} \tag{38}$$

を得る。ここで K_T は(31)式によって与えられる。このようにして (37),(38),(31) 式によって t^* が決定されるのである。

これをさらに、経済学的側面から考察してみよう。$t = t^*$ において再策当局の制御変数である $\overline{z}$ は $\underline{z}$ からへとスイッチされる。この $t = t^*$ という値が最適であるためには、t^* が微小な時間 Δt だけ変化しても政策当局の目的関数である W は変化しないというのがそのための条件である。我々が上で求めた経路を最適経路とし、スイッチするタイミングが微少な時間 Δt だけ遅れるという経路を比較経路として二つの経路の間の目的関数の値の差について検討する。

このスイッチするタイミングが少し Δt だけ遅れる比較経路においては企業の利潤はその時間、$[t^*, t^* + \Delta t]$、最適経路よりも大きくなる。このために資本蓄積は速くなっており、比較経路は最適経路よりも資本は常に大きい。時点 t におけるこの差を ΔK_t とすると、

$$\Delta K_t = e^{-\rho t} \int_{t^*}^{t^*+\Delta t} (\overline{z} - \underline{z}) e^{\delta s} ds = (\overline{z} - \underline{z})(e^{\delta \Delta t} - 1) e^{t^* - t} \tag{39}$$

となる。従って、定常状態に到達する時間も早い。比較経路が定常状態に到達する時間 T' とすると、資本蓄積速度は $\dot{K} = z - \delta K$ であるから、$T - T' = \Delta K_T (z - \delta K)$ となる。すると比較経路はこの時間だけ先に Phase II に到達しており、利潤の全てを投資しているのではなく、補填投資のみをしているのであるから、純生産者余剰,$\pi - I = \underline{z} - \delta \overline{K}$ は正となり、最適経路よりも瞬間的

利益は大きい。これに時間をかけて $(T-T')(\underline{z}-\delta\overline{K})=\Delta K_T$ となる。これを $t=t^*$ で評価して、

$$e^{-\rho_g(T-t^*)}\Delta K_T=\frac{(\overline{z}-\underline{z})(e^{\delta\Delta t}-1)e^{(t^*-T)}}{\delta} \tag{40}$$

を得る。これが最適定常様態が到来することの利益である。

また、比較経路は $[t^*,t^*+T']$ の期間の transient state においても資本が大きくなっているので消費者余剰も大きくなっている。これもスイッチする時間を Δt だけ遅らせたことによる利益である。

$\partial w_t/\partial K_t=-C'\left(K/2\right)/2$ より、消費者余剰の上昇を $t=t^*$ で評価すると

$$\int_{t^*}^{T}\frac{1}{2}C'\left(\frac{K}{2}\right)(\overline{z}-\underline{z})(e^{\delta\Delta t}-1)e^{-(\rho_g+\delta)(s-t^*)}ds \tag{41}$$

となる。

また、比較経路に比べて、スイッチが遅れることによって消費者余剰が上昇するのが Δt 時間遅れる。これにより、$[t^*,t^*+\Delta t]$ の間、消費者余剰にはロスが生じている。このロスは (24) 式より、$I=z$ を考慮すると、$t=t^*$ で評価して

$$\frac{5(\overline{z}-\underline{z})}{4\delta}(e^{\delta\Delta t}-1) \tag{42}$$

となる。最適経路が最適経路であるためには、　t が十分に小さいときに、これらのロスと利益の和は 0 となっていなければならない。よって、

$$\frac{5}{4}=-\int_{t^*}^{T}\frac{1}{2}C'\left(\frac{K}{2}\right)e^{-(\rho_g+\delta)(s-t^*)}ds+e^{-(\rho_g+\delta)(T-t^*)} \tag{43}$$

となる。これは (37) 式と一致する。以上のように、最大値原理から導出した結果と同じものを単純に経済的意味を考えながら、具体的な最適条件を示す式を用いて導出することができるのである。

4. 比較動学分析

政策当局の割引率が制御変数 z の最適なスイッチのタイミングに与える影響を検討する。この方法として定常状態に到達する時点 T を基準時点として分析しよう。つまり、パラメーター ρ_g が変化すると定常状態に到達する時点 T

も変化するのであるが、議論の簡単化のためにこの時点を固定してこれを基準とし、他の時点を相対化して分析する。(43) 式を ρ_g と t^* に関して微分して

$$\frac{dt^*}{d\rho_g} = -\frac{\displaystyle\int_{t^*}^{T}\frac{1}{2}(s-t*)C'\left(\frac{K}{2}\right)e^{-(\rho_g+\delta)(s-t^*)}ds-(T-t*)e^{-(\rho_g+\delta)(T-t^*)}}{\displaystyle\frac{1}{2}C'\left(\frac{K}{2}\right)} < 0 \tag{44}$$

を得る。この符号は分母が $C'<0$ より負、分子も負であることから容易に導出される。このことより、政策当局の割引率が上昇すると t^* は小さくなることがわかる。しかし、これは定常状態に到達する時間 T を固定化して得た結果であるから、(44) 式から直ちに z をスイッチするタイミングが早くなる、と結論することはできない。これは、次のようにして論証しなければならない。$z=\underline{z}$ とするべき期間は $T-t^*$ であり、(44) 式はこれが長くなるということを示している。また、これは、定常状態における資本 K_T が一定であり、蓄積速度は利潤に依存し、これはさらに資本の大きさに依存するのであるから、z がスイッチする時点の資本 K_{t^*} は小さくなるということを示している。このように、以前よりは小さな資本のときに z のスイッチが生じるのであるから、これはスイッチのタイミングが早くなるということを示すものである。

以上のように、政策当局の割引率が競争政策に与える影響を確定することができる。すなわち、当局の割引率が大きければ、より早く競争を強化するべきであるという結論を得ることができる。

5. 結　　語

この分析にあたって設けられた重要な仮定は、企業が投資を行うときには外部資金を用いることが許されず、自己の今期利潤のみに限られるというものである。また、投資の非可逆性が仮定されているので実質資本の減少額は減価償却費を超えてはならない。さらに、企業の制御変数が目的関数のなかに線形をとって含まれているので、企業の最適行動は bang-bang 制御となったのである。

資本設備の設置費用を仮定し、ペンローズ関数を導入するならば、ナッシュ

均衡経路は内点解となるであろう。しかしそのときには、取り扱うべき変数の数が増加して、問題は一層複雑となるであろう。

我々はこのようにして、明かにされた複占企業の行動に基づいて、政策当局による最適競争政策を論じた。ここで明かにされた政策変数の最適経路は、はじめは最大限競争を制限し、後に競争を最大限強化すればよいという bang-bang 制御であった。また、この最適政策経路は、政策当局の割引率によって影響を受ける。割引率が大きいときには一層早い時期から競争を強化すべきであるという常識にかなった結果が導かれた。

しかし、競争政策の分析においては、前半で明かにされた複占下の企業行動の帰結のすべてが利用されている訳ではない。前半では非対称な企業が前提されているのに、後半の政策分析では、対称的な企業が前提されている。政策的検討の一般化を一層進めるためには、割引率においても初期資本量においても非対称な企業を前提として分析を進めることが望ましく、これは残された課題である。しかし、非対称な企業を前提としても、ここで導出された結論が大きく修正されることはないと思われる。

参考文献

[1] Arrow, K .,Kurz, M., Public Investment, *The Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy, Baltimore*: Johns Hopkins Press, 1970.

[2] Basar, T., and J.B.,Olsder, *Dynamic Noncooperative Game Theory,* New York: Academic Press, 1982.

[3] Becker, R. A., "On a One Good Model of Capital Accumulation with Heterogeneous Households: The Discounted Case", *Quarterly Journal of Economics,* 1980.

[4] Bertrand, J., Book Review of "Theorie Mathematique de la Richesse Social" and of "Recherches sur les Rrincipes Mathematique de la Theorie des Richesses", *Journal des Savants,* 1883, pp.499-508.

[5] Hotelling, H., "Stability in Competition", *Economic Journal,* Vol.39, March, 1929, pp.41-57.

[6] Kawano, M., "On the Optimal Protection of a Growing Market from Entry of a Big Firm", *Economic Studies Quarterly,* Vol.45, No.2, June, 1994, pp.106-118.

[7] Mino, K., "A Model of Investment with External Adjustment Costs", *The Economic Studies Quarterly,* Vol.38, No.1, March 1987, pp.76-85.

[8] Pontryagin, L. S., Boltyanaskii, V. G., Gamkrelidze, R. V., and Mishchenko, E. F. *The Mathematical Theory of Optimal Processes,* New York and London, 1962.

[9] Schumpeter, J.A., *Theorie der Wirtschaftlichen Entwickelung,* Leipzig, 1912.