2階級モデルにおける所得移転の効果

Income Transfer in a Two-Class Growth Model

河　野　正　道*

In this paper, we investigate the effect of income transfer in a neoclassical growth model. Hamada examined the problem in the Samuelson-Modigliani type model. He derived that the transfer from the capitalist class to the worker class decreases the long-run income of the latter. This insightful result depends on the assumption that saving rates are fixed. We extend his model and assume that the saving functions of both classes are convex. Thus we derived that the workers' income can be increased by the transfer from the workers to the capitalists. Also, we derived the case where there coexist Pasinetti and Anti-Pasinetti equilibria, where the workers' income can be maximized by extracting all of the capitalists' income.

Masamichi Kawano

JEL : D30, O40, H23
キーワード : Pasinetti 均衡、所得移転

* これは、Kawano[6] を改訂したものである。出版後、様々な方から批判をいただいた。その批判にお答えするように、また、読みやすくするために大幅に改良した。特に、資本家、労働者ともに同一の貯蓄関数をもつとしてモデルを一元化した点が大きな改良点であり、そのような改良の結果、議論をシンプルにすることができたと考えている。コメントをいただいた方々に感謝したい。

筆者が所得分配理論に興味を持ったのは、安井修二教授のお若いとき（36 歳）の御業績、「ケインズ的分配論の展開」（『季刊理論経済学』第 20 巻第 2 号 1968 年 8 月）に接してからである。1972 年には先生による学部の講義「雇用理論」に出席し、そこで先生ご自身によってこの理論の詳しい説明を受け、傍目ながら、経済理論を作り上げる面白さを同感させていただいた。筆者はその後、長期理論の枠組みで分配理論を研究することになり、初めて publish したのが、Kawano[6] である。これを抜本的に改良したものを、この退職記念号に投稿し、先生の学恩に感謝申し上げたい。

安井先生におかれましては、新しい環境においてますます先端的な御研究に励まれ、学生・後進に刺激を与え続けられることを祈念いたします。

はじめに

Pasinetti[7] の先駆的業績以来、多くの人たちによって経済成長モデルを用いて所得分配理論が研究されてきた。

Hamada [3] は Samuelson-Modigliani [8] 流の新古典派成長モデルを用いて所得分配を論じた。彼は資本家から労働者への所得移転は労働者の所得を長期的には低下させること、および、労働者の所得を最大化する所得移転量は定常状態ではゼロであると主張した。この逆説的結果に至るプロセスは次のように説明される。

資本家の貯蓄率は労働者のそれよりも大きく、従って資本家から労働者への所得移転があれば、経済全体の貯蓄を減少させ、その結果として資本蓄積を阻害する。このことは賃金率を下落させ、その結果として最終的には、労働者が保有する資本をも減少させるのである。そのために、移転所得を受け取った後の所得においてさえも、以前よりは低い値となるのである。他方、負の移転は経済全体としての資本および生産量を上昇させる。しかし、資本家の所得は経済全体の生産量以上に上昇し、その結果、労働者の所得はこの場合も減少することになるのである。

以上、要約した Hamada の結果は、彼が仮定した貯蓄関数が線形であるということに依存している。この論文の目的は、彼の結果をより一般的なモデルを用いて検討することである。つまり、彼の結果を特別な場合として含む、より一般的なモデルを提示することである。

我々は貯蓄関数を先験的に資本家労働者の間で異なると仮定しない。つまり、両者は本質的には同質な主体であり、一方は所得が高いので労働を供給せず、かつ、貯蓄率が高い。また、他方は、所得が低いので労働を供給し、かつ、貯蓄率が低い、と仮定する。つまり、貯蓄関数は一種類であり、所得に関して凸であるとする。また、労働供給は、所得に依存するのであり、ある一定の所得を超えると労働を供給せず、資本家となる。従って、資本家は常に労働者よりも一人当たりで大きな所得をもっている。

このような仮定の下で、2 階級間の所得移転の効果を分析する。貯蓄関数が

凸であるという我々の仮定の下では、資本家が存在しない反 Pasinetti 均衡と Pasinetti 均衡が並存する可能性がある。また、Pasinetti 均衡のみが存在し、反 Pasinetti 均衡は存在しない場合、さらに、Pasinetti 均衡のみが存在する場合、つまり、全部で３つのケースが可能である。我々は、Pasinetti 均衡の上で所得移転を議論するのであるから、取り扱うケースは Pasinetti 均衡と反 Pasinetti 均衡の両者が並存する場合と、Pasinetti 均衡のみが存在する場合である。

我々が導出した結果は以下の通りである。資本家から労働者への所得移転、つまり、負の移転は、労働者の所得を下落させる。これは Hamada のケースと同じである。しかし、労働者から資本家への移転は労働者の所得を上昇させる。Hamada のケースは移転量がゼロのときに、労働者の所得の最大が実現していたが、我々の場合はそうではない。また、資本家にとっては、正の移転によって彼の所得は上昇する場合もあり[1]、また、下落する場合[2]もある。従って、負の移転量によって、労働者の所得も資本家の所得も上昇させることができる場合が存在する。すなわち、両者の所得に関してパレート改善が可能となるのである。

しかしながら、小さな負の所得移転によって労働者の所得は、当初は向上するが、しかし、Pasinetti 均衡と反 Pasinetti 均衡が並存するケースにおいては、彼らの所得の最大はそのような小さな移転量によって実現するのではなく、資本家の所得をすべて奪ってしまって、労働者のみの経済を実現するとき、つまり、反 Pasinetti 均衡を実現するときに達成されるのである。これが Hamada のモデルとは決定的に異なるところである。Hamada モデルでは、労働者の所得を最大化するためには、資本家の存在が必要であった。しかし、我々のモデルではそうではない。

また、資本家の所得に関しても、正あるいは負の移転によって、彼の所得を上昇させることはできる[3]。しかし、彼の所得の最大は労働者の所得をすべて

1) 労働者の限界貯蓄率が資本家の平均貯蓄率よりも大きいとき。
2) 労働者の限界貯蓄率が資本家の平均貯蓄率よりも小さいとき。
3) 正の移転であるか負の移転であるかは、労働者の貯蓄関数の形と生産関数の形に依存する。

奪うほどの大きな負の所得移転によって実現するのである。これは貯蓄関数が線形の Hamada の場合でも同様である。

この論文で論じられている移転は明示的な移転である必要はない。労働者は彼らが限界生産力原理で言われているような量以上の所得を受け取っているときに、彼らは資本家から所得移転を受け取っているということができる。従って、例えば、累進課税制の下では高所得者から低所得者への移転がなされていると解釈することができる。また、労働者資本家間の賃金を決定する団体交渉において、実質的に所得移転の量が決定されていると解釈することができる。つまり、そこで決定される賃金率が、限界原理で決定される値と異なっておれば、実質的に、交渉力の強い階級は弱い階級から移転を受け取っていると解釈することができる。双方共が、ちょうど、限界原理によって決定される値を報酬として受け取っているときに、交渉力が等しいといえよう。

一方が他方の所得をすべて奪うという極端なケースを排除し、双方が正の資本を保有しあうという Pasinetti 均衡を前提としながら、双方の所得の改善を検討すると、その結果、労働者の限界貯蓄率が資本家の平均貯蓄率よりも小さいときに、負の移転によって、資本家の所得も労働者の所得も改善できるという、パレート改善が可能となることがわかる。すなはち、このときは、労働者はその限界生産力よりも小さい報酬を受け取る方が彼にも有利であり、資本家にもメリットがある。

従って、労働者は Pasinetti 均衡を前提として、その所得を最大化するならば、彼らの交渉力は強すぎてもいけないし、弱すぎてもいけない、ということができる。つまり、最適な水準の交渉力というのが存在するのである。

この論文は次のような構成となっている。次章は基本モデルを提示する。第 3 節と第 4 節は定常状態における移転が、両階級の所得にどのような効果を与えるかを分析し、彼らの最大所得がどのような条件の下で達成されるかを検討する。第 5 節は移転の局所的な効果を分析し、両階級の定常均衡における所得に対して、移転がどのようにして影響を与えるかというメカニズムを検討する。第 6 節はまとめである。

1. 基本モデル

この節では基本モデルを提示する。Pasinetti 均衡を定式化し、その安定条件を求める。経済の生産技術は線形同次のよく知られた生産関数 $Y=F(K,L)$ によって与えられると仮定する。ここで Y,K および L はそれぞれ、生産量、資本、労働である。労働 1 単位当たりの生産量 $y=Y/L$ は労働 1 単位あたりの資本 $k=K/L$ の関数として次のように与えられる。

$$y=f(k), f'>0、f"<0, f'(0)=\infty, f'(\infty)=0. \tag{1}$$

賃金率 w および 利子率 r は、限界生産力原理によって、

$$w=f(k)-f'(k)k \tag{2}$$

$$r=f'(k) \tag{3}$$

で示される。労働者の所得は $Y_w=wL+rK_w+X$ であり、資本家の所得は $Y_c=rK_c-x$ である。ここで K_w, K_c および X は、それぞれ、労働者が所有する資本、資本家が所有する資本、および移転所得である。よって、労働者一人当たりの所得 Y_w/L は

$$y_w=w+rk_w+x \tag{4}$$

となる。ここで k_w は労働者の資本労働比率であり、K_w/L で与えられる。また、 x は労働者一人あたりの移転であり、X/L である。労働者の数で除した資本家の所得は

$$y_c=rk_c-x \tag{5}$$

で与えられ、 k_c は資本家が所有する資本を労働者数で割ったものである。つまり、 K_c/L であり、これを資本家の資本労働比率と呼ぶことにする。なお、ここで明らかなように $y=y_w+y_c$ である。

1.1 貯蓄関数について

従来の 2 階級モデルでは、資本家、労働者は互いに異なった貯蓄率をもつと仮定している。しかし、ここではより一般的な理論とするために、双方ともに

共通の貯蓄関数をもっていると仮定する。

一人当たり貯蓄 s は一人当たり所得 $\tilde{y}$ の関数として

$$s = s(\tilde{y}), 1 > s' > 0, s" > 0 \tag{6}$$

で与えられる。労働者の一人当たりの所得は (4) で与えられているから、彼の一人当たりの貯蓄を s_w とすると

$$s_w = s(y_w) \tag{7}$$

で与えられる。資本家一人当たりの所得は (5) を用いると、$y_c L/N_c$ である。従って、資本家一人当たりの貯蓄を $\tilde{s}_c$ とおくと

$$\tilde{s}_c = s\left(\frac{y_c L}{N_c}\right) \tag{8}$$

で与えられる。

分析を簡単にするために、すべての主要な変数を労働者の数で割って労働者一人当たりの値に変換している。従って、この資本家一人あたりの貯蓄も、労働者一人当たりの値に換算する必要がある。よって、資本家の全貯蓄を労働者の数 L で割った値を s_c とすると、$\tilde{s}_c N_c/L$ であり、これを s_c とおくと

$$s_c = s\left(\frac{y_c L}{N_c}\right)\frac{N_c}{L} \tag{9}$$

となる。ここで、労働者と資本家の人口成長率を共通と仮定して、L/N_c を一定とすると、

$$s\left(\frac{y_c L}{N_c}\right)\frac{N_c}{L} = s_c(y_c) \tag{10}$$

という関数 $s_c(y_c)$ を定義することができる。これを用いて、労働者一人当たりの資本家の貯蓄を

$$s_c = s_c(y_c) \tag{11}$$

とする。このとき、L/N_c は十分に小さく、$s(\cdot)$ は凸関数であるから、$s(\cdot)$ と $s_c(\cdot)$ の関係は図 1 に示したようになる。つまり、$s_c(\cdot)$ は、$s(\cdot)$ を原点を中心として N_c/L 倍に相似拡大したものに等しい[4] なお、労働者の貯蓄関数と資本

4) 一般的に関数 $y = f(x)$ のグラフを原点に対して α 倍に相似拡大したグラフをもつ関数

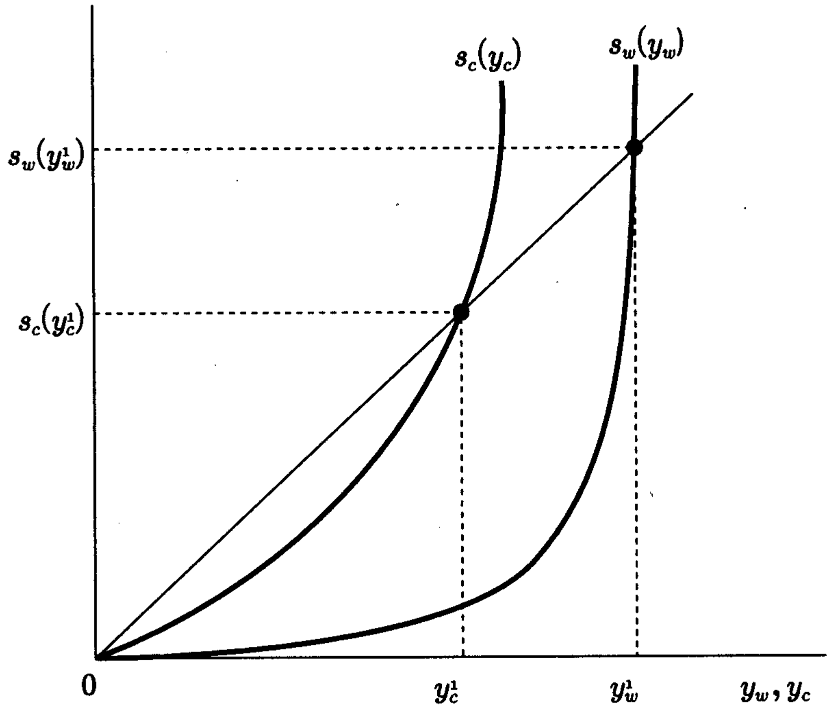

図 1　貯蓄関数　$y_w^1 \dfrac{L}{N_c} = y_c^1$、$s_w^1 \dfrac{N}{n_c} = s_c^1$

家のそれとをノーテーションに関して対称的にするために、前者を $s_w(\cdot)$ とする。つまり、$s(\cdot) = s_w(\cdot)$ とするのである。

資本家、労働者の一人当たり貯蓄関数を同じ関数で定義した。しかし、読者は次のような疑問をもつかもしれない。彼らは所得の構成が異なるのであって、同じではない。資本家は賃金所得を受け取らないが、労働者は受け取っている。だから、双方は異質であるから、貯蓄関数は異なっているべきではないかと。しかし、彼らは本質的には同じであり、彼らの間の違いは所得の大きさにあると考えることにしよう。つまり、資本家は資本からの利子所得が大きいから労働供給をゼロとしているのであり、一方、労働者は利子所得は小さいから、労働を供給していると考えるのである。

利子所得の大小によって労働供給が決まるという仮定だけなら、労働者の一

を $y = g(x)$ とする。$y_1 = f(x_1)$ を満たす x_1, y_1 に関して、$\alpha y_1 = g(\alpha x_1)$ が成立する。よって $y_1 = f(x_1)$ を用いて y_1 を消去すると、$f(x_1) = g(\alpha x_1)/\alpha$ であり、よって、$g(x_1) = \alpha f(x_1/\alpha)$ となる。よって、(11) は、$N_c/L = \alpha$ とおくと、$s_c(y_c) = s(\alpha y_c)/\alpha$ であり、$s_c(\cdot)$ のグラフは $s(\cdot)$ のグラフを原点に関して α 倍したものである。なお、$\alpha < 1$ であるから、視覚的には縮小となる。

人当たり所得が資本家の一人当たり所得よりも大きくても不自然ではない。しかし、後に示すように、Pasinetti 均衡が存在するためには、資本家の平均貯蓄率は労働者の平均の貯蓄率よりも十分に大きくなければならない。従って、このことは、貯蓄関数が凸であるから、資本家の一人当たり所得が労働者の一人当たり所得よりも大きいことを意味している。このことは、

$$\frac{s\left(\frac{Y_c}{N_c}\right)}{\frac{Y_c}{N_c}} > \frac{s\left(\frac{Y_w}{L}\right)}{\frac{Y_w}{L}} \tag{12}$$

であるが、これから (11) を用いて

$$\frac{s_c(y_c)}{y_c} > \frac{s_w(y_w)}{y_w} \tag{13}$$

が簡単に導出される。なお、(13) は、直接的に $y_c > y_w$ を意味するものではなく、両者の一人当たり所得の大小関係は、(12) から、$Y_c/N_c > y_w$、つまり、$y_c L/N_c > y_w$ で示される[5)]。

またこのとき、貯蓄関数は凸であるから、Pasinetti 均衡においては、

$$s'_c > s'_w \tag{14}$$

が成立している。

1.2 体系の運動

n を労働者および資本家共通の人口成長率としよう。するとこの体系の運動は

$$\dot{k}_w = s_w(y_w) - nk_w, \tag{15}$$

$$\dot{k}_c = s_c(y_c) - nk_c \tag{16}$$

で与えられる。定常状態は (15) および (16) より、

$$s_w(y_w) = nk_w, \tag{17}$$

$$s_c(y_c) = nk_c \tag{18}$$

5) $y_c L/N_c = y_w$ のときに双方の一人当たり所得が等しいのである。

で与えられる。

1.2.1.　Pasinetti 均衡の存在について

経済の平均貯蓄率は

$$h\bar{s}_c + (1-h)\bar{s}_w = \frac{nk}{f(k)} \tag{19}$$

によって与えられており、$\bar{s}_c, \bar{s}_w$ はそれぞれ、資本家、労働者の平均貯蓄率である。また、h は資本家への分配率であり、$0 \leq h \leq 1$ を満たす。(5) を (18) に代入して定常均衡利子率

$$r = \frac{n}{\bar{s}_c} + \frac{x}{k_c} \tag{20}$$

を導出することができる。k および h の均衡値は (19) と (20) で与えられる。

$f' < f/k$ であるから $\bar{s}_c > nk/f$ である。従って (19) より Pasinetti 均衡が達成可能であるためには、$\bar{s}_w$ は十分に $\bar{s}_c$ よりも小さくて、$\bar{s}_w < nk/f(k)$ を満たさなければならない。

次に、より一般的に、Pasinetti 均衡を図示してみよう。図 2a,b に Pasinetti 均衡を示したが、図の中の、$s_w{}^{-1}(nk_w)$ および $s_c{}^{-1}(nk_c)$ は、それぞれ、貯蓄関数の逆関数、$y_w = s_w{}^{-1}(nk_w)$、および $y_c = s_c{}^{-1}(nk_c)$ のグラフであり、それらは、それぞれ (7) および (11) で示されている。

$s_w^{-1}(\cdot)$ のグラフは $\dot{k}_w = 0$ を満たす k_w および y_w の集合であり、$s_c^{-1}(\cdot)$ のグラフは $\dot{k}_c = 0$ を満たす k_c および y_c の集合である。もし (20), すなわち, $f'(k) - x/k_c = n/\bar{s}_c$ が、それぞれのグラフの上で成立しているのであれば、それぞれの集合からベクトルを 1 つずつ取り出して合成し、Pasinetti 均衡の資本労働比率を示すベクトル $k, (= k_w + k_c)$ および総生産量を示すベクトル $y, (= y_w + y_c)$ を作ることができる。

$$\begin{bmatrix} y \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_c \\ k_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_w \\ k_w \end{bmatrix} \tag{21}$$

この (21) を平行四辺形で図示し、r つまり、$f'(k)$ を決める (20) 用いると図 2a,b のようになる。この図 2a,b は簡単化のために、$x = 0$ の場合を示してある。

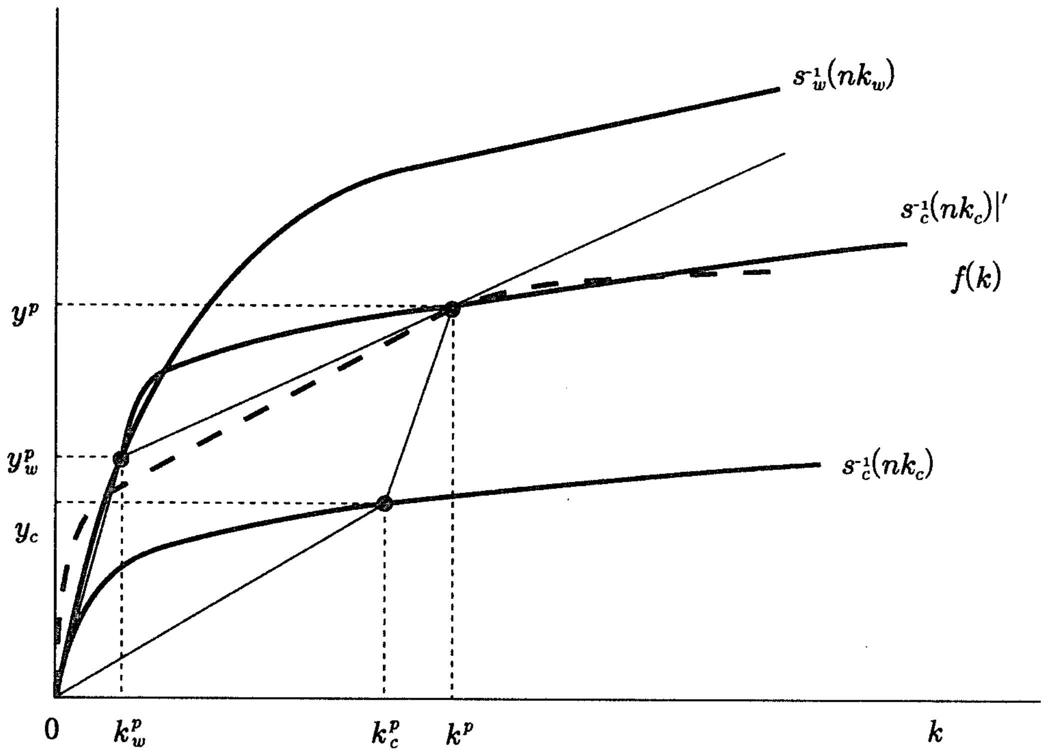

図 2a　Pasinetti 均衡　ケース a

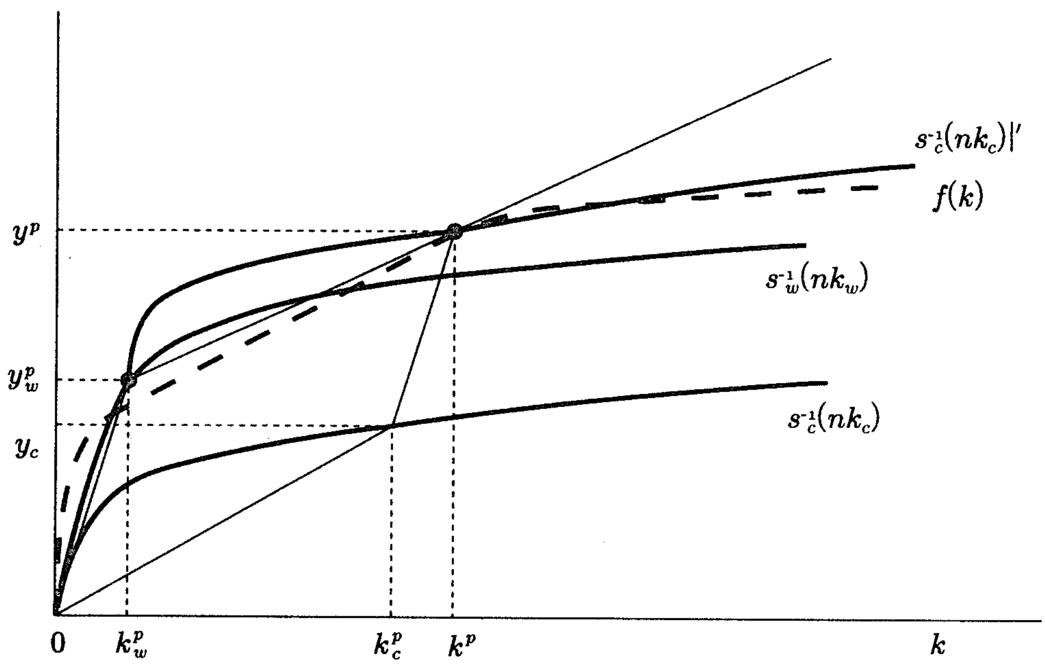

図 2b　Pasinetti 均衡　ケース b

このa,bの違いは労働者の貯蓄逆関数のグラフの違いであり、$s_w^{-1}(nk)$ がケースbでは生産関数 $f(k)$ の下側にもぐりこむ区間が存在するのである。つまり、ある正の k^1, k^2, k^3 があり、それに対して

$k^1 < k < k^2$ および $k^3 < k$ を満たす k について $s_w^{-1}(nk) > f(k)$

それ以外の k については $f(k) > s_w^{-1}(nk)$

が成立する場合である。つまり、労働者の貯蓄率が十分に大きいときである。このとき、$f(k^p) < s_w^{-1}(nk^p)$ がPasinetti均衡において成立している。このケースbでは $f(k^p) > s_w^{-1}(nk^p)$ が成立している。つまり、そのときの均衡資本労働比率 k^p を労働者がすべてを持つとすれば、彼は改善されるのである。このような場合は、線形の貯蓄関数の仮定の下ではあり得なかったことである。つまり、ケースbは資本家の存在は労働者にとって害があるのであり、資本家は労働者にとって必要ではないのである。確かに、Pasinetti均衡においては、$f(k_w^p) < s_w^{-1}(nk_w^p)$ が成立し、このときの資本労働比率を前提とすれば、彼は資本家が存在することによって、彼の保有する資本で生産する以上の所得を得ている。しかし、もし、資本家が存在しないのであれば、長期的には彼の所得はさらに上昇させることができるのである。ケースaでは、資本家がいなければ、短期的にも長期的にも労働者は不利益を被る。線形の貯蓄関数と同様の結果を得ることができる。なお、両者の違いは、労働者の所得の最大化のときに詳しく論じる。

また、図2cには、Passinetti均衡が存在しない場合を図示した。このようにPasinetti均衡が存在するためには、2つの図から明らかなように、労働者の貯蓄逆関数は十分に傾きが大きく、また、資本家の貯蓄逆関数は十分に傾きが小さくなければならない。このことは、線形の貯蓄関数のときに、双方の平均貯蓄率が離れているということと対応している。なお、ケースbは、Pasinetti均衡と資本家が長期的には存在しなくなるという反Pasinetti均衡が並存するケースである。

なお、ここで重要なことは、図2aにおいて、資本家の貯蓄逆関数を平行移

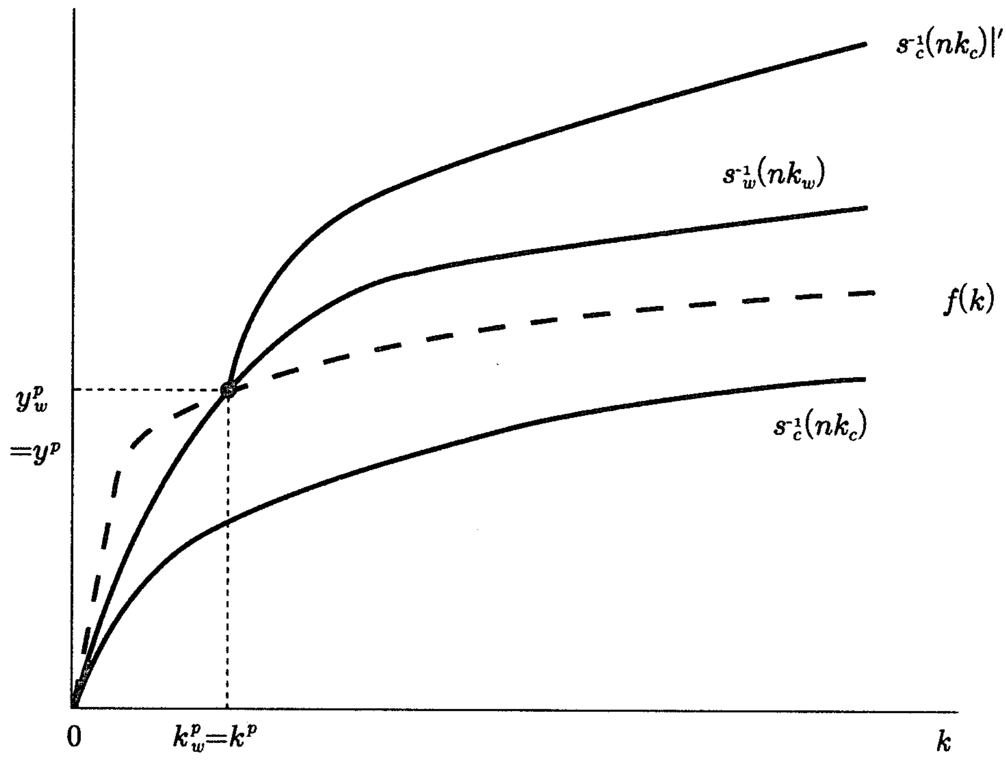

図 2c　Pasinetti 均衡　不存在のケース

動したグラフ $s_c^{-1}(nk_c)\,|'$ は、生産関数と 2 箇所において交わるということである。このことは、後で、労働者の所得の最大化を議論するときに重要となる。

1.2.2.　安定分析

定常均衡の安定条件は (15) と (16) より導出した以下のヤコービ行列の固有根の実部がすべて負となることである。

$$\begin{bmatrix} s'_w \cdot (-k_c f" + r) - n & -s'_w k_c f" \\ s'_c k_c f" & s'_c \cdot (k_c f" + r) - n \end{bmatrix} \tag{22}$$

このことは、(22) 式の行列の trace が負であり、determinant が正であることと同値である。この安定条件は Hamada のモデルでは貯蓄関数が線形であったので満たされている。 しかし、我々のモデルでは、一般的なケースを前提としているので、常には安定条件は満たされない。

ここで、$s'_w r - n = W, s'_c r - n = C$ とおく。すると trace が負であり、determinant が正である条件は、それぞれ、

$$C + W + p(W - C) < 0, \tag{23}$$

$$CW - np(W - C) > 0 \tag{24}$$

となる。ここで $p = -k_c f''/f' > 0$ である。もし、生産関数がコブ・ダグラスであれば $p < 1$ が必ず成立する。ここでは、より一般的なケースを考えて $p > 0$ とする。すると、(23),(24) で示される領域は $p > 1$ と $1 > p > 0$ によって図形的に異なり、図 3a,b で示した通りとなる。

Hamada の線形の貯蓄関数の場合は、$x = 0$ のときは Pasinetti 均衡は必ず安定となった。ただ、線形の場合でも、$x \geq 0$ のときは、安定条件は必ずしも

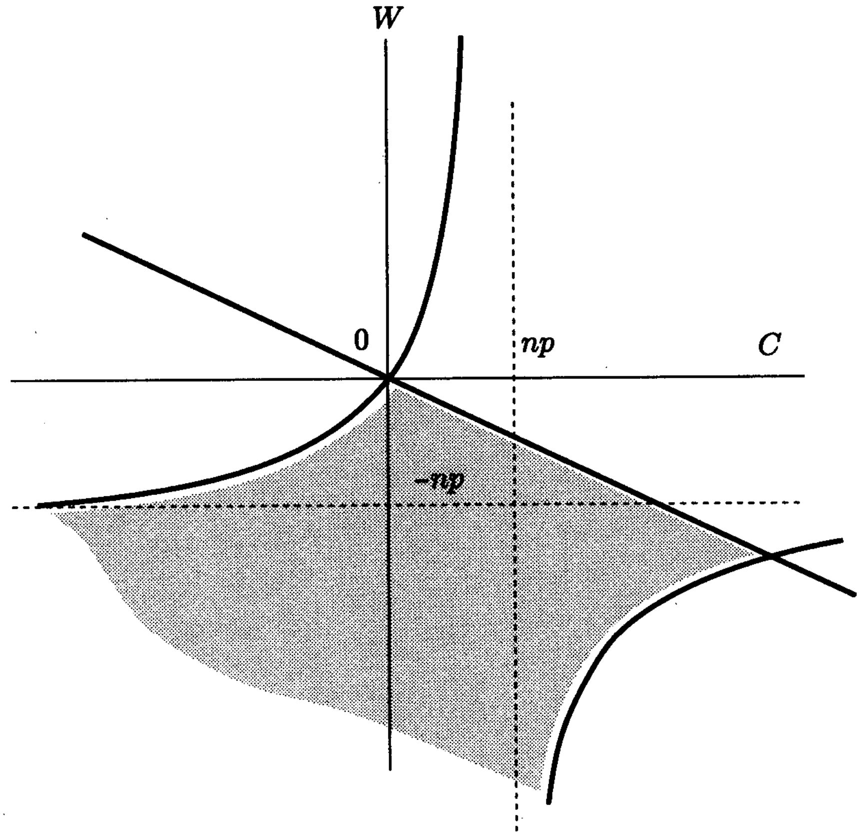

図 3a　安定領域　$c < p < 1$ の場合

保証されない[6)]。

我々の非線形のときは、$x=0$ のときでも、常に安定条件が満たされるものではない。図 3a,b では、安定条件を満たす領域があることを示しているのであって、この安定条件が常に満たされているということを意味するものではない。単に、注目しようとする均衡が必ずしも不安定ではなく、意味のない均衡であるとして排除されることはない、というために用いようとするのである。

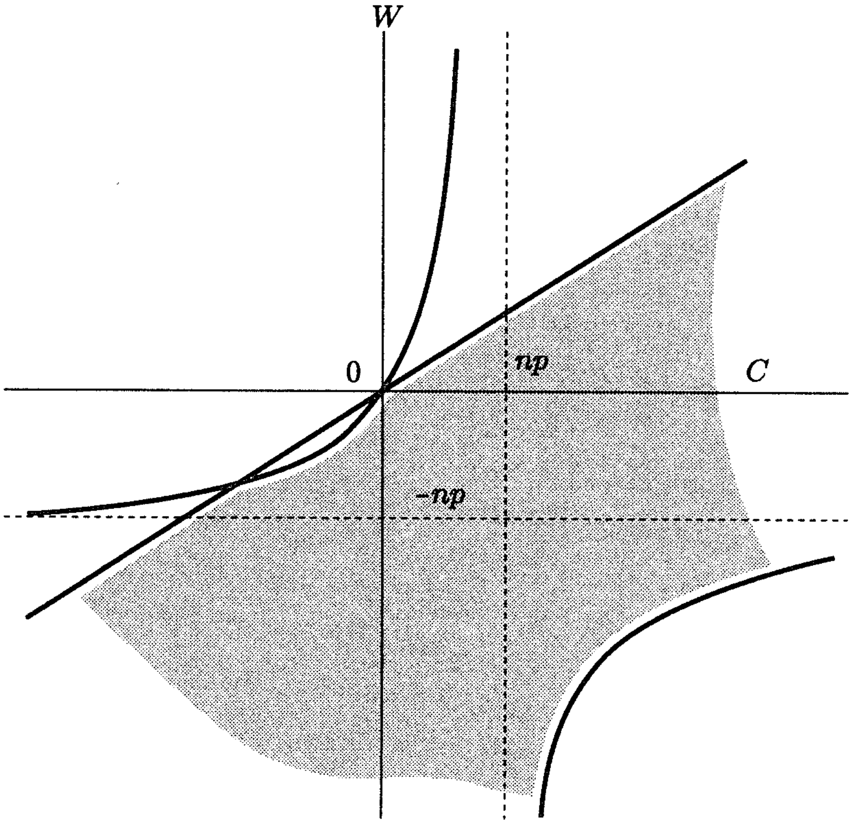

図 3b　安定領域　$1<p$ の場合

6)　このとき、(22) の行列を M とすると

$$tr\ M = \frac{s'_w + s'_c}{k_c}x + \frac{(s'_w - s'_c)n}{s'_c}$$

$$det\ M = x^2 \frac{s'_c s'_w}{k_c} + k_c f"(s'_w - s'_c)$$

となり、$x \leq 0$ なら trace は負、determinant は正となり、安定条件を満たす。

また、$s'_c r - n = \frac{n}{s'_c}(s'_c - \bar{s}_c) > 0$ が貯蓄関数の凸性から得られる。これは

$$C > 0 \tag{25}$$

を意味する。また、(14) より、$s'_c > s'_w$ であるから、これは

$$C > W \tag{26}$$

を示す。このように安定条件から導かれる領域は図 3a,b で示されているが、さらに、この領域を限定する条件が存在することに注意しておこう。

2. 労働者の所得に対する移転の効果

労働者の定常均衡所得に対する移転の効果を分析する。(4)、(5) を考慮しつつ、(17) および (18) を x で微分して

$$\begin{bmatrix} s'_w \cdot (-k_c f" + r) - n & -s'_w k_c f" \\ s'_c k_c f" & s'_c \cdot (k_c f" + r) - n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dk_w}{dx} \\ \frac{dk_c}{dx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s'_w \\ s'_c \end{bmatrix} \tag{27}$$

を得る。これを dk_w/dx に関して解いて

$$\frac{dk_w}{dx} = \frac{-s'_w \cdot (s'_c r - n)}{D} \tag{28}$$

を得る。ここで D は (22) 式で示された行列の行列式の値である。そしてこの値は安定条件から正である。

(17) 式より、

$$\frac{dy_w}{dx} = \frac{n}{s'_w}\frac{dk_w}{dx} \tag{29}$$

を得る。(28) および (20) を (29) に代入することによって

$$\frac{dy_w}{dx} = \frac{ns'_c}{D} \cdot (\frac{n}{s'_c} - \frac{n}{\bar{s}_c} - \frac{x}{k_c}) \tag{30}$$

を得る。資本家の貯蓄関数 $s_c(\cdot)$ は凸であるから、つまり、$s'_c > \bar{s}_c$ であるから

$$x = 0 \quad のとき \quad \frac{dy_w}{dx} < 0 \tag{31}$$

が成立する。

このことは、資本家から労働者への負の所得移転が労働者の所得を上昇させることにおいて効果的であるということを示している。$s_c(\cdot)$ が凸であるとい

う事実が、この Pasinetti 定常均衡の安定条件および存在条件と両立するかを検討する必要がある。貯蓄関数が凸であるときにも、存在条件である $\bar{s}_c > \bar{s}_w$ は可能であり、また、先に図 3a,b で示したように、存在条件も安定条件を破らないことが確認される。

Hamada の場合では、線形の貯蓄関数を仮定しているので s_c' は $\bar{s}_c$ と常に等しい。すると y_w の最大は $x=0$ によって達成される。何故なら $x>0$ $(x<0)$ のときは $dy_w/dx<0, (>0)$ が (30) より成立するからである。このことより Hamada の逆説的な結果の原因は、資本家の貯蓄率が一定であったことに求められる、ということができよう[7]。

2.1　労働者の所得の最大化

次に y_w を x に関して極大化することを検討する。

(28) および (29) より、労働者の所得 y_w の極大は $s_c'r-n=0$ で達成される。この条件は $s_c'^{-1}(nk)$ の接線の傾きが生産関数 $f(k)$ のそれと等しい、ということと同値である。

y_w の極大は図 4a,b によって示されている。これは Pasinetti 均衡の図 2 の a,b に対応しており、それぞれ、ケース a、ケース b に対応している。$s_c^{-1}(nk_c)\,|'$ は $s_c^{-1}(nk_c)$ のグラフを平行移動させたものであるが、y_w の極大は $s_c^{-1}(nk_c)\,|'$ が生産関数と接したときに得られる。つまり、$s_c^{-1}(nk_c)\,|'$ のグラフを $s_w^{-1}(nk_c)$ の上を滑らせて生産関数 $f(\cdot)$ に接するところまで移動したときに、y_w の極大が得られることが図より明らかである。

図 4a,b は共に $r=n/s_c'$ が成立する均衡を示している。このとき、極大のための 2 階の条件は、

$$\frac{d^2y_w}{dx^2}=\frac{n^2s_c'}{D^2}\left(\frac{n^2s_c''}{(s_c')^3}+f''\right)(s_c'-s_w') \tag{32}$$

である。ここで符号が確定してないのは、右辺第一 $(\cdot)$ 内である。これが負で

7)　我々のモデルでは双方ともに凸の貯蓄関数を仮定しているのであるが、双方がまったく別の貯蓄関数をもつという仮定の下では、Hamada の結論は、資本家の貯蓄関数の形状が重要な役割を果たすことになるのである。

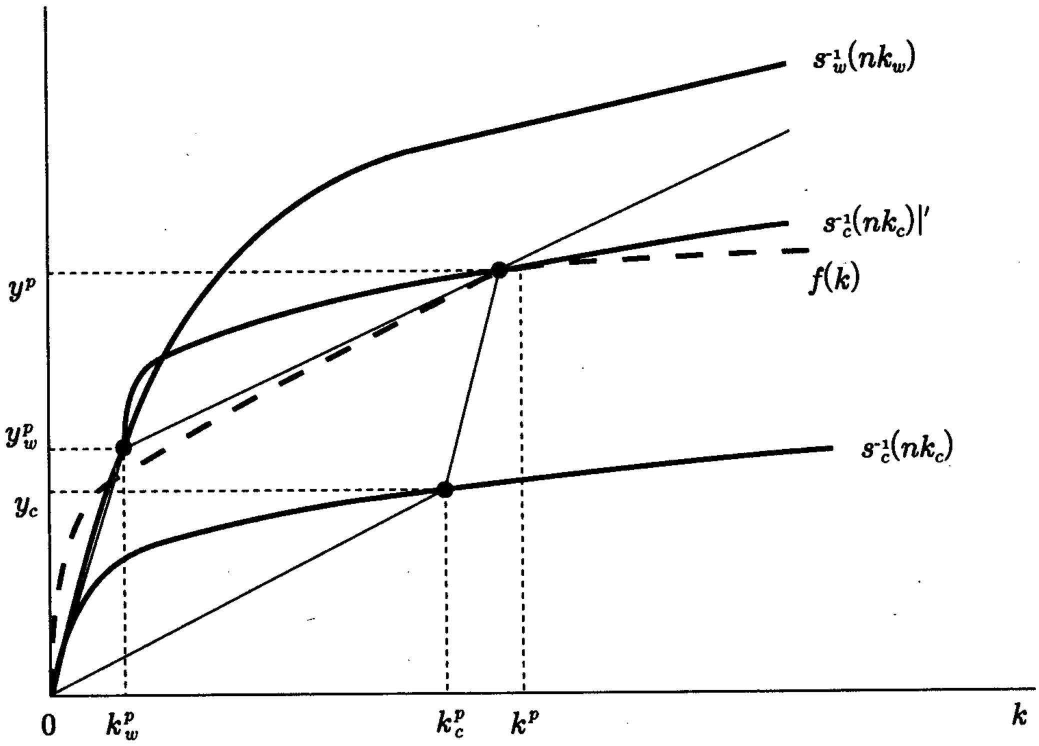

図 4a　y_w の極大　ケース a

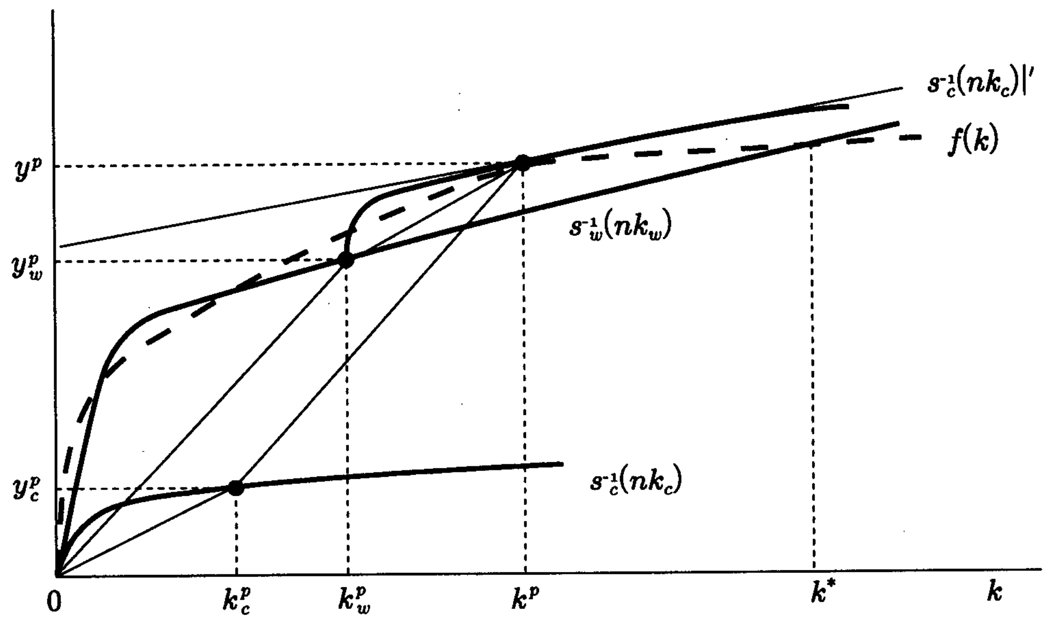

図 4b　y_w の極大　ケース b

あれば、極大のための 2 階の条件は満たされる。これは、s_c^{-1} のグラフが $f(k)$ のグラフよりも小さく湾曲していなければならないことを示す。生産関数が Inada 条件を満たすとき、十分に大きな k においては $f' < \dfrac{d}{dk}s_c^{-1}(nk)$ であり、また、$x=0$ においては、

$$f' = \frac{n}{\bar{s}_c} > \frac{n}{s'_c} = \frac{d}{dk}s_c^{-1}(nk) \tag{33}$$

が成立しているのであるから、$f' = \dfrac{d}{dk}s_c^{-1}(nk)$ を満たす x においては

$$f" < \frac{n^2 s''_c}{(s'_c)^3} \tag{34}$$

が成立する。また、資本家は労働者よりも裕福であるという仮定から $s'_c - s'_w > 0$ が成立するので (32) の値は負となり、2 階の条件は満たされる。

この y_w が極大化されたとき、$C=0$ となっており、図 3a,b に示したように、安定条件を破ることはない。

しかし、ケース b においては、図 4b で示したように、極大の 1 階の条件が満たされても、そこは、最大ではない場合がある。最大はすべての資本を労働者が取ってしまう場合に実現され、そのときの均衡はサフィックスの*で示されている。

この図 4b で示された場合が生じ得るのは、$s_w^{-1}(\cdot)$ が生産関数 $f(k)$ の下に入り込む Pasintti 均衡の b のケースである。このとき、$s'_c r = n$、つまり、y_w が極大化されているときにも、$s_w^{-1}(nk^p) > f(k^p)$ が成立する。つまり、資本家がいなければ、その同じ資本労働比率 k_w^p において労働者はより多くの所得を獲得することができるのである。労働者は資本家の存在のために不利益を被っているのである。なお、ケース b であっても、$s_w^{-1}(nk^p) < f(k^p)$ となる場合は可能である。ケース b について確実に言えることは、すべての資本を労働者が獲得することによって長期的に彼らは改善されるということである。

貯蓄関数が線形の場合、Pasinetti 均衡が実現するときは、資本家の存在は労働者に対して必ず利益をもたらした。しかし、貯蓄関数が凸の場合は、$x<0$ において資本家の存在は労働者に対して不利益となる場合が存在する。

まず、ケース a については次のようにいうことができるであろう。現実社会

の所得分配は、大なり小なり、労働者、資本家間の賃金交渉によって決定される。資本家の貯蓄関数 $s_c(\cdot)$ が凸であるときには、労働者は自らの所得を最大化するためには、資本家の存在を所与とする限り、限界生産力で決まる所得よりも少ない所得を受け取るべきである。しかし、労働者にとっては、x の最適なレベルが存在するのであるから、労働者の交渉力は弱すぎてはいけない[8)]。ケース b についても、資本家を放逐することによって労働者は長期的に改善されるのであるが、これが何らかの理由によって不可能であるという前提の下においては、上述のケース a と同じ解釈を引き出すことができる。

3. 資本家の所得に対する移転の効果

この節では資本家の所得に対する移転の効果を分析し、移転後 (すなわち課税・補助金後) の所得, y_c は負の移転によって上昇することを示す。(27) を dk_c/dx に関して解いて

$$\frac{dk_c}{dx} = \frac{s'_c \cdot (s'_w r - n)}{D} \tag{35}$$

を得る。(18) より

$$\frac{dy_c}{dx} = \frac{n}{s'_c}\frac{dk_c}{dx} \tag{36}$$

となり、(20), (35) および (36) より

$$\frac{dy_c}{dx} = \frac{ns'_w}{D} \cdot (\frac{n}{\bar{s}_c} - \frac{n}{s'_w} + \frac{x}{k_c}) \tag{37}$$

を得る。Hamada のモデルにおいては正の移転は必ず資本家の所得を減少させるという結果になった。彼の仮定は、$\bar{s}_c > \bar{s}_w = s'_w$ であった。従って $x = 0$ のとき $dy_c/dx < 0$ が必ず成立する。従って、負の移転によって、資本家の所得を上昇させることができる。しかし、もし、非線形の貯蓄関数を前提とするならば、$\bar{s}_c$ と s'_w の大小関係は確定せず、従って、$x = 0$ における dy_c/dx の符号は確定しない。以下に場合分けして検討する。

8) 労働者の交渉力の強弱は x の正負を意味する。団体交渉において労働者資本家間の分配率が決定されると考えるのが、現代の資本主義社会においては一般的といえるであろう。団体交渉によって決定された現実の賃金率が、労働の限界生産力からプラスの方向に離れていればいるほど、労働者の交渉力が強いということが言える。

ケース　1)　$x=0$ において $\bar{s}_c > s'_w$ のとき

これは $s'_w r - n > 0$ の場合であり、つまり、$r < n/s'_w$ の場合である。このとき、図形的には、$s_w^{-1}(nk)$ のグラフの Pasinetti 均衡における接線の傾きは生産関数の均衡点における接線の傾きよりも大きい。この場合、$dy_w/dx < 0$ となる。よって、x をマイナスとすることによって y_w を増加させることができる。もし、極大が内点で実現するのであれば、そのときは $x < 0$ である。

労働者から資本家への移転によって、資本家の所得が向上するのであり、この場合、限界原理によって決まる所得以下の所得を労働者に分配するときに資本家は利得を得、労働者は損失を被る。よって、資本家は、交渉力が強ければ彼らの利益になる。これまでの Pasinetti 均衡の図 2a,b はすべてこの場合を示している。

ケース　2)　$x=0$ において $\bar{s}_c < s'_w$ のとき

先の場合とは逆に、これは $s'_w r - n < 0$ の場合であり、つまり、$r > n/s'_w$ の場合である。このとき、図形的には、$s_w^{-1}(nk)$ のグラフの Pasinetti 均衡における接線の傾きは生産関数の均衡点における接線の傾きよりも小さい。この場合、$dy_w/dx > 0$ となる。よって、x を上昇させることによって y_w を増加させることができる。もし、極大が内点で実現するのであれば、そのときは $x > 0$ である。資本家から労働者への移転によって、資本家の所得が向上するのであり、この場合、限界原理によって決まる所得以上の所得を労働者に分配するときに資本家は利得を得、労働者は損失を被る。よって、資本家は、交渉力が弱いほうが彼らの利益になる。このケースの Pasinetti 均衡は図 5 で示されている。

3.1　資本家の所得の最大化

次に、資本家の所得 y_c の x に関する極大について検討する。(35) および (36) より資本家の所得の極大は、$s'_w r - n = 0$ が成立したときに達成されるように見える。これは、図形的に図 6 で示されており、関数 $s_w^{-1}(nk_w)\,|'$ のグラ

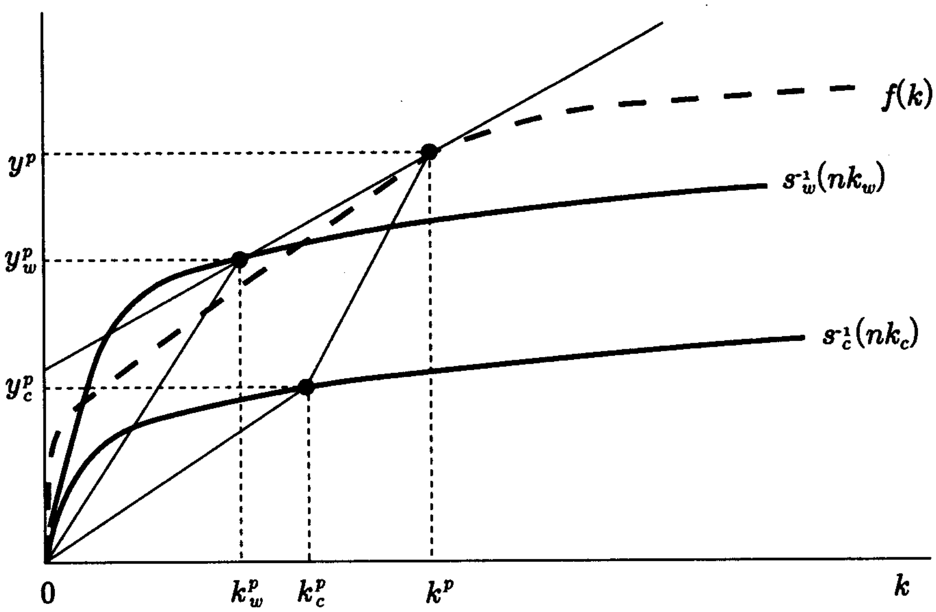

図 5　ケース 2 の Pasinetti 均衡 $(r > n/s'_w)$

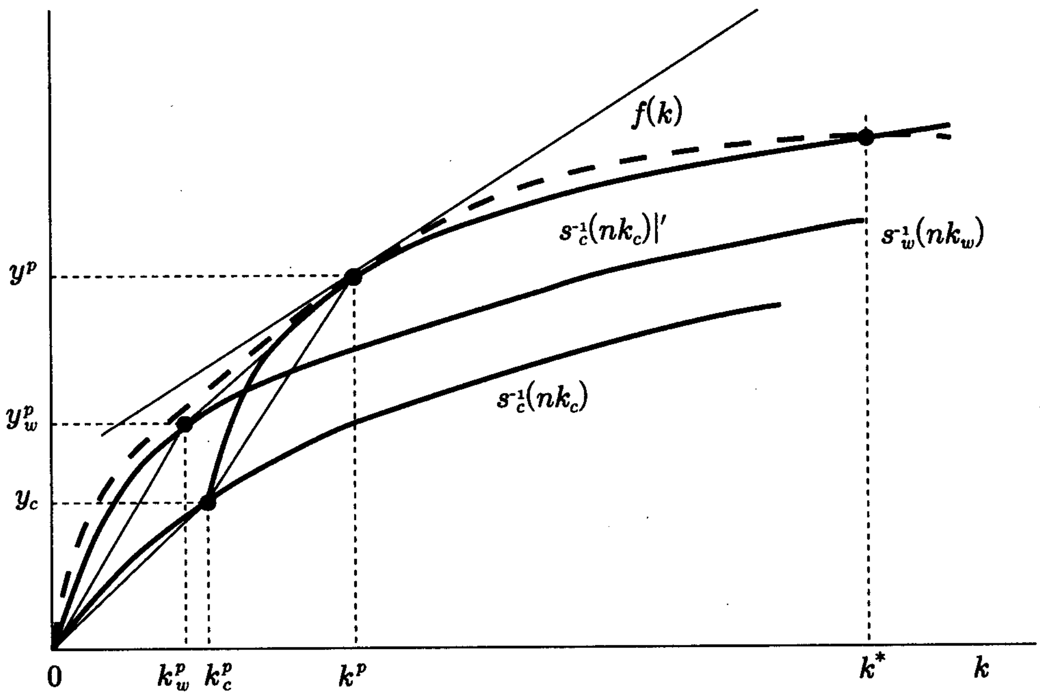

図 6　y_c **の極大　ケース 2**

フがちょうど生産関数と接する点でこの関係は実現している。しかし、ここで検討が必要である。果たしてこの点は極大のための 2 階の条件が満たされているのか、また、安定条件は満たされているのか、ということである。

まず、図 3a,b で安定条件を満たす領域が図示されているが、この $s'_w r - n = 0$ は、$W = 0$ に対応しており、$p < 1$ の場合には安定条件を満たしていない。しかし、$p > 1$ を仮定したら、これは安定条件を満たす領域が存在する。暫く、これを仮定して議論を進めよう。

このとき、安定条件より、$C > 0$ でなければならない。というのは、$W = 0$ のとき、つまり、$r = n/s'_w$ のときには、$dy_w/dk_w = -(s'_w/D)(s'_c r - n) = -(n/D)(s'_c - s'_w) < 0$ が成立し、$s'_c r - n = C > 0$ が導出される。何故ならば、(14) で示したように、資本家の所得は労働者の所得よりも大きいと仮定されており、これと貯蓄関数の凸性から $s'_c - s'_w > 0$ が出る。$W = 0, C > 0$ は図 3a で示された安定な領域にあり、よって、安定条件を破ることはない。

次に、極大のための 2 階の条件を検討する。

$$\frac{d^2 y_c}{dx^2} = \frac{s'_c}{D}\left(s_w{}'' r \frac{n}{s'_w} + s'_w f''\right)\frac{dk_w}{dx} = -\frac{n s'_c}{D^2}\left(\frac{n^2 s_w{}''}{(s'_w)^3} + f''\right)(s'_c - s'_w) \quad (38)$$

となる。この導出過程において、$s'_w r - n = 0$ を用いた。

ここで、図 6 で示されたように、生産関数 $f(k)$ と貯蓄関数 $s_w^{-1}(nk_w)$ のグラフ $s_w^{-1}(nk_w)\,|'$ が接するときは、後者の 2 次微分は

$$\frac{d^2 s_w^{-1}(nk_w)}{dk_w^2} = -\frac{n^2 s_w{}''}{(s'_w)^3} \quad (39)$$

であり、生産関数の 2 次微分は f'' である。生産関数の曲率が小さい場合が図示されているのであるから、

$$-\frac{n^2 s_w{}''}{(s'_w)^3} - f'' < 0 \quad (40)$$

が成立する。これを (38) に代入すると、$D > 0$ を考慮することによって、$\frac{d^2 y_c}{dx^2} < 0$ が導出される。従って、図 6 で示された場合には 2 階の条件を満たす。ここで重要なことは、これは極大であり、最大ではないということである。$x < 0$ によって資本家の所得は上昇することを示したが、最大はどこで実現されるかというと、図 7 で示されたように、すべての所得を資本家が奪う場合で

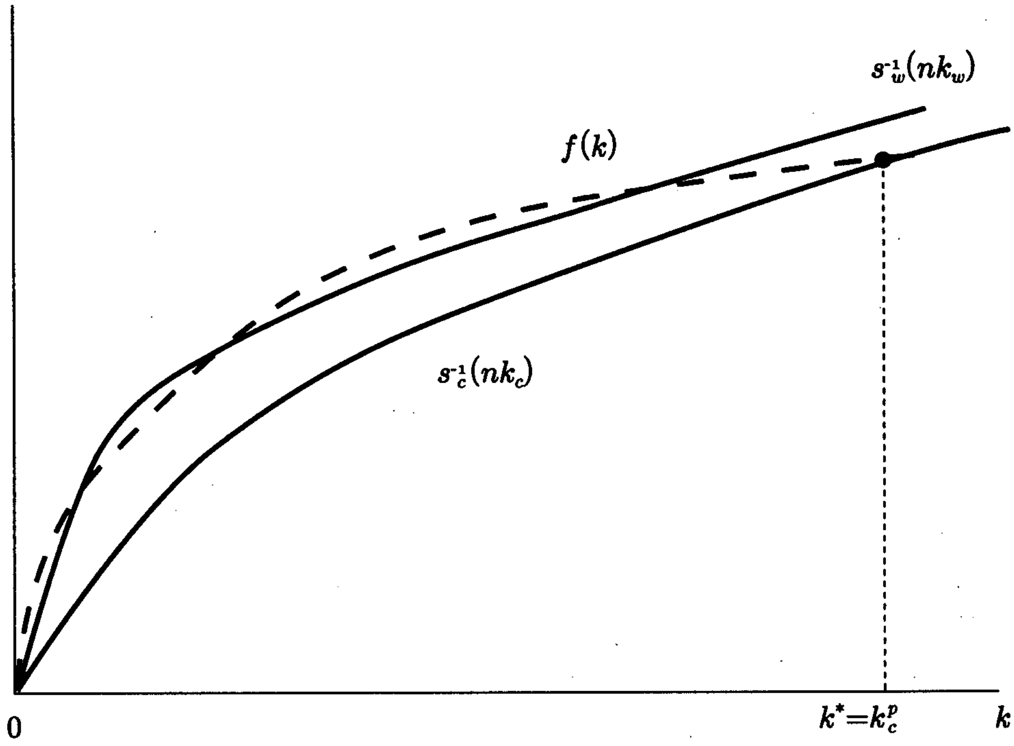

図 7　y_c の最大　ケース b

ある。このときの均衡資本労働比率を*のサフィックスで示してある。

労働者が資本を何も保有せず、また、賃金所得もすべて取り上げて資本家に移転するときに、資本家の所得の最大は実現するのである。これは、$k_w \leq 0$ という制約から来る x の端点解である。

資本家の所得の最大化のためには、資本家の交渉力が十分に強く、労働者の所得をゼロとしてしまうほど強いときに、資本家の所得の最大化が実現することを意味する。もし、それが不可能であり、労働者を完全に搾取できないのであれば、資本家はどの程度の交渉力を持つべきかは、ケース 1、およびケース 2 のそれぞれの場合によって異なるのである。ケース 1 の場合は、資本家は交渉力が強いほうが彼らのために望ましく、ケース 2 の場合は、弱いほうが望ましい。

4. 局所的分析

この節では移転量 x の微少な変化がもたらす効果を分析する。このことに

よって、移転が両階級の所得に影響を与えるメカニズムを知ることができる。ここで微小な変数を示すのに Δ を導入する。すると、各変数の定義から、

$$\begin{pmatrix}\Delta k\\ \Delta y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\Delta k_w\\ \Delta y_w\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\Delta k_c\\ \Delta y_c\end{pmatrix} \tag{41}$$

が成立する。ここで、$\Delta y=(n/\bar{s}_c)\Delta k$、$\Delta y_w=(n/s'_w)\Delta k_w$ および $\Delta y_c=(n/s'_c)\Delta k_c$ であるので、

$$\begin{pmatrix}1\\ n/\bar{s}_c\end{pmatrix}\Delta k=\begin{pmatrix}1\\ n/s'_w\end{pmatrix}\Delta k_w+\begin{pmatrix}1\\ n/s'_c\end{pmatrix}\Delta k_c \tag{42}$$

となる。資本家は労働者よりも一人当たり所得が大きいという条件から、$s'_c>s'_w$ であり、経済全体の資本労働比率に対する移転の効果は (28) および (35) より

$$\frac{dk}{dx}=\frac{-n(s'_c-s'_w)}{D}<0 \tag{43}$$

で表現される。なお、$D>0$ は安定条件より明らかである。よって、$x>0$ の移転によって、資本労働比率は減少し、$\Delta k<0$ となる。このショックが Δk_w および Δk_c にどのように配分されるかを考えよう。

以下おいて、まず貯蓄関数が線形である Hamada のケースを比較対象として分析し、その後、我々の仮定した凸の貯蓄関数について分析を進める。

4.1 貯蓄関数が線形である Hamada のとき

(43) より移転は資本労働比率を低下させ、経済全体の生産量を減少させる。微少な移転によって $k,(=k_w+k_c)$ および $y,(=y_w+y_c)$ が減少すると、それは資本家の変数である k_c および y_c の減少によってのみ、吸収される。これは (17),(18) より、$x=0$ のときは、$s'_w<s'_c=r$ より

$$\frac{dy}{dk}=\frac{dy_c}{dk_c}<\frac{dy_w}{dk_w} \tag{44}$$

となることを見ることによっても理解できる。

さらに、このことを図で説明しよう。

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{pmatrix}1\\ \mathrm{n}/\bar{\mathrm{s}}_c\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{w}}=\begin{pmatrix}1\\ \mathrm{n}/\mathrm{s}'_w\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{c}}=\begin{pmatrix}1\\ \mathrm{n}/\mathrm{s}'_c\end{pmatrix} \tag{45}$$

とすると[9]、$\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{c}}$ であるから、(42) を図示すると図 8 のようになる。つま

9) それぞれのベクトルの傾きは、$dy/dk, dy_w/dk_w$ および dy_c/dk_c で示されている。

り、$\Delta k<0$ のショックは全く $\Delta k_c<0$ によって吸収され、$\Delta k=\Delta k_c$ となる。このようにして、移転政策は労働者の所得向上には無益であるという結果を導出したのである。つまり、$x=0$ において、労働者の所得は極値を実現しているのである。また、それは極大であることが容易に証明される。

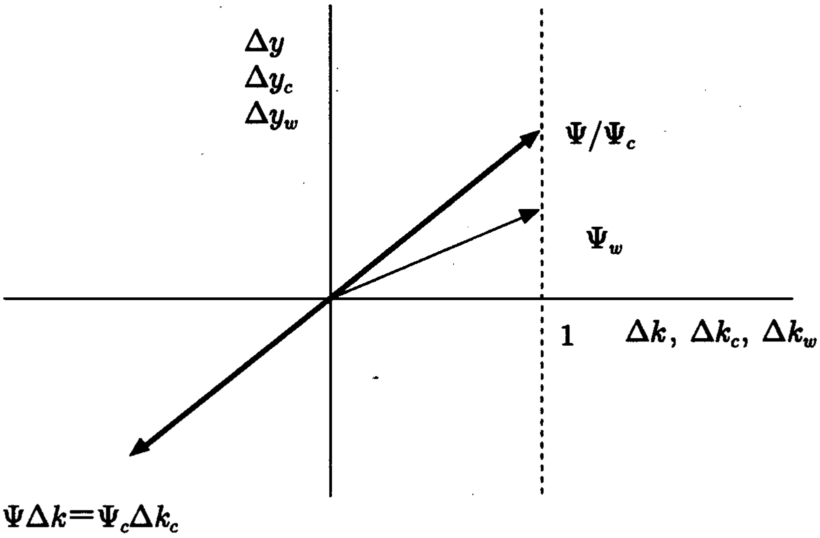

図 8　線形の貯蓄関数の場合　$\Delta k_c<0,\ \Delta k_w=0$

4.2　貯蓄関数が凸の場合

$s_c(\cdot)$ が凸であるときには $s_c'>\bar{s}_c$ が成立し、また、$s_c'>s_w'$ が資本家の一人当たり所得が労働者のそれよりも大きくなければならないという条件から成立する。従って、2 つの場合が考えられる。なお、このケース 1，2 は先の第 4 節のケース 1，2 に対応する。つまり、全く同じである。

ケース　1）　$s_c'>\bar{s}_c>s_w'$ のとき

このときは、

$$\frac{dy_c}{dk_c}>\frac{dy}{dk}>\frac{dy_w}{dk_w} \tag{46}$$

が成立する。$\Delta k<0$ のショックは図 9a で示したように、$\Delta k_w<0$ および $\Delta k_c<0$ によって吸収される。

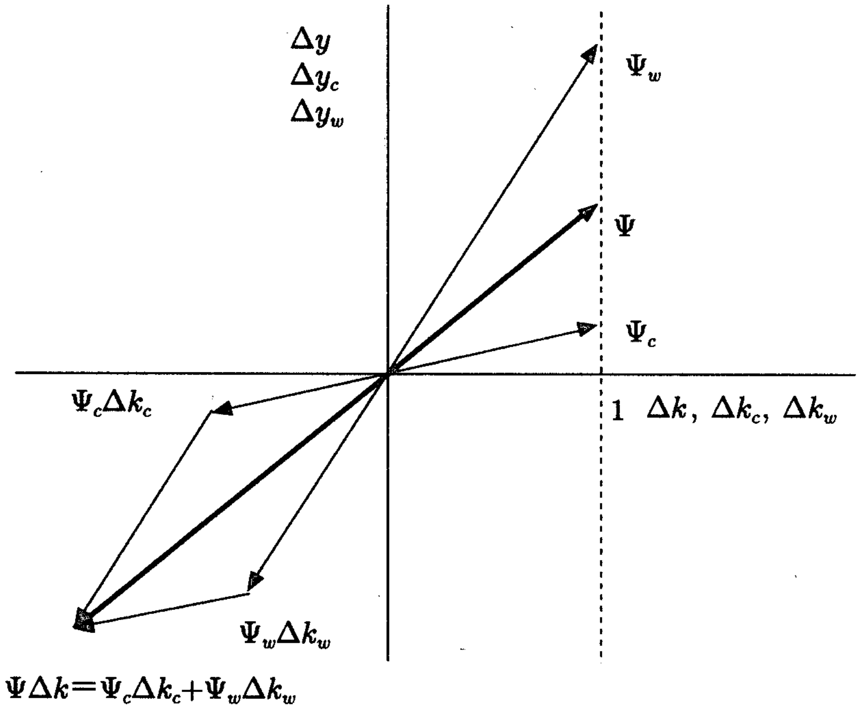

図 9a　ケース 1　$\Delta k_c < 0,\ \Delta k_w < 0$

ケース　2）　$s'_c > s'_w > \bar{s}_c$ のとき

$$\frac{dy_c}{dk_c} > \frac{dy_w}{dk_w} > \frac{dy}{dk} \tag{47}$$

が成立する。このときは、(47) より明らかに $\Delta k < 0$ のショックは $\Delta k_c > 0$ と $\Delta k_w < 0$ によって吸収される。これを図示したのが、図 9b である。

微少な移転のそれぞれの階級の所得に対する効果の方向は s'_c, s'_w および $\bar{s}_c$ の相対的大小関係によって決定されるのである。

5.　結論

以上に分析した貯蓄関数が凸の場合には、様々な長期均衡のパターンがあり、Pasinetti 均衡と反 Pasinetti 均衡が並存する場合がでてくる。このときをケース b で示した。このケース b の中にも、資本家の平均貯蓄率と労働者の限界貯蓄率の大小関係でケース 1 とケース 2 に分かれた。それぞれによって、移転の効果が分かれた。

ケース b においては、労働者にとっては、Pasinetti 均衡よりも反 Pasinetti

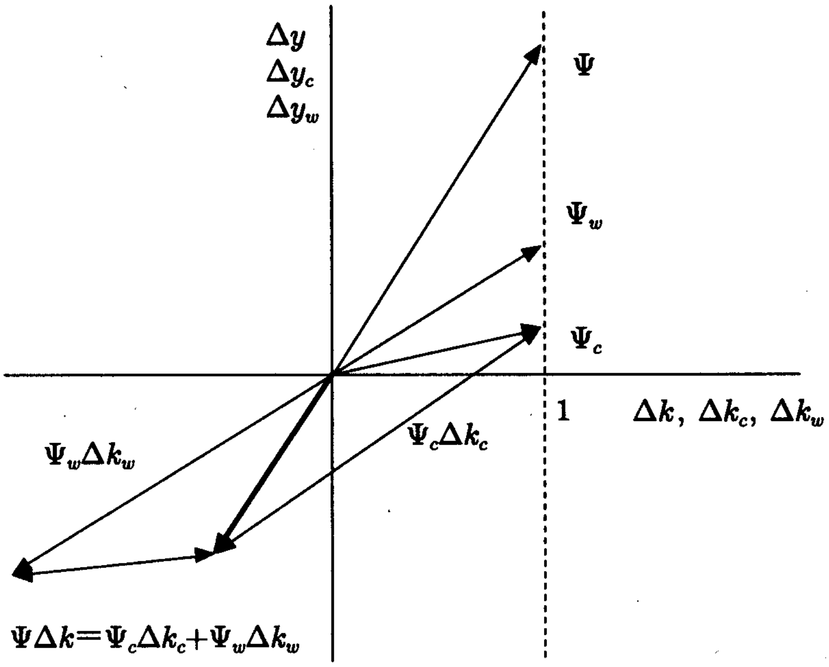

図 9b　ケース 2　$\Delta k_c > 0,\ \Delta k_w < 0$

均衡が望ましい。また、ケース 1，2 によって導出される結果の違いは、資本家の所得が正の移転で改善されるか、負の移転で改善されるかである。

つまり、貯蓄関数を両階級に本質的に共通とし、これを凸とすることによって我々が導出し得た新しい結果は、ケース b においては、資本家の存在は労働者のためには、有益ではないということである。

これらの議論は定常状態をのみ考えているのであって、そこに到達する経路は考えていない。この経路上での所得をも考慮した目的関数を考えると、資本家を駆逐する選択は、労働者にとっては最適政策ではないという結果が得られるかもしれない。

この論文で分析された移転は社会保障であっても、労資間の団体交渉であってもよいのであり、移転として得た補助金が受領者側によって消費されても、また、生産活動のために投資されるかも知れない。その使途は、貯蓄関数によって決められる。もし、補助金が労働効率を向上させるような教育のために投資されたのであれば、この移転の効果は全く異なったものとなるであろう。Kawano [5] はこの種の移転の効果について研究した。その結果、この種の労

働効率を高めるために移転が用いられたときには労働者の所得に与える効果は様々な場合があることが示されている。

参考文献

[1] Atkinson A.B., "The Economics of Inequality", Oxford University Press, 1975.

[2] Baranzimi M., "Can Life-Cycle Theory Help in Explaning Income Distribution and Capital Accumulation", by M.Baranzimi , Advances in Economic Theory Basil, Blackwell, Oxford, 1982.

[3] Hamada K., "On the Optimal Transfer and the Incomes Distribution in the Growing Economy", *Review of Economic Studies,* 34,1967, pp.295-299, 1967.

[4] Hu S.C., "On Optimal Capital Accumulation in a Two Class Model of Economic Growth", *Metroeconomica* 25, pp.229-249, 1973.

[5] Kawano M., "On the Effect of the Transfer for Education in Growth Models", Discussion Paper 88-2, Teikyo University of Technology, 1988.

[6] Kawano, M., "Income Transfer in a Two-Class Model", *Metroecoomica* 39, pp.299-315 ,1988.

[7] Pasinetti L.L., "Rate of Profit and Income Distribution in relation to the Rate of Economic Growth", *Review of Economic Studies,* 29, pp.267-279, 1962.

[8] Samuelson P.A. Modigliani, F., "The Pasinetti Paradox in Neo Classical and More General Models", *Review of Economic Studies,* 33, pp.269-301, 1966.

[9] Sato K., "The Neoclassical Theorem and Distribution of Income and Wealth", *Revew of Economic Studies,* 33, pp.331-335, 1966.