単純なマクロ計量モデルの内在的な動学特性の計測

根　岸　　　紳

I　はじめに

推定ずみ構造型モデルの最も興味深い応用例のひとつは，モデルの内在的な動学的性質に関するものである．内在的な動学的性質は景気循環や成長トレンドの計量経済的研究で重要な役割を果たしてきている[1]．ゴールドバーガー〔3〕はクライン=ゴールドバーガー・モデルの動学的性質を調べ，森口・土志田・中沢〔5〕は「新中期マクロ・モデル」の動学的性質を調べている．「新中期マクロ・モデル」は昭和29年下期から昭和40年下期までの半年次モデルで，中規模(28本の構造方程式と30本の定義式・均衡式)であるといわれている．計測の結果，周期4年前後のいわゆる「在庫循環」をあらわすような波はなく，周期10年の設備投資の波を見いだしている[2]．

本稿において，われわれはタイプの異なる補完的なふたつの超小型マクロ・モデルを設定する．短期的な動きと長期的な動きをみるため，1つはケインズ型の国民所得決定モデルであり，もう1つは新古典派経済成長モデルである．観測対象は昭和40年代初期から50年代中期にかけての日本経済であり，高度成長後期ならびにそれ以後の日本経済に内在する景気循環や成長トレンドをさぐろうとするのが本稿の目的である[3]．

1）動学モデル一般に関する最近の研究の代表的なものに G. C. Chow〔1〕がある．
2）この分析例のコンパクトな紹介が森口〔6〕pp. 309—13 で行われている．
3）計測のとき，推定の部分はすべて STEPS を利用した．なお推定結果のなかで，(　) 内の数値は t 値，R^2 は自由度修正済決定係数，DW はダービン・ワトソン比である．

II　動学モデルの内在的特性

動学的な構造型モデルを次のように定式化しよう.

$$\Gamma y_t = \Pi y_{t-1} + \Phi x_t + u_t \qquad (2\text{-}1)$$

y_t は n 個の内生変数からなる $n\times1$ ベクトル, y_{t-1} はその一期前のラグつき内生変数ベクトル, x_t は m 個の外生変数(定数項ならびにラグつき外生変数も含む)からなる $m\times1$ ベクトルであり, Γ, Π は $n\times n$, Φ は $n\times m$ の係数行列で, u_t は $n\times1$ の攪乱ベクトルである. この攪乱が生ずる原因は, 先決変数 (y_{t-1} と x_t) を所与としたとき, 内生変数 (y_t) が構造型モデルを正確に満たさないことにあると考えられている. したがって, 先決変数は攪乱部分とは無関係である.

さて, この攪乱ベクトルについて通常次のような仮定が設定される.

〈仮定 1〉

$E(u_t)=0$　for all t

$$E(u_t u'_{t'}) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad t \neq t' \\ \Delta & \text{if} \quad t = t \end{cases} \quad \text{for all } t, t' \qquad (2\text{-}2)$$

異時点間の攪乱項は互いに無相関で, 同時点の攪乱項は互いに相関関係をもち, その分散・共分散は観測時点 t には依存しないで定数である, という仮定である.

次に, 構造型モデルは両辺にゼロ以外の数を掛けても元のモデルと同値なので, Γ の対角要素をすべて 1 とする標準化を行ない, さらに次の仮定をおく.

〈仮定 2〉

　Γ の逆行列が存在する

この仮定によって(2-1)に対して唯ひとつの誘導型モデルが存在することになる.

すなわち

$$y_t = Ay_{t-1} + Bx_t + \varepsilon_t$$

ただし $A=\Gamma^{-1}\Pi$, $B=\Gamma^{-1}\Phi$, $\varepsilon_t=\Gamma^{-1}u_t$ (2-3)

である.[1]

誘導型モデルによって,内生変数の時間的経路は次のようになる.(2-3)より

$$y_t=A(Ay_{t-2}+Bx_{t-1}+\varepsilon_{t-1})+Bx_t+\varepsilon_t$$
$$=A^2y_{t-2}+Bx_t+ABx_{t-1}+\varepsilon_t+A\varepsilon_{t-1}$$

となり,この手続きを $t-1$ 回繰り返すと

$$y_t=A^ty_0+\sum_{\tau=0}^{t-1}C_\tau x_{t-\tau}+\sum_{\tau=0}^{t-1}A^\tau\varepsilon_{t-\tau} \qquad (2\text{-}5)$$

ただし $C_\tau=A^\tau B$

が得られる.これより,内生変数の時間的経路は3成分に分解できる.

① 行列 A の性質ならびに内生変数の初期値 y_0

② 外生変数の時間的経路

③ 攪乱項の累積

本稿では①についてのみ焦点をあてる.すなわち,外生変数や攪乱が変化しない場合いかなる動学的特性がモデルの中に内在しているかということを対象とするのである.

いますべての $\tau\geq0$ に対して $x_{t-\tau}=0$, $\varepsilon_{t-\tau}=0$ とすると(2-5)は

$$y_t=A^ty_0 \qquad (2\text{-}6)$$

となる.内在的な動学的特性はこの行列 A の性質によって決まるのであるが,一般に n 次の正方行列 A は次の定理[2]によって $P^{-1}AP=\Lambda$, ただし Λ は A の n 個の固有値からなる対角行列,と表現することができるのである.

1) ε_t は(2-2)より次のようになる.

$$E\varepsilon_t=0 \quad \text{for all } t,\quad E\varepsilon_t\varepsilon_{t'}'=\begin{cases}0 & \text{if } t\neq t'\\ \Sigma & \text{if } t=t'\end{cases} \quad \text{for all } t,\ t' \qquad (2\text{-}4)$$

また先決変数と ε_t はもちろん無相関である.

2) 村上・掛下〔7〕p. 136 参照.

〔定理〕

n 次の正方行列 A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_s$ がそれぞれ重複度 $m_1, m_2, \cdots, m_s$ $(\sum_{k=1}^{s} m_k = n)$ をもつとする．いま，n 個の固有値のすべてからなる対角行列を Λ，その対応する固有ベクトルからなる行列を P とするとき，A が

$$P^{-1}AP=\Lambda \tag{2-7}$$

の表わされるための必要十分条件は

$$r(A-\lambda_k I)=n-m_k \quad (k=1, 2, \cdots, s) \tag{2-8}$$

が成立することである．ただし，λ_k が重複度 m_k の固有値であるとは固有方程式 $|A-\lambda I|=0$ が m_k 個の等しい固有値をもつことをいう．

（証明）

（i）　必要性．$\Lambda-\lambda_k I$ は対角要素に m_k 個のゼロをもつ．それゆえ

$$r(\Lambda-\lambda_k I)=n-m_k.$$

ところが $P^{-1}AP=\Lambda$ から $A=P\Lambda P^{-1}$ であるので

$$A-\lambda_k I=P\Lambda P^{-1}-\lambda_k I=P(\Lambda-\lambda_k I)P^{-1}.$$

行列のランクはその行列に正則行列を掛けても不変であるので

$$r(A-\lambda_k I)=r(\Lambda-\lambda_k I)=n-m_k.$$

（ii）　十分性．$r(A-\lambda_k I)=n-m_k$ より，同次方程式 $(A-\lambda_k I)P=0$ は $n-(n-m_k)=m_k$ 個の1次独立な解ベクトル（$\neq 0$）をもつ[1]．このベクトルは A の固有ベクトルであるので，各 λ_k に対して m_k 個の1次独立な固有ベクトルの組が存在することがわかる．次にこの固有ベクトルの組は組が異なれば互いに独立であることを示す．背理法を用いて，いま第2の組のひとつのベクトル，たとえば y_2 が最初の組のベクトル $z_1, z_2, \cdots, z_{m_1}$ の1次結合として表わされると仮定しよう．そのとき，すべてが0でないあるスカラー $c_1, \cdots, c_{m_1}$ が存在して

$$y_2=\sum_{i=1}^{m_1} c_i z_i$$

と書け，両辺に A を掛けると $Ay_2=\sum c_i A z_i$.

y_2 と z_i はそれぞれ異なる固有値 λ_2 と λ_1 に対応する固有ベクトルであるから

1）　このことについては〔7〕p. 122 の定理10と脚注，そして pp. 125—6 を参照せよ．

$$\lambda_2 y_2 = \Sigma c_i \lambda_1 z_i = \lambda_1 \Sigma c_i z_i = \lambda_1 y_2.$$

ところが $y_2 \neq 0$，また λ_1，λ_2 は $\lambda_1 \neq \lambda_2$ でどちらも 0 ではないのでこの式は真でありえない．ゆえにはじめの仮定は誤りであり，それぞれが $m_1, m_2, \cdots, m_s$ 個の固有ベクトルからなる全部で s 個の組は互いに独立である．したがって，これらのベクトルを列とする行列 P は正則で P^{-1} が存在する．P の列は A の固有ベクトルであるので $AP=P\Lambda$ が成り立つ．ゆえに $P^{-1}AP=\Lambda$．（証明了）

この定理は $m_1=m_2=\cdots=m_s=1$ という，すべての固有値が異なるという特別なケースも含んでいる[1]．A が n 個の 1 次独立な固有ベクトルをもつ限り，A の固有値が重根をもとうがもつまいが関係なく A を対角化することができるのである．(2-6)，(2-8)より

$$A=P\Lambda P^{-1}$$

ゆえに

$$A^2=P\Lambda P^{-1}P\Lambda P^{-1}=P\Lambda^2 P^{-1}$$

となり，同様にして

$$A^t=P\Lambda^t P^{-1} \tag{2-9}$$

$$\Lambda^t=\begin{pmatrix} \lambda_1^t & & & & 0 \\ & \lambda_2^t & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \\ 0 & & & & \lambda_n^t \end{pmatrix} \tag{2-10}$$

ただし λ_i は重複していてもかまわない

が得られ

$$A^t=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i^t p_i p^{i\prime}$$

ただし $(p_1, p_2, \cdots, p_n)^{-1}=(p^1, p^2, \cdots, p^n)'$

となる．以上により(2-6)は

1）（証明）を含め〔定理〕については〔7〕pp. 134―7 によって展開した．

$$y_t=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i^t p_i p^i y_0 \tag{2-11}$$

となり，モデルの内在的な動学的性質は A の固有値によって決定されることがわかる．$t\to\infty$ のとき $A^t\to 0$ になる必要十分条件はすべての固有値が絶対値で1より小であるという条件であり，このとき(2-6)はもちろん(2-5)なる一般システムも安定的であるといわれる．固有値が実根の場合，正のとき単調的な指数トレンドを表わし，負のときのこぎり歯状のような形を表わす．また共役複素根の場合，正弦振動の波を表わし，景気循環を示すのである．

Ⅲ　ケインズ型モデル——短期モデル

本節で扱うモデルは需要側重視の国民所得決定型モデルである．標本期間は昭和41年下期～55年下期の半年次モデルで，データはすべて季節調整済を用いる．

変数リスト（*CONST* を除きすべて昭和50年価格表示の実質値：単位10億円）

C	民間最終消費支出
IO	企業設備投資（民間＋公的）
IH	住宅投資（民間＋公的）
I	$IO+IH$
J	在庫投資（民間＋公的）
G	政府支出（政府最終消費支出＋一般政府総固定資本形成）
E	輸出＋海外からの要素所得
M	輸入＋海外への要素所得
$CONST$	つねに1という値をとる「変数」

公的企業は民間の事業所と類似の生産技術により類似の財・サービスを生産し，その購入も購入者の自由意思に基づいていることなどの理由により経済活

動別分類のうち産業に分類されているので，政府支出には一般政府が行なうもののみに限定した．

基本モデル（Model Ⅰ）

$$C=\alpha_0+\alpha_1 Y+\alpha_2 C_{-1} \tag{3-1}$$

$$I=\beta_0+\beta_1 Y_{-1}+\beta_2 Y_{-2} \tag{3-2}$$

$$M=\gamma_0+\gamma_1 Y+\gamma_2 M_{-1} \tag{3-3}$$

$$Y=C+I+J+G+E-M \tag{3-4}$$

内生変数（4個）$C \quad I \quad M \quad Y$

先決変数（8個）$J \quad G \quad E \quad CONST \quad C_{-1} \quad M_{-1} \quad Y_{-1} \quad Y_{-2}$

Jの内生化や投資の説明変数に貸付利子率（全国銀行貸出約定平均金利）を加えて構造型モデルを決定しようとしたが，有意な結果が得られなかった．そこでJを外生化し，利子率をモデルからはずした．投資関数は消費関数に比べて調整のラグが長いことと，加速度原理や利潤原理の混成要素を考慮して定式化を行なった．

(3-4)には推定の必要なパラメターはないので識別される．また(3-1)，(3-2)，(3-3)もそれぞれ識別の位数条件（構造方程式から除外された先決変数の数がその式に含まれる内生変数の数マイナス1をこえているか等しい）を満たしており，識別可能で過剰識別されている．過剰識別構造方程式の推定方法としては，一致推定法の中でその簡便さも手伝って2段階最小二乗法（TSLS）が広く用いられている．

TSLS推定とは推定における過剰識別方程式の係数決定の困難さを，誘導型方程式の制約つき推定によって回避するための方法である[1]．Model Ⅰを行列表示すると

1）森口〔6〕pp. 234―5を参照．

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\gamma_1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C \\ I \\ M \\ Y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 & 0 & 0 & \beta_1 & 0 & 0 & 0 & \beta_2 \\ \gamma_0 & 0 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{CONST} \\ C_{-1} \\ M_{-1} \\ Y_{-1} \\ J \\ G \\ E \\ Y_{-2} \end{pmatrix} \tag{3-5}$$

となり，またこの誘導型の係数行列を構造型と同様一括表示し $\Omega=[\omega_{ij}]$, $i=1,\cdots,4$, $j=0,\cdots,7$ としよう．(3-5)の第１行，消費関数に注目すると，誘導型係数行列との関係で

$$(1 \quad 0 \quad 0 \quad -\alpha_1)\Omega=(\alpha_0 \quad \alpha_2 \quad 0 \cdots 0)$$

となり，これより

$$\begin{aligned} &\alpha_0=\omega_{10}-\alpha_1\omega_{40}, \quad \alpha_2=\omega_{11}-\alpha_1\omega_{41} \\ &\alpha_1=\omega_{1i}/\omega_{4i}, \quad i=2,\cdots,7 \end{aligned} \tag{3-6}$$

が得られ，α_1 は過剰決定，したがって α_0，α_2 もそうである．消費関数の誘導型はというと

$$C=\omega_{10}+\omega_{11}C_{-1}+\omega_{12}M_{-1}+\cdots+\omega_{17}Y_{-2} \tag{3-7}$$

であり，この式に(3-6)の制約を代入すると

$$\begin{aligned} C&=\alpha_0+\alpha_1\omega_{40}+(\alpha_2+\alpha_1\omega_{41})C_{-1}+\alpha_1\omega_{41}M_{-1}+\cdots+\alpha_1\omega_{47}Y_{-2} \\ &=\alpha_0+\alpha_1(\omega_{40}+\omega_{41}C_{-1}+\cdots+\omega_{47}Y_{-2})+\alpha_2C_{-1} \end{aligned} \tag{3-8}$$

となる．最後のカッコ内は Y の誘導型方程式であるので，結局(3-8)は $C=\alpha_0+\alpha_1Y+\alpha_2C_{-1}$ となる．これは C の構造型方程式である．誘導型係数の BLUE な推定量は前節の注１）の想定のもとでは通常の最小二乗（OLS）推定量であるので，Ω をすべて OLS 推定値でおきかえると(3-7)を制約(3-6)の下で OLS 推定することと構造型方程式を TSLS 推定することと同じであることがわかる．(3-8)のカッコ内は誘導型による Y の OLS 回帰の部分で TSLS 推定の第１段階に他ならない．

Model Ⅰの推定結果は次のとおりである.[1]

$$C = 4337.0 + .21992\,Y + .56408\,C_{-1} \quad R^2 = .9964$$
$$\text{[TSLS]} \qquad (3.436) \qquad (4.685) \qquad DW = 1.4544 \tag{3-9}$$

$$I = 1614.5 + .53745\,Y_{-1} - .27446\,Y_{-2} \quad R^2 = .9291$$
$$\text{[OLS]} \qquad (2.653) \qquad (1.372) \qquad DW = .3810 \tag{3-10}$$

$$M = -1710.6 + .07254\,Y + .57368\,M_{-1} \quad R^2 = .9792$$
$$\text{[TSLS]} \qquad (3.088) \qquad (4.527) \qquad DW = .8971 \tag{3-11}$$

加速度係数の大きさは約.274である．さて誘導型モデルを前節の（2-3）の形にするために，すなわち，ラグつき内生変数を1期前だけからなるようにするため，Model Ⅰを次のように変換する．擬似変数として $V=Y_{-1}$ を用い，また(3-1)と(3-3)を次のように変更する.

$$C = \frac{1}{1-\alpha_1}\{\alpha_0 + \alpha_1(I+J+G+E-M) + \alpha_2 C_{-1}\} \tag{3-1$'$}$$

$$M = \frac{1}{1+\gamma_1}\{\gamma_0 + \gamma_1(C+I+J+G+E) + \gamma_2 M_{-1}\} \tag{3-3$'$}$$

これと(3-4)を1期前で表わすと，Model Ⅰは行列表示で

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} & \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\beta_1 \\ -\frac{\gamma_1}{1+\gamma_1} & -\frac{\gamma_1}{1+\gamma_1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{C} \\ \mathrm{I} \\ \mathrm{M} \\ \mathrm{V} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_2 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma_2}{1+\gamma_1} & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathrm{C}_{-1} \\ \mathrm{I}_{-1} \\ \mathrm{M}_{-1} \\ \mathrm{V}_{-1} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} & \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} & \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\gamma_1}{1+\gamma_1} & \frac{\gamma_1}{1+\gamma_1} & \frac{\gamma_1}{1+\gamma_1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{J} \\ \mathrm{G} \\ \mathrm{E} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1) 推定方法については，それぞれ被説明変数の下に示すことにする.

$$\begin{pmatrix} J_{-1} \\ G_{-1} \\ E_{-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{定数項ベクトル} \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}12)$$

となるが，これは(3-1)～(3-4)と同一である．内在的な動学特性を示す行列は(3-12)の左辺の係数行列の逆行列と右辺最初の係数行列との積であり，Model I の構造型係数の推定値より次のように求められる．

$$\begin{bmatrix} .84822 & .13863 & -.28661 & -.07080 \\ .53746 & .53746 & -.53746 & -.27446 \\ .09372 & .04573 & .47915 & -.02335 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

この行列の固有値は表 3 - 1 に示した．モデルは単調減衰型と振動減衰型のともに減衰型の混合である．固有値のうち絶対値が最大のものは実根の $\lambda=.68482$ であり，モデルは比較的安定的であるといえる．たとえば，衝撃により初期の乖離が発生しその大きさが半減するには最大固有値でも約1.4年間かかるにすぎずモデルが元の水準（あるいは均衡水準といってもいいだろう）に回復するまでそんなに時間は長くかからないことを示している．複素根による循環の周期は経験法則的な40カ月前後の小循環とほぼ対応した大きさである．戦後のわが国の経済成長プロセスにおいて，周期 4 年前後の景気循環を経験してきたといわれているが，それはいわゆる「在庫循環」である．ところがわれわれ

表 3-1　Model I の固有値

	固　有　値	絶　対　値	周期・年単位
λ_1	.68482	.68482	——
λ_2	.57930	.57930	——
λ_3, λ_4	$.30035 \pm .41517\,i$	.51242	3.326

の Model Ⅰ では在庫投資を外生にしているので，小循環は発生しているがそれは在庫投資以外から生じているという興味ある結果が得られた．

次に Model Ⅰ を少し細分化するため，内生的に決まる投資を設備投資と住宅投資にわけよう．これにより設備投資関数の定式化が本来の意味をもつことになる．住宅投資の方は国民総生産で説明することにした．これを Model Ⅱ と呼ぼう．Model Ⅱ の内生変数は 5 個になり，先決変数は前のまま 8 個である．したがって消費関数と輸入関数は Model Ⅰ と同じ推計式のままでよいのでそれ以外のみを示そう．

$$\underset{[\mathrm{OLS}]}{\mathrm{IO}}=1500.9+\underset{(2.593)}{.42738}\,Y_{-1}-\underset{(1.464)}{.23832}\,Y_{-2}\qquad R^2=.9106\quad DW=.2974$$

$$\underset{[\mathrm{TSLS}]}{IH}=-121.3+\underset{(13.827)}{.07455}\,Y\qquad R^2=.8772\quad DW=.3480$$

これから得られる誘導型係数行列のうち内在的な動学特性を示す行列の計測結果は次のとおりである．

$$\begin{bmatrix} .84433 & .12080 & .12080 & -.28296 & -.06736 \\ .42739 & .42739 & .42739 & -.42739 & -.23832 \\ .09500 & .04095 & .04095 & -.09591 & -.02283 \\ .09243 & .03984 & .03984 & .48035 & -.02221 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

この行列の固有値は表 3 - 2 に示したが，Model Ⅰ の結果とほとんど一致している．設備投資は経験的に10年前後の中期循環を発生させるといわれているが，そのような波を検出することはできなかった．

表 3-2　Model Ⅱ の固有値

	固　有　値	絶　対　値	周期・年単位
λ_1	.68286	.68286	——
λ_2	.57930	.57930	——
λ_3，λ_4	$.26542 \pm .42440\,i$	.50056	3.104

次に，在庫投資の内生的な動きを知るひとつの方法として，Model Ⅰの投資関数，Model Ⅱの設備投資関数の中に在庫投資量を含めることによって，外生変数のリストから在庫投資をはずした．すなわち，Model Ⅰ，Ⅱにおいて，内生変数をそれぞれ I から $I+J$, IO から $IO+J$ に集計し，内在的な動学特性の計測を行なった．循環変動について，周期，固有値の絶対値はそれぞれ (3.404年，.54419)，(3.258年，.51215)，(Model Ⅰ，Ⅱの順）という数値が得られ，在庫データを入れてももとの結果とはあまり変わらなかった．したがって，在庫循環も小循環しているといえるのかもしれない．ただし，在庫投資を内生化し，それに適した構造方程式を設定してみないと明確なことはいえないのである．

Ⅳ 新古典派成長モデル——長期モデル

このモデルは供給側重視の経済成長モデルである．標本期間は昭和43年上期～55年下期にかけての半年次モデルであり，データは季調済を用いた．また前節のモデルとは異なり，当モデルは対数線型モデルである．

変数リスト

S	総貯蓄（在庫投資分と民間非営利団体の設備投資分を除く）
Y	国民総生産
IOP	民間企業設備投資
IOG	公的企業設備投資
IHP	民間住宅投資
IHG	公的住宅投資
IH	$IHP+IHG$
KOP	民間企業粗資本ストック
DOP	民間企業設備資本減耗分
IG	一般政府総固定資本形成
$IG1$	$IG+IOG$

$IG2$	$IG+IOG+IHG$
B	経常海外余剰

以上昭和50年価格表示の実質値（単位10億円）

RO	稼働率指数（昭和50年基準）
H	総実労働時間指数（昭和50年基準）
L	就業者数（単位 万人）
$TIME$	時間（昭和43年上期＝1）
$CONST$	つねに１という値をとる「変数」

一般的な関数表現を用いて，基本モデルを表わせば次のようになる．変数はまだ対数変換されていない．

基本モデル（Model Ⅲ）

$$S=S(Y,\ S_{-1}) \tag{4-1}$$

$$Y=Y(RO\cdot KOP_{-1},\ H\cdot L,\ TIME) \tag{4-2}$$

$$IH=IH(Y) \tag{4-3}$$

$$S=IOP+IH+IG1+B \tag{4-4}$$

$$KOP=KOP_{-1}+IOP-DOP \tag{4-5}$$

資本ストック・データは民間企業の生産的設備のみを対象にしているので，それに対応して民間企業の設備投資をつねにひとつの変数として取り扱う必要上このようなモデルになった．なお，資本ストック・データのうち新設投資額のデータは国民経済計算における実質国民総支出のうちの民間企業設備から民間非営利団体の設備投資を除いたものに等しい．そこで，当モデルではははじめからその分を控除し，資本ストック・データと国民経済計算・データとの斉合性を保つようにしてある．

さて，当モデルは対数線型モデルであるので，各変数は対数をとることにな

る．しかし，(4-4)や(4-5)のような均衡式や定義式はそのまま使えないので，次のような処理をしてモデルで用いる.[1]

(4-4)で増加分をとり，両辺をSで割り変形すると

$$\frac{\Delta S}{S}=\frac{IOP}{S}\cdot\frac{\Delta IOP}{IOP}+\frac{IH}{S}\cdot\frac{\Delta IH}{IH}+\frac{IG1}{S}\cdot\frac{\Delta IG1}{IG1}+\frac{B}{S}\cdot\frac{\Delta B}{B} \qquad (4\text{-}6)$$

となる．右辺のそれぞれの増加率にかかるウエイトを次のように表現しよう．

$$\frac{IOP}{S}=w_p \quad \frac{IH}{S}=w_h \quad \frac{IG1}{S}=w_g \quad \frac{B}{S}=w_b$$

このウエイトが時間を通じて一定であると仮定し，(4-6)がすべて時間の関数で微分表現であるとみなすと(4-6)は

$$d\ln S=w_p\,d\ln IOP+w_h\,d\ln IH+w_g\,d\ln IG1+w_b\,d\ln B \qquad (4\text{-}7)$$

となり，

$$\ln S=w_p\ln IOP+w_h\ln IH+w_g\ln IG1+w_b\ln B-w_p\ln IOP_{-1}$$
$$-w_h\ln IH_{-1}-w_g\ln IG1_{-1}-w_b\ln B_{-1}+\ln S_{-1} \qquad (4\text{-}8)$$

$\ln S$のラグの部分$\ln S_{-1}$に代入を繰り返していくと，結局

$$\ln S=w_p\ln IOP+w_h\ln IH+w_g\ln IG1+w_b\ln B+w_0 \qquad (4\text{-}9)$$

ただし $w_0=\ln S_0-w_p\ln IOP_0-w_h\ln IH_0-w_g\ln IG_0-w_b\ln B_0$

となる．

(4-5)についても，最終的に

$$\ln KOP=v_i\ln IOP-v_d\ln DOP+v_k\ln KOP_{-1}+v_0 \qquad (4\text{-}10)$$

ただし $v_0=\ln KOP_0-v_i\ln IOP_0+v_d\ln DOP_0-v_k\ln KOP_{00}$,[2]

$$v_i=\frac{IOP}{KOP},\quad v_d=\frac{DOP}{KOP},\quad v_k=\frac{KOP_{-1}}{KOP}$$

となる．ただし，ウエイトは実際には一定ではないので，計測の際にはそれぞれの単純平均値を用いる．このとき近似の度合いに問題が生じてくるのはいう

1) 対数線型モデルでの定義的関係式の取り扱いについては〔10〕pp. 173—8 を参照.
2) “００”とは０時点より１期前を表わす.

までもない．以上よりわれわれの基本モデルを対数線型で表現すると次のようになる．

Model Ⅲ

$\ln S \quad =\alpha_0+\alpha_1 \ln Y+\alpha_2 \ln S_{-1}$ (4-1)′

$\ln Y \quad =\beta_0+\beta_1 \ln RO\cdot KOP_{-1}+\beta_2 \ln H\cdot L+\beta_3 TIME$ (4-2)′

$\ln IH \quad =\gamma_0+\gamma_1 \ln Y$ (4-3)′

$\ln S \quad =w_0+w_p \ln IOP+w_h \ln IH+w_g \ln IG1+w_b \ln B$ (4-4)′

$\ln KOP=v_0+v_i \ln IOP-v_d \ln DOP+v_k \ln KOP_{-1}$ (4-5)′

内生変数（５個）$\ln S$　$\ln Y$　$\ln IH$　$\ln IOP$　$\ln KOP$

このモデルは貯蓄関数と生産関数を中心とする新古典派成長モデルである．生産関数によって国民総生産の水準が決定され，貯蓄関数によって国民総生産から貯蓄量が決まる．そして，貯蓄量から全体としての資本供給量が与えられ，この量と内生的に決まる住宅投資，外生的に与えられた政府の総固定資本形成，公的企業の設備投資（データの関係上，前節のモデルと取り扱いが異なっている），そして経常海外余剰の４つの合計との残余として民間企業設備投資が決定されるという「供給がそれ自らの需要を生み出す」供給サイドのモデルである．そしてその設備投資が民間企業資本ストックを増加させ，生産能力を高めさせるという長期モデルなのである．

(4-2)′の説明変数は先決変数のみであるし，(4-4)′，(4-5)′は推定すべきパラメターはないので識別問題は起らない．

(4-1)′，(4-3)′（(4-3)′についてはあとで説明変数に $\ln IH_{-1}$ を追加することがあるのでそのことも含めて）はそれぞれ過剰識別されているので，推定方法としてはOLSよりTSLSの方が望ましい．しかし，標本サイズの小ささ（前のモデルに比べても小さい）が一番の原因であると考えられるが，TSLSによる構造パラメターの推定値は，多くの場合，系列相関が極めて強く存在することによっ

て，非常に不安定なものになった．また，系列相関が弱い場合でも，多重共線性により不安定であった．次に，操作変数として，先決変数をすべて採用しないでいろいろな組み合わせを試みたが，やはり推定値の不安定性を取り除くことはできず，たとえ安定的な推定値が得られてもそれはOLSの推定値と類似していた．以上のことによって，本節のモデルでは，推定方法としてTSLSではなく推定バイアスはあるがOLSを採用した．TSLSは一致性を有するので，標本サイズが大きくなっていけばTSLSを採用するのはもちろんのことである．

計測されたModel Ⅲの構造方程式は次のとおりである．

$$\ln S = -1.7533 + \underset{(3.817)}{.66997} \ln Y + \underset{(3.297)}{.42537} \ln S_{-1} \qquad R^2 = .9859 \quad DW = 1.674 \tag{4-11}$$

$$\ln Y = .6535 + \underset{(.850)}{.24234} \ln H \cdot L + \underset{(3.772)}{.47070} \ln RO \cdot KOP_{-1} + \underset{(1.546)}{.00762}\, TIME \qquad R^2 = .9699 \quad DW = .4235 \tag{4-12}$$

$$\ln IH = -2.340 + \underset{(12.294)}{.97802} \ln Y \qquad R^2 = .8572 \quad DW = .3784 \tag{4-13}$$

$$\ln S = w_0 + .52120 \ln IOP + .22737 \ln IH + .26680 \ln IG1 - .01537 \ln B \tag{4-14}$$

$$\ln KOP = v_0 + .06921 \ln IOP - .02451 \ln DOP + .95530 \ln KOP_{-1} \tag{4-15}$$

Model Ⅲ での内在的な動学特性を示す行列は

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1\beta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_1 \\ \alpha_2/w_p & 0 & 0 & 0 & \beta_1\sigma \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1\beta_1 \\ \alpha_2 v_i/w_p & 0 & 0 & 0 & v_i\sigma\beta_1 + v_k \end{bmatrix} \tag{4-16}$$

ただし $\sigma = \dfrac{\alpha_1 - w_h\gamma_1}{w_p}$

であり，この行列の固有方程式は次の行列の固有方程式と同じである．

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_1\beta_1 \\ \alpha_2 v_i/w_p & v_i\sigma\beta_1+v_k \end{bmatrix} \tag{4-17}$$

(4-11)～(4-15)の計測結果を代入すると(4-17)は次のようになり，固有値は表4-1に示されている．

$$\begin{pmatrix} .42537 & .31536 \\ .05648 & .98328 \end{pmatrix}$$

表 4-1　Model Ⅲの固有値

	固　有　値	時間的経路
λ_1	1.01356	単調発散
λ_2	.39509	単調収束

初期に乖離がおこれば，対数のままで表現すると，そのまま半年次の率で1.356％で成長していく要素と，この衝撃に対してその大きさが半減するのに0.873年ほどしかかからない回復力のはやい安定的な要素が混在している．その結果，全体として，経済は発展的な成長トレンドをもつが，初期には成長率にブレーキがかかり，そののち徐々にその成長率は上昇していき，やがては1.356％という一定率に落ちつくのである．また循環要素は生じず，すべて単調的である．循環がおこるための必要条件は(4-17)の行列の非対角要素の積が負になることである．すなわち

$$\alpha_1\beta_1\alpha_2 v_i/w_p<0$$

である．しかし，一般にどのパラメターも負になる可能性はなく，当モデルはトレンドのみを発生させる長期モデルであるといえる．この現象はモデルを少々変更しても変わらず固定的である．Model Ⅲ から住宅関数を取り除き，住宅投資を外生にしたモデルでの固有値を表4-2に示した．また，住宅関数を自己回帰型にした場合，まずこの推計式は

表 4-2 Model Ⅲ(住宅·外生)の固有値

	固 有 値	時間的経路
λ_1	1.0268	単調発散
λ_2	.39575	単調収束

$$\ln IH = .07167 + .26418 \ln Y + .65623 \ln IH_{-1} \quad R^2 = .9477$$
$$(1.376) \qquad (4.264) \qquad DW = 1.7458$$

と推定され，$\ln IH_{-1}$ にかかるパラメターを一般的に γ_2 と表現すると，内在的な動学特性を示す行列は(4-16)の第 4 列が

$$(0,\ 0,\ -w_h\gamma_2/w_p,\ \gamma_2,\ -v_i w_h \gamma_2/w_p)$$

となり，この行列の固有方程式は次の行列の固有方程式を解くのと同じになる.

$$\begin{bmatrix} \alpha_2 & 0 & \alpha_1\beta_1 \\ 0 & \gamma_2 & \gamma_1\beta_1 \\ \alpha_2 v_i/w_p & -v_i w_h \gamma_2/w_p & v_i\sigma\beta_1 + v_k \end{bmatrix}$$

この行列の計測結果は次のようになり，その固有値は表 4 - 3 にまとめられている.[1]

$$\begin{pmatrix} .42564 & 0 & .32196 \\ 0 & .65623 & .12956 \\ .05674 & -.02014 & .99356 \end{pmatrix}$$

表 4-3 Model Ⅲ(住宅·自己回帰型)の固有値

	固 有 値	時間的経路
λ_1	1.01722	単調発散
λ_2	.66263	単調収束
λ_3	.39559	単調収束

1) ただし，住宅関数の適合度の関係で自己回帰型の場合，標本期間は昭和55年の上期までである.

次に Model Ⅲ において，住宅関数を民間住宅のみにし，*IG*1 に公的住宅投資を加えて *IG*2 とし計測を行なった．このモデルを Model Ⅳ と名づけよう．Model Ⅳ での動学特性を示す行列と固有値は次のとおりである．

$$\begin{pmatrix} .42537 & .31536 \\ .05648 & .98294 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} \lambda_1 &= 1.01325 \\ \lambda_2 &= .39507 \end{aligned}$$

(Model Ⅳ)

また，住宅関数を自己回帰型にした場合，動学特性の行列と固有値は次のように計算される．

$$\begin{pmatrix} .42564 & 0 & .32196 \\ 0 & .59178 & .17237 \\ .05674 & -.01845 & .99217 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} \lambda_1 &= 1.01563 \\ \lambda_2 &= .59814 \\ \lambda_3 &= .39582 \end{aligned}$$

(Model Ⅳ：住宅関数・自己回帰型)

次に政府部門の投資について，総固定資本形成 *IG* のみに限定した方が経済活動別分類としての政府の役割がはっきりするので，*IG* のみからなるとする．*IH* については Model Ⅲ と同様 $IH = IHP + IHG$ とおく．これらのことを考慮に入れてモデル化するために *IOG* を外生変数として独立させて取り扱ってもよいが，*IOG* の経済に及ぼす効果をみるため *IOG* をモデルからはずしてみよう．すなわち，*S* から前もって *IOG* を控除しておくのである．このモデルを Model Ⅴ と呼ぶと，Model Ⅴ の貯蓄関数は

$$\ln S = -1.687 + \underset{(3.496)}{.60824} \ln Y + \underset{(3.913)}{.48248} \ln S_{-1} \qquad \begin{aligned} R^2 &= .9855 \\ DW &= 1.6404 \end{aligned}$$

と推定され，このときの動学特性の行列と固有値は次のとおりである．

$$\begin{pmatrix} .48248 & .28630 \\ .05300 & .97285 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} \lambda_1 &= 1.00205 \\ \lambda_2 &= .45327 \end{aligned}$$

(Model Ⅴ)

また，Model Ⅴ の住宅関数を自己回帰型にした場合，標本期間は昭和55年の上期までであるが，次のように計測された．

$$\begin{pmatrix} .46439 & 0 & .30418 \\ 0 & .65623 & .12956 \\ .05103 & -.02013 & .98407 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} \lambda_1 &= 1.00530 \\ \lambda_2 &= .66276 \\ \lambda_3 &= .43664 \end{aligned}$$

(Model V：住宅関数・自己回帰型)

以上の計測結果により，*IHG*（公的住宅投資）と *IOG*（公的設備投資）との経済に与える影響力の差について次のことが示唆される．Model Ⅲ と Model Ⅳ との内在的な動学特性はあまり変化していないが，Model Ⅲ と Model V とについては変化が認められる．最大固有値の大きさの比較より，長期的には *IOG* の方が *IHG* よりも経済を上昇させる力を内在的により強くもっていると推察できる．

貯蓄関数と生産関数を中心にした供給サイドの新古典派成長モデルの内在的な動学的性質は，一般的に発展的な成長トレンドをもっていることである．したがって，このモデルは経済の供給能力の成長を説明する「長期モデル」の性格を有していると考えられる．

V　むすびに代えて

以上の計測結果より，いくつかの興味深い現象が読みとれる．しかし，モデルが小規模で，その上，統計的規準からも必ずしも合格できない推計式も含まれているので，当然その結論は限定的なものである[1]．

短期モデル（昭和41年下期～55年下期）

(1)　在庫投資を外生化しても，3年強の短期循環が発生している．短期循環は在庫のほかにその起動力として設備投資が作用しているように思われる．ともあれ，この期間，日本経済は3年強の景気循環の波が内在的に発生しているのである．

(2)　10年前後のいわゆる「中期循環」の波は発生していない．

(3)　経済は短期的には非常な安定性を内在している．また，加速度係数は0.25前後，消費，輸入に対する長期の所得効果は約0.5，0.17である．

1）　たとえば，短期モデルに関していえば，循環をひき起こす主原因である投資関数の定式化や推定の悪さによって以下の結論がでているのかもしれない．

長期モデル（昭和43年上期～55年下期）

(4) 経済は初期にはそのスピードは低下するが，長期的には発展的成長トレンドを内在している．

(5) 公的設備投資の方が公的住宅投資より，経済をひっぱり上げる力が内在的に強い．

これらの結論は，ほかの期種設定（四半期や年次モデル）のもとで確かめる必要があるし，また，量・質両面にわたるモデルの改善によって検討する必要がある．しかし，これらのことを一応解決したとしても，内在的な動学特性を示す固有値は，推定された構造パラメターにより得られているので標本統計量であり，当然，それ自身標本誤差の影響を受けているのである．この誤差を推測した上でないと動学特性について統計的にはっきりと結論を下せないのである[1]．

現実には，内生変数の時間的経路は，内在的な動学的性質よりは，外生的変動や確率的攪乱によって支配的に決められてしまうことの方が多いであろう．

参考文献

〔1〕 Chow, G. C., *Analysis and Control of Dynamic Systems*, John Wiley & Sons, 1975.

〔2〕 Goldberger, A. S., *Econometric Theory*, John Wiley & Sons, 1964.『計量経済学の理論』福地崇生・森口親司訳，東洋経済，昭和45年9月.

〔3〕 ――――――, *Impact Multipliers and Dynamic Properties of the Klein-Goldberger Model*, North-Holland, 1970.

〔4〕 経済企画庁経済研究所編，『国民経済計算』No. 44，昭和54年8月.

〔5〕 森口親司，土志田征一，中沢拓生，「マクロ・モデルの動学的性質」『経済分析』第24号，経済企画庁経済研究所，昭和42年11月.

〔6〕 森口親司，『計量経済学』，岩波書店，昭和49年8月.

〔7〕 村上正康，掛下伸一，『統計のための数学1（線形代数）』，培風館，昭和52年3月.

〔8〕 Thei, H & J. C. G. Boot, "The Final Form of Econometric Equations

1) タイル=ブーツ〔8〕は固有値の絶対値の漸近的分散を構造パラメター推定値の漸近共分散行列で示す一般式を導き，実際にクライン第Ⅰモデルについて固有値の絶対値の分散を計測している．

Systems", *Review of the International Statistical Institute*, Vol. 30, pp. 136—152, 1962.

〔9〕 Tintner, G., Kadekodi, G. & M. V. R. Sastry, "A Macro Model of the Economy for the Explanation of Trend and Business Cycle with Applications to India", *Econometrics and Economic Theory: Essays in Honour of Jan Tinbergen*, edited by Willy Sellekaerts, Macmillan, 1974.

〔10〕 上野裕也，木下宗七，『日本経済の成長モデル』，東洋経済，昭和40年8月.