2部門成長均衡モデルについての一考察

福　尾　洋　一

I. はじめに

1. 1. 均衡分析法

1939年に発表された Harrod の論文〔5〕を契機として飛躍的発展を遂げてきた経済成長理論は，近年，経済学の一分野として，その果す役割はますます大きく，その地位はますます重要なものとなりつつある．経済成長理論がこのように多大の関心を受けいる理由の1つは，それが本質的に動態経済の動学理論であるという点にある．従って，静学と動学という分類法によれば，経済成長理論は静学とりわけ長期の静態理論と対置されるのであるが，われわれは均衡分析法の範疇の下にこれら両者の統一的把握を計ることができる．こうした見地より，われわれは，まず均衡分析の通常の方法をもう一度ここで確認し，その線に沿って進むことにする．

さて均衡分析法は通常次の4つの手順に基いている．すなわち，(1) 均衡体系のモデルを作る＝モデル・ビルディング；(2)（均衡）解の有無を検討する＝解存在の問題（均衡の経済的有意性とか均衡の一意性をも合せて検討）；(3)（均衡）解が存在するものとして，解を求めその特性を研究する＝特性の問題（データの変化によって解の特性がどのように変化するかという点をも合せて研究＝比較動学）；(4)（均衡）解の安定性を検討する＝安定条件の問題（データの変化によって体系の安定性ないし不安定性はどのように影響を受けるかという点をも合せて検討＝比較動学)．

ところで，これら4点を経済成長理論の立場から見ようとする場合には，第1に経済成長理論における“均衡”の形式的概念，第2に経済成長理論における“安定性”及び“不安定性”の形式的概念を明確にしておく必要がある．最初の問題すなわち動態経済ないしは成長経済の動学的均衡状態に関する形式的概念に関して，われわれは，(1) 単一期間内均衡 single- or time-period equilibrium〔＝成長理論における短期均衡〕，(2) 時を通じての均衡 single- or time-period equilibrium over time〔＝成長理論における異時的均

衡〕, (3) 均斉成長均衡 balanced or steady-state growth equilibrium〔＝成長理論における長期均衡〕なる3の均衡状態に注目する．単一期間内均衡とはある特定の単一期間内に於て発生する均衡のことである．時を通じての均衡とは，不均衡状態が発生することなしに，均衡が時を通じて持続する状態を意味する．この意味において，時を通じての均衡状態は一時均衡が連続する状態と区別される．前者は不均衡状態の発生を認めておらないのに対し，後者ではそれが認められているからである[1)]．均斉成長均衡とは，時を通じての均衡状態の特殊ケースであり，体系内の全関連諸量の成長率が時を通じて同一不変の状態，換言すれば，体系は絶対的には拡大しているが全関連諸量間の相対比率は時を通じて変化しない状態を意味している．このように考えると，均衡分析法の手順 (1)〜(4) の均衡という用語には三つの内容，すなわち単一期間内均衡，時を通じての均衡そして均斉成長均衡，が含まれることになる．しかし手順 (1)〜(3) に関しては通常どの“均衡”に焦点を合せる場合にも同一のモデルで考察できるであろう．

第2の問題すなわち動態経済ないしは成長経済の動学的安定性に関する形式的概念は通常以下の定義に従っている：時を通じての均衡径路が安定であるとは，不均衡状態が発生した場合，体系が時を通じての均衡径路に復帰する傾向をもつことであり，一方均斉成長均衡径路が安定であるとは，時を通じての均衡径路が均斉成長径路から乖離した場合，体系が均斉成長均衡径路に復帰する傾向をもつことである．われわれはこの定義に従うことにし，今のところ，安定でないとき不安定と定義しよう．この定義から明らかなように，時を通じての均衡の安定性分析のケースでは，体系がその径路から乖離した場合の人々の行動を記述する仮定を導入しておく必要がある．一方，均斉成長均衡径路の安定性分析のケースでは不均衡状態は発生しないので，不均衡下における行動仮定は不必要である．かくて，時を通じての均衡径路の安定性分析と均斉成長均衡径路の安定性分析は区別されるべきであり，そのため前者は不均衡動学，後者は均衡動学と呼ばれている，

1. 2. 本小論のスコープ

われわれは，上記の均衡分析法に従って，2部門成長均衡モデルについて展望的研究を行なう．この小論ではむしろ固定的生産係数型生産関数を想定するモデルに重点がおかれ

1) Hicks〔6〕pp. 131〜132. 参照．以下の議論においては，単一期間内均衡の存在が明らかにされた後は，単一期間内均衡が存在しうる限り，時を通じての均衡が実現されるものと仮定する．

ている．しかし実際のところ，2部門成長均衡モデルは，要素の連続的代替の可能性を容認する連続可変的生産係数型生産関数を想定する，いわゆる新古典派の人々の間でより多大の成果が遂げられてきた．従って両者の対照性を見るという意味から，Ⅱ章においては新古典派の2部門モデルを紹介する．Uzawa 型モデルとしてとりわけ Drandakis〔1〕，Inada〔8〕のモデルが参照される．Ⅲ章においては，固定的生産係数型モデルを研究する．ここでは Shinkai〔16〕，Findlay〔3〕，Hicks〔6〕の分析法が踏襲される．Ⅳ章ではⅡ章，Ⅲ章で得た帰結を利用して全体的眺望を見る．

最後に，本論では，成長均衡モデルという表題が暗示しているように，不均衡動学は取り上げられてはおらない．不均衡状態とりわけ貯蓄投資の不均衡状態に於ける人々の行動仮定を特定化するためには，何らかの多少とも説得的な手続によって，その仮定がプロージブルであることを主張しえなければならないが，それは非常に難しい仕事であるというのが主たる理由である．また，「財市場に限って言えば，長期的に見れば見るほど不均衡状態は解消される.」とも言えるであろう．

Ⅱ．新古典派の2部門成長モデル

2. 1. 素　　描

新古典派の2部門成長モデルにおいて最も大きな貢献のあった文献として，われわれは Meade〔11〕，Uzawa〔20〕〔21〕を挙げることができる．Meade モデルは要素間の代替の弾力性概念を中心にしていること，技術進歩を明示的に導入しているということの2点にその特色を見ることができる．そして彼は，技術進歩のないケースでは，要素代替の弾力性が2つの産業部門に於て共に1に等しいならば，時を通じての成長均衡径路は均斉成長均衡径路と一致することを明らかにしている．しかし彼のモデルは，要素代替の弾力性が2つの産業部門で共に1であるという特殊ケースにおいて，しかも経済的に意味のある成長均衡径路が常に存在するものとして，均斉成長径路が実現されることを示している．要素代替の弾力性が2つの産業部門で1であるという場合を除いては均衡動学の分析を行なうことができない[1)]．かくて Meade 型モデルは，特殊事例を除いては，解存在の問題と比較動学の領域に分析範囲が限られる．

1) Cobb-Douglass の生産関数はこの特殊事例の1つである．また，一般的生産関数の下では特定解を求めることはできないので，特性の問題は主として比較動学の問題に移る．

一方 Uzawa は，〔20〕において，絶体値の体系を相対比率の体系に変形し，生産関数に設定された仮定を巧みに利用することによって，消費財産業部門の資本集約度が常に資本財産業部門の資本集約度よりも大なることが[1]，一意的単一期間内均衡の存在及び一意的均斉成長均衡の存在とその安定性に十分であることを明らかにした．実際このモデルは極めてエレガントなものであったが，Solow〔18〕はこのモデルに対して次のような疑問を提起した．第1に，Uzawa によると資本家は全て貯蓄し労働者は全て消費するものと仮定されているが，これは余りにも厳しい仮定である．第2に，もし貯蓄関数について異った仮定，例えば資本家も労働者も彼らの所得の一定割合を貯蓄するという仮定，を採用すれば，先の Uzawa の十分条件は必ずしも正当なものだとは言えないかもしれない．

Solow のこの疑問に答えて，Uzawa は，〔21〕において，消費財表示の粗（国民）所得の内一定比率が貯蓄されるケースについては，資本集約度条件の十分性はやはり妥当することを証明し，さらに粗（国民）所得に対する貯蓄性向が現行利子率と（1人当りの）粗（国民）所得の非減少関数であり，資本の限界効率が現行利子率と等しくなるとすれば，単一期間内均衡が存在し，また任意の時を通じての成長均衡径路は，（必ずしも特定ではないが）ある均斉成長均衡径路に時と共に収束することを明らかにした．こうして，Solow の疑問に答える努力が種々の異った貯蓄関数の下で展開されていく．

粗利潤（＝準地代）の一定割合及び実質賃金の一定割合がそれぞれ独立に貯蓄されるという想定の下に，Inada〔8〕，Drandakis〔1〕及び川又〔10〕は，資本集約度条件が一意的単一期間内均衡の存在及び一意的均斉成長均衡の存在とその安定性のための十分条件であることを明らかにした．本章では，Uzawa〔20〕〔21〕に従いつつ，この線に沿った Uzawa 型2部門成長モデルが紹介される．

また別の貯蓄関数の想定の下においても Uzawa 型モデルは研究されてきた．例えば，Inada〔9〕は，社会的効用指標が *C. E. S.* 関数によって表示される下での貯蓄関数を想定し，資本集約度条件の十分性を明示した．また，Sato〔15〕は，資本家はその所得の一定割合を貯蓄し，労働者は賃金所得の一定割合と財産所得の一定割合を貯蓄するという想定に立って，資本集約度条件が次の2点を成立させるに十分であることを示した：すなわち，1つに時を通じての成長均衡の存在とその大局的安定性[2]，2つに均斉成長均衡

1） この条件は“資本集約度条件”と呼ばれている．

2） Sats〔15〕は不均衡状態が発生する可能性をも考慮した．

の存在とその大局的安定性.

これまでのところでは，単一期間内均衡の存在及び均斉成長均衡の存在とその安定性に関しての十分条件を資本集約度の側面から見てきた．しかし一方においては，要素間の代替の弾力性の側面からも十分条件が検討されてきた．この線に沿う研究としては，先のMeadeは別としても，白井〔17〕，Drandakis〔1〕，Takayama〔19〕，川又〔10〕，Sato〔15〕，藤井〔2〕等枚挙にいとまがない．しかし本小論においてはこの角度からの分析の紹介は省略される．それは，既述の如く，われわれのⅡ章の目的は，連続可変的生産係数下のモデルを固定的生産係数下のモデルと対照させるためのものであり，しかも固定的生産係数という想定は要素間の代替の弾力性が零であるという特殊ケースの想定を意味しているから，代替の弾力性によって二つのモデルを対照させることには余り興味が湧かないからである.

2. 2. 仮　　定

新古典派2部門成長モデルは通常以下の諸仮定の下に組み立てられている.

(a) 二つの分割可能な産業部門，すなわち消費財産業部門と資本財産業部門が存在する．経常生産物としての消費財及び資本財はそれぞれ同質である.

(b) 生産要素として土地（ないしは自然資源)，労働及び資本財を考える．労働及び資本財はそれぞれ同質である．従って固定資本財と流動資本財の区別はなく，フローとしての資本財もストックとしての資本財も同質である.

(c) 完全競争が支配する結果，経常生産物の価格はその限界費用に等しく，要素用役の価格はその限界生産物の価値に等しい.

(d) 経済主体としての外国，国家及び政府は存在しない.

(e) 労働供給の成長率は外生的な諸力によって決定される.

(f) 資本財や労働の産業部門間の移動は費用なしで自由にできる.

(g) 経済的に意味のある単一期間内均衡が存在する限り，成長体系は常に均衡状態を保つものとする．従って労働や資本財に対する需給の不均衡は発生しない.

(h) 消費財をニュメレール numéraire（価値尺度財）とする.

さらにここでは次の諸仮定が追加される.

(i) 土地及び自然資源は十分豊富であり地代は発生しない．それゆえわれわれは要素として労働と資本財のみに注意を払えばよい.

（j） 規模に関して収穫不変の法則が両部門で支配している．従って生産関数は両部門共1次同次である．

（k） 生産関数は両要素に関して2回続けて微分可能であり，さらに両要素間の限界代替率は逓減する．

（l） 技術進歩はない．

（m） 粗利潤（＝準地代）からある1より大きくない正の一定割合が，賃金から別の1より小さい非負の一定割合が貯蓄される．後者の割合は前者のそれより大きくはない．

（n） 資本ストックは一定率で減価する．

2. 3. 記　　号

われわれは以下において次の記号を用いる．

Y_I：資本財産出量

Y_c：消費財産出量

K：資本財供給量

K_I：資本財部門の資本財需要量

K_c：消費財部門の資本財需要量

L：労働供給量

L_I：資本財部門の労働需要量

L_c：消費財部門の労働需要量

P_I：資本財の貨幣価格

P_c：消費財の貨幣価格

W：貨幣賃金率

Q：貨幣表示の資本収益率＝貨幣表示の粗利潤（準地代）率

$F_I(K_I, L_I)$：資本財部門の生産関数

$F_c(K_c, L_c)$：消費財部門の生産関数

$$y_I=\frac{Y_I}{L},\quad y_c=\frac{Y_c}{L},\quad l_I=\frac{L_I}{L},\quad l_c=\frac{L_c}{L}$$

$k=\dfrac{K}{L}$：総資本集約度（＝総資本労働比率）

$k_I=\dfrac{K_I}{L_I}$：資本財部門の資本集約度

$k_c=\dfrac{K_c}{L_c}$：消費財部門の資本集約度

$p=\dfrac{P_I}{P_c}$：消費財表示の資本財価格

$w=\dfrac{W}{P_c}$：実質賃金率

$q=\dfrac{Q}{P_c}$：消費財表示の資本収益率[1]（＝賃料率）

$\omega=\dfrac{w}{q}$：実質賃金率・賃料率比率

μ：資本財の減価償却率

λ：労働供給の成長率

s_q：粗利潤（＝準地代）からの貯蓄性向

s_w：賃金からの貯蓄性向

2. 4.　絶対値体系における単一期間内均衡体系

(2-1)　$Y_j=F_j(K_j,\ L_j),\ (j=I,c)$

(2-2)　$K=K_I+K_c$

(2-3)　$L=L_I+L_c$

(2-4)　$Q=P_j\dfrac{\partial F_j}{\partial K_j},\ (j=I,c)$

(2-5)　$W=P_j\dfrac{\partial F_j}{\partial L_j},\ (j=I,c)$

(2-6)　$P_IY_I=s_qQK+s_wWL$

(2-7)　$(Y_j,\ K,\ K_j,\ L,\ L_j,\ P_j,\ Q,\ W)\geqq\mathbf{0},\ (j=I,\ c)$

なる体系を考える．なおここでは次の仮定が設定されている．

(2-8)　任意の $K_j>0$, $L_j>0$, $(j=I,\ c)$, $\alpha>0$ に対して

(1)　$\alpha F_j(K_j,L_j)=F_j(\alpha K_j,\ \alpha L_j)$, $F_j(K_j,\ L_j)>0$

(2)　$F_j(K_j,\ L_j)$ は K_j, L_j に関して2回続けて微分可能

(3)　$\dfrac{\partial F_j}{\partial K_j}>0,\quad \dfrac{\partial F_j}{\partial L_j}>0,\quad \dfrac{\partial^2 F_j}{\partial K_j^2}<0,\quad \dfrac{\partial^2 F_j}{\partial L_j^2}<0$

(2—9)　$1\geqq s_q\geqq s_w\geqq 0$, $s_q>0$, $s_w<1$

1）　q はいわゆる rental rate であるが，これは通常の粗利潤率（＝準地代率）$\dfrac{Q}{P_I}$ とは異っている．

ここにおいて，(2-1) は両部門の生産関数，(2-2) は資本財市場の需給の完全雇用均衡条件，(2-3) は労働市場の需給の完全雇用均衡条件，(2-4) は資本財需要に関する限界生産力条件，(2-5) は労働需要に関する限界生産力条件，(2-6) は貯蓄投資の均等方程式，(2-7) は経済的観点からの制約条件，(2-8-1) は仮定 (j)，(2-8-2) 及び (2·8-3) は仮定(k)[1] を意味している．

いま s_q，s_w，及び $(K,\ L,\ P_c)>0$ をデータとすれば，体系 (2-1)〜(2-6) は未知数

1) 両要素間の限界代替率逓減の仮定は（2－8－3）の如く書くことができる．

今生産関数を (1) で表わし，

(1) $Y=F(K,\ L)$

(2) $F_K\equiv\dfrac{\partial F}{\partial K},\quad F_L\equiv\dfrac{\partial F}{\partial L},\quad F_{KK}\equiv\dfrac{\partial^2 F}{\partial K^2},\quad F_{KL}\equiv\dfrac{\partial F}{\partial K\partial L}\equiv F_{LK},\quad F_{LL}\equiv\dfrac{\partial^2 F}{\partial L^2},$

$F_K>0,\ F_L>0$

とすれば，等生産量曲線上においては

(3) $F_K dK+F_L dL=0$

ゆえに限界代替率は

(4) $-\dfrac{dK}{dL}=\dfrac{F_L}{F_K}>0$

(5) $-\dfrac{d^2K}{dL^2}=\dfrac{1}{F_K^3}(F_{LL}F_K^2-F_{LK}F_LF_K-F_{KL}F_KF_L+F_{KK}F_L^2)$

であるから $-\dfrac{d^2K}{dL^2}<0$ なら

(6) $F_{LL}F_K^2+F_{KK}F_L^2-2F_{LK}F_LF_K<0$

一方，生産関数の1次同次性の仮定によって

(7) $Y=F_KK+F_LL$

等生産量曲線上においては

(8) $(F_{KK}K+F_K+F_{LK}L)dK+(F_{KL}K+F_{LL}L+F_L)dL=0$

(8) より (3) を引いて

(9) $(F_{KK}K+F_{LK}L)dK+(F_{KL}K+F_{LL}L)dL=0$

任意の dK, dL について (9) が成立するためには

(10) $F_{KK}K+F_{LK}L=0,\quad F_{KL}K+F_{LL}L=0$

∴ (11) $F_{LK}=-F_{KK}\dfrac{K}{L}\qquad F_{KL}=-F_{LL}\dfrac{L}{K}$

これらを (6) に代入すれば，

(12) $F_{LL}<0,\ F_{KK}<0$

をえる．

の数も方程式の数も共に9個のコンシステントな体系となる．(2-7) を満す解存在の検討，これが最初の問題である．Uzawa に従って，先ず，(2-1)～(2-9) を相対値体系に変換してみよう．

2. 6. 相対値体系における単一期間内均衡体系

(2-10) $y_j=f_j(k_j)l_j$,[1] $(j=I, c)$； 但し$F_j(k_j, 1)\equiv f_j(k_j)$

(2-11) $k=k_I l_I+k_c l_c$

(2-12) $l=l_I+l_c$

(2-13) $q=pf'_I(k_I)=f'_c(k_c)$[2]

(2-14) $w=p[f_I(k_I)-f'_I(k_I)k_I]=f_c(k_c)-f'_c(k_c)k_c$[3]

(2-15) $py_I=s_q qk+s_w w$

(2-16) $(y_j, k, k_j, l_j, p, q, w)\geqq 0$, $(j=I, c)$

(2-17) (1) 任意の $k_j>0$ に対し，$f_j(k_j)$ は2回続けて微分可能

(2) 任意の $k_j>0$ に対し，$f_j(k_j)>0$, $f'_j(k_j)>0$, $f''_j(k_j)<0$[4]

(3) $\lim_{k_j\to 0} f(k_j)=0$, $\lim_{k_j\to\infty} f_j(k_j)=\infty$[5]

(4) $\lim_{k_j\to 0} f'_j(k_j)=\infty$, $\lim_{k_j\to\infty} f'_j(k_j)=0$

(2-18) $1\geqq s_q\geqq s_w\geqq 0$, $s_q>0$, $s_w<1$.

いま s_q, s_w 及び $k>0$ を所与とすれば，体系 (2-10)～(2-15) は未知数の数及び方程

1) (2－1) (2－8－1) より

$$Y_j=F_j(K_j, L_j)=L_jF_j(k_j, 1)=L_jf(k_j)$$

2) $$\frac{\partial F_j}{\partial K_j}=\frac{L_j\partial f_j(k_j)}{\partial K_j}=f'_j(k_j)$$

3) $$\frac{\partial F_j}{\partial L_j}=\frac{\partial[L_jf_j(k_j)]}{\partial L_j}=f_j(k_j)+L_jf'_j(k_j)\left(-\frac{K_j}{L_j^2}\right)=f_j(k_j)-f'_j(k_j)k_j$$

4) $f_j(k_j)>0$, $f'_j(k_j)>0$ は明らか．(但し，もちろん $K_j>0$, $L_j>0$ を仮定している．)

$$\frac{\partial^2 F_j}{\partial K_j^2}=\frac{\partial f'_j(k_j)}{\partial K_j}=f''_j(k_j)\left(\frac{1}{L_j}\right)<0 \quad \text{より} \quad f''(k_j)<0$$

5) (2－17－3) (2－17－4) は Uzawa [21] において新たに導入された仮定である．しかしこの仮定は必ずしも一般的なものではない．Drandakis [1] p. 226 を参照．

式の数が共に9個でコンシステントである．この体系において（2-16）を満す解の存在が明らかにされるならば，Lをもちいて絶対値体系が非負解をもつことは容易に分る．しかし生産関数が特定化されておらないので，特定解を求めることはできない．

2．7．単一期間内均衡の決定

（2-13）（2-14）より $q \neq 0$ とすれば

（2-19）　$\omega = \dfrac{f_j}{f'_j} - k_j$,（$j=I$, c）；但し $f_j \equiv f_j(k_j)$

ゆえにいま $\omega = \xi_j(k_j)$ とすれば，$k_j > 0$ の時（2-17-2）によって

（2-20）　$\dfrac{d\xi_j}{dk_j} = -\dfrac{f_j f''_j}{\left(f'_j\right)^2} > 0$

また（2-17-3）（2-17-4）によって

（2-21）　$\lim\limits_{k_j \to 0} \xi_j(k_j) = 0$, $\lim\limits_{k_j \to \infty} \xi_j(k_j) = \infty$[1)]

かくして $\omega = \xi_j(k_j)$ は定義域（0, $+\infty$）に関して値域（0, $+\infty$）の単調増加関数．従って定義域（0, $+\infty$），値域（0, $+\infty$），なる単調増加な逆関数 $k_j = \xi_j^{-1}(\omega)$ が存在する．今後この逆関数を $k_j = k_j(\omega)$ で示すと，

（2-22）　$\lim\limits_{\omega \to 0} k_j(\omega) = 0$, $\lim\limits_{\omega \to \infty} k_j(\omega) = \infty$

であり，$\omega > 0$ の時（2-20）を見て

（2-23）　$\dfrac{dk_j}{d\omega} = -\dfrac{\left(f'_j\right)^2}{f_j f''_j} > 0$

をえる．かくて全ての $\omega > 0$ に対して $k_j > 0$ が一意的に決定される．

次に（2-10）（2-13）（2-19）を（2-15）に代入すると

1）

$$\lim_{k_j \to \infty} \xi_j(k_j) = \lim_{k_j \to \infty} \left(\frac{f_j}{f'_j} - k_j \right) = \lim_{k_j \to \infty} k_j \left(\frac{\dfrac{f_j}{f'_j}}{k_j} - 1 \right)$$

$$= \lim_{k_j \to \infty} k_j \left(\lim_{k_j \to \infty} \frac{\left(f'_j\right)^2 - f''_j f_j}{\left(f'_j\right)^2} - 1 \right) = \lim_{k_j \to \infty} k_j \lim_{k_j \to \infty} \left(-\frac{f''_j f_j}{\left(f'_j\right)^2} \right) = \infty$$

ここではわれわれは，暗黙の内に，$\lim\limits_{k_j \to \infty} f''_j(k_j) < 0$ を仮定している．しかしこの仮定は容認されえないかもしれない．その場合には，以下の議論を若干修正する必要があるが，それが結論に与える影響はさして重要なものではないように思う．

(2-24) $(\omega+k_I)l_I=s_q k+s_w\omega$

いま $\omega>0$ とし，しかも任意の ω に対して $k_I(\omega)\fallingdotseq k_c(\omega)$ ならば，(2-11) (2-12) より

(2-25) $l_I=\dfrac{k-k_c}{k_I-k_c}$, $l_c=\dfrac{k_I-k}{k_I-k_c}$, 但し $k_j=k_j(\omega)$

であるから，これを (2-24) に代入して k を求めると，

(2-26) $k=\Psi(\omega)=\dfrac{k_I k_c+[(1-s_w)k_c+s_w k_I]\omega}{s_q k_c+(1-s_q)k_I+\omega}$

$\Psi(\omega)$ を ω に関して微分すると

(2-27)
$$\Psi'(\omega)=\frac{1}{[s_q k_c+(1-s_q)k_I+\omega]^2}\times\left(\begin{array}{l}-(k_I-k_c)\{(s_q-s_w)k_I-s_q(1-s_w)(k_I-k_c)\}\\+(k_c+\omega)(s_w\omega+s_q k_c)k'_I+(k_I+\omega)\{(1-s_q)k_I+(1-s_w)\}k'_c\end{array}\right)$$

もし $1>s_q=s_w>0$ なら任意の $\omega>0$ に対して $\Psi'(\omega)>0$ となり，$1\geqq s_q>s_w\geqq0$ なら任意の $\omega>0$ に対して，$k_c>k_I$ は $\Psi'(\omega)>0$ の十分条件となる．そこで以下では任意のデータ $1\geqq s_q\geqq s_w\geqq0$，$s_q>0$，$s_w<1$ に対して $\Psi(\omega)$ が任意の $\omega>0$ の単調増加関数となることを保証する1つの条件として，任意の $\omega>0$ に対して $k_c(\omega)>k_I(\omega)$ が成立していることを仮定する．この仮定の下では

(2-28) $\lim\limits_{\omega\to0}\Psi(\omega)=0$, $\lim\limits_{\omega\to\infty}\Psi(\omega)=\infty$ 1)

が成立するから，結局 $k=\Psi(\omega)$ は定義域 $(0,+\infty)$ に対し値域 $(0,+\infty)$ の単調増加関数．従って定義域 $(0,+\infty)$，値域 $(0,+\infty)$ なる単調増加な逆関数 $\omega=\Psi^{-1}(k)$ が存在する．今後この逆関数を $\omega=\omega(k)$ で示すと

(2-29) $\lim\limits_{k\to0}\omega(k)=0$, $\lim\limits_{k\to\infty}\omega(k)=\infty$

1）
$$\lim_{\omega\to\infty}\Psi(\omega)=\lim_{\omega\to\infty}\frac{\dfrac{k_I}{\omega}+(1-s_w)+\dfrac{k_I}{k_c}s_w}{\dfrac{1}{\omega}s_q+\dfrac{1}{\omega}\dfrac{k_I}{k_c}(1-s_q)+\dfrac{1}{k_c}}=\infty$$

次に $\max\left(\lim\limits_{\omega\to0}k_I,\ \lim\limits_{\omega\to0}\omega\right)=\beta$ とおくと，

$$\lim_{\omega\to0}\Psi(\omega)=\frac{\dfrac{k_I}{\beta}+(1-s_w)\dfrac{\omega}{\beta}+s_w\dfrac{k_I}{k_c}\dfrac{\omega}{\beta}}{s_q\dfrac{1}{\beta}+(1-s_q)\dfrac{k_I}{k_c}\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{\omega}{\beta}}=0$$

(2-30) $\dfrac{d\omega}{dk}=\dfrac{1}{\Psi'(\omega)}>0$

が成立し，全ての $k>0$ に対して $\omega>0$ が一意的に決定される.

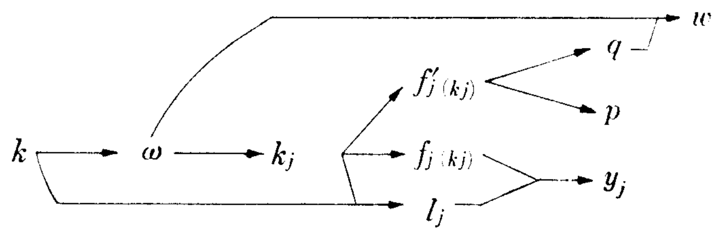
次に $l_j\geqq 0$ が存在するためには，仮定によって $k_c>k_I$ であるから，$k_c\geqq k\geqq k_I(k_c>k_I)$ であればよい．特に $k_c>k>k_I$ なら $l_j>0$ が成立する．(2-26) によって

(2-31) $k-k_c=\dfrac{(k_I-k_c)(s_qk_c+s_w\omega)}{s_qk_c+(1-s_q)k_I+\omega}$, $\quad k_I-k=\dfrac{(k_I-k_c)\{(1-s_q)k_I+(1-s_w)\omega\}}{s_qk_c+(1-s_q)k_I+\omega}$

となるが，仮定 (2-18) によって，常に $k_c>k>k_I$ が成立し，従って任意のデータ $k>0$ に対して $l_j>0(j=I, c)$ が一意的に決定されることが分る.

残る変数 y_j, q, w, p の決定を考えよう．(2-10) (2-13) (2-14) (2-17) を考慮すれば，任意のデータ $k>0$ に対して $(y_j,\ q,\ w,\ p)>0$ が一意的に決定されることは，次の図によって明白である.

(2-32)[1]



以上に得た帰結を次のようにまとめておこう.

定理．2．1. 仮定 (2-17) (2-18) の下にs_q, s_w, $k(L>0,\ K>0)$ が与えられている．この時 $k_c>k_I$ ならば，体系 (2-10)〜(2-16) は正の一意解をもつ.

2．6． 均斉成長均衡の存在

2．6．及び 2．7．では，既述のごとく，経済的に意味のある単一期間内均衡が存在しうる限り，時を通じての成長均衡が実現されると仮定する.

仮定 (e) 及び (n) によって

(2-33) $\dfrac{\dot{L}}{L}=\lambda$ [2]

1） 白井〔17〕p. 12. の図を殆んどそのまま借用した．なお（2－14）を見れば明らかなように w は他の方法によっても決定される.

2） $\dfrac{d}{dt}\equiv{}^{\bullet}$，例えば $\dfrac{dL}{dt}\equiv\dot{L}$

(2-34)　$\frac{\dot{K}}{K}=\frac{y_I}{k}-\mu$[1)]

一方，時間の変化による $k=\frac{K}{L}$ の変化率は

(2-35)　$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{y_I}{k}-\mu-\lambda$[2)]

また，(2-13)(2-14)(2-15)(2-19) を用いると

(2-36)　$\frac{y_I}{k}=\varphi(k)=\frac{s_q k+s_w\omega}{k}f'_I$

であるから，(2-35) を

(2-37)　$\frac{\dot{k}}{k}=\varphi(k)-\mu-\lambda$

と書いておく.

ここで (2-37) の左辺を零とする特定の k をk^* で表わそう．もし正の k^* が存在するならば，$k=k^*$ の時 k は時を通じて不変であり，従って他の事情に変化がない限り，k の関数 y_j，k_j，l_j，p，q，w もまた時を通じて不変である．一方，数量の絶対値に関して言うと，K が労働供給の成長率 λ で成長することは明らかであるが，

(2-38)　$Y_j=y_jL$，$K_j=k_jl_jL$，$L_j=l_jL$

を考慮すれば，Y_j，K_j，L_j がやはり λ の率で成長していくことは明らかである．このことから k^* は均斉資本労働比率 balanced capital-labour ratio と呼ばれている．

今 $\varphi(k)$ の対数をとって k に関する導関数を求めると，(2-23) を考慮して

(2-39)　$\frac{1}{\varphi(k)}\cdot\varphi'(k)=-\frac{s_w\omega}{k(s_qk+s_w\omega)}+\frac{s_wk_I-s_qk}{(s_qk+s_w\omega)(\omega+k_I)}\omega'(k)$[3)]

を得る．ここで再び任意の $k>0$ に対し $k_c>k_I$ を仮定すると，既述のごとく $k_c>k>k_I$．さらに (2-30) より $\omega'(k)>0$ だから，結局 (2-39) の右辺第2項は任意の $k>0$ に対し

1）　仮定 (n) と定義によって　$\dot{K}=Y_I-K\mu$

2）　$\dot{k}=\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{dt}=\frac{\dot{K}L-K\dot{L}}{L^2}=\frac{K}{L}\left(\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{L}}{L}\right)$．これに (2-33)(2-34) を代入する.

3）　$\frac{1}{\varphi}\varphi'=\frac{1}{s_qk+s_w\omega}(s_q+s_w\omega')-\frac{1}{k}+\frac{1}{f'_I}f''_Ik'_I\omega'=\frac{s_q+s_w\omega'}{s_qk+s_w\omega}-\frac{1}{k}-\frac{\omega'}{\omega+k_I}$

なお対数を取って微分したのは計算の便宜上のことにすぎない.

て負．一方任意の $k>0$ に対して $\varphi(k)>0$ であるから，これらを綜合して，$\varphi(k)$ は定義域 $(0, +\infty)$ に関して単調減少関数である．さらに

$$(2\text{-}40)\quad \lim_{k\to 0}\varphi(k)=\infty,\qquad \lim_{k\to\infty}\varphi(k)=0$$ [1)]

であるから，任意のデータ $\lambda+\mu>0$ に対して正の k^* がただ一つ存在する．以上をまとめると，

定理 2．2．仮定 (2-17) (2-18) の下において s_q，s_w を所与とする時，任意の $k>0$ に対して $k_c>k_I$ ならば，体系 (2-10)〜(2-16) は，データ $\lambda+\mu>0$ に対して，正の一意的均斉成長均衡解をもつ．

2．7．均斉成長均衡の安定性

k^* の安定性を検討するために (2-37) を

$$(2\text{-}41)\quad \frac{\dot{k}}{k}=\varphi(k)-\varphi(k^*)$$

と書こう．いま任意の初期データ $k>0$ に関して，$k>k^*$ なら，$\varphi(k)<\varphi(k^*)$ だから $\dfrac{\dot{k}}{k}<0.$[2)] ゆえに k は時と共に減少して k^* に収束する．逆に $k<k^*$ なら，$\varphi(k)>\varphi(k^*)$ だから $\dfrac{\dot{k}}{k}>0.$ ゆえに k は時と共に増加して k^* に収束する．かくして k^* は安定である．このことは k^* に対応する y^*_j，k^*_j，l^*_j，p^*，q^*，w^* の安定性を意味し，ひいてわ均斉成長均衡径路——その成長率は λ——の安定性を意味している．このように，時を通じての成長均衡が実現されるものとすれば，資本集約度条件が満されているもとでは，その径路は成長率 λ の径路となる．以上をまとめて，

定理 2．3．仮定 (2-17) (2-18) の下において s_q．s_w 及び初期の $k(\fallingdotseq k^*$，$L>0$，$K>0)$ を所与とする時，資本集約度条件は，体系 (2-10)〜(2-16) の均斉成長均衡解が安定であるに十分である．

---

1) $\displaystyle \lim_{k\to 0}\varphi(k)=\lim_{k\to 0}\left(s_q+s_w\frac{\omega}{k}\right)f'_I=\infty$．一方 (2-19) より $\displaystyle \frac{\omega}{k}f'_I=\frac{f_I}{k}-\frac{k_I}{k}f'_I$

$$\therefore \lim_{k\to\infty}\varphi(k)=\lim_{k\to\infty}\left(s_qf'_I+s_w\frac{f_I}{k}-\frac{k_I}{k}s_wf'_I\right)=s_w\lim_{k\to\infty}\frac{f_I}{k}=0$$

$$\left(\because\quad 0\leqq\lim_{k\to\infty}\frac{f_I}{k}\leqq\lim_{k\to\infty}\frac{f_I}{k_I}=\lim_{k\to\infty}f'_I=0\right)$$

2) われわれは，やはり，任意の $k>0$ に対し $k_c>k_I$ を想定している．

2．8． 価格の時間経路

最後に q，w，p の時間経路を見ることにしよう．(2-13) (2-14) (2-19) (2-23) を利用して q，w，p の t に関する導関数は，それぞれ，

$$\text{(2-42)}^{1)}\quad \begin{aligned} &(1)\quad \dot{q}=f''k_c'\omega'\dot{k} \\ &(2)\quad \dot{w}=\left(\frac{1}{\omega}+\frac{1}{\omega+k_c}\right)\omega' w\dot{k} \\ &(3)\quad \dot{p}=-\frac{k_I-k_c}{(\omega+k_I)(\omega+k_c)}\omega' p\dot{k} \end{aligned}$$

によって与えられる．任意の $k>0$ に対して $k_c>k_I$ ならば，任意のデータ $k>0$ に対して，$f''<0$，$(\omega,\ \omega',\ k_I,\ k_c,\ k_c',\ w,\ p)>\mathbf{0}$ であるから，結局，

$$\text{(2-43)}\quad \begin{aligned} &(1)\quad sgn\ \dot{q}=-sgn\ \dot{k},\ \dot{k}=0 \text{ なら } \dot{q}=0 \\ &(2)\quad sgn\ \dot{w}=\ \ sgn\ \dot{k},\ \dot{k}=0 \text{ なら } \dot{w}=0 \\ &(3)\quad sgn\ \dot{p}=\ \ sgn\ \dot{k},\ \dot{k}=0 \text{ なら } \dot{p}=0 \end{aligned}$$

を得る．先に見たように $k>k^*$ なら $\dot{k}<0$ であるから $\dot{q}>0$，$\dot{w}<0$，$\dot{p}<0$．すなわち初期データの資本労働比率 k が均斉成長均衡を保証する資本労働比率 k^* を上回っている場合には，k が k^* に復帰する過程において，消費財表示の資本収益率は上昇し，実質賃金率は下落し，消費財表示の資本財価格は下落する．換言すると，資本集約度条件が満されている時に，時を通じての成長均衡が実現されるためには，q の上昇，w 及び p の下落が必要である．$k<k^*$ のケースには逆の結果を得る．

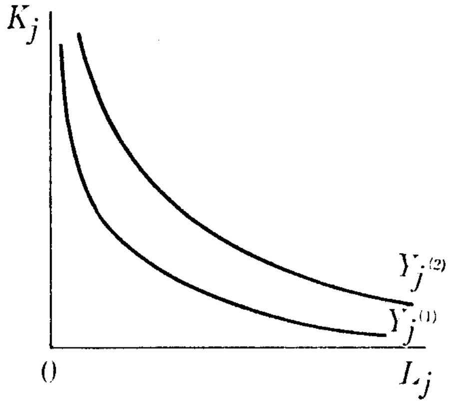
Ⅲ．固定的生産係数下の2部門成長モデル

3．1． 固定的生産係数

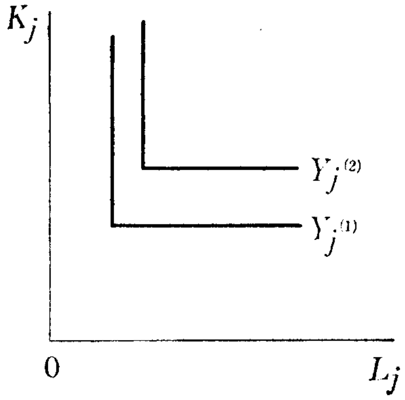
前章では，生産関数 F_j は1次同次で任意の正の K_j，L_j で2回続けて微分可能であり，K_j と L_j の限界代替率が逓減することが仮定されていた．この章では，選択可能な技術が1つしかなく，従って生産関数 $Y_j=F_j(K_j,\ L_j)$ において，生産係数 $\frac{K_j}{Y_j}$ 及び $\frac{L_j}{Y_j}$ が固定しており $\frac{K_j}{L_j}$ は常にある一定比率でしか用いることができないという特殊ケースに注意が向けられる．前章における等生産量曲線とこの章の等生産量曲線は周知の二つの図によって示されよう（第1図，第2図）．もちろん二つの図はいずれも規模に関

1） w，p については対数をとって微分した．

して収穫不変が成立するように描かれている.



〔第 1 図〕



〔第 2 図〕

2個以上有限個の代替的技術が存在するという場合には，第1図と第2図の中間的ケース，すなわち等生産量曲線が原点に対して凸の有限個の点でキンクする多角形，によって示されよう．われわれは前章とこの章において両極端の生産関数を想定していることになる．

ところで固定的生産係数を想定する分析は2つの産業部門といった特殊事例ではなく，もっと一般的に，n この産業部門を想定するいわゆる多部門分析の形態を取るのがむしろ通常のやり方である．分析の一般性という観点から言えば，やはり n 部門分析でなければいけない．しかし経済的観点から言うと，資本財産業部門と消費財産業部門という2分法はそれ自身非常に興味深いものであり，またこの分類法の結果 n 部門分析の場合よりも何か明確な結論が得られるという期待があれば，2部門分析の効用は決して小さいものではない．

とにかくわれわれがこの章で目的とすることは，Shinkai〔16〕，Findlay〔8〕，Hicks〔6〕の分析を結合発展させることである．Shinkai 及び Findlay は共に，そのモデルが Robinson 夫人の「資本蓄積論」に類似しているないしは着想を得ていることを明言している．従ってこのタイプの分析の貢献者の1人として彼女の名を挙げるべきかも知れない．しかし例えば〔13〕を見ると明らかなように，Robinson 夫人は企業の“血気” animal spirits すなわち所望蓄積率を，第一次接近として，期待利潤水準の関数と見なし，この蓄積（率）関数を均衡体系の一つの方程式に数えている．一方この章で取り上げられるモデルには蓄積（率）関数ないしは投資関数は導入されていない．既述の如く，われわれの

分析は事前的にも事後的にも貯蓄投資が均等するという事態に限定されている．われわれには定かではないが，それは非常に特殊な事態と言えるかもしれない．しかし Robinson 夫人〔13〕も認めているように，蓄積（率）関数ないしは投資関数には一致した説がないというに止まらず，蓄積の理由を明らかにするためには，経済の歴史的，政治的，心理的特徴を研究しなければならない．再述することになるが現在のわれわれにはそれは手におえない仕事である．このような理由から，この章のモデルを Robinson 型モデルと呼ぶには異論があろう[1)]．

3．2．　単一期間内均衡体系

さて前章で採用された仮定の内 (*a*) (*b*) (*d*) (*e*) (*f*) (*g*) (*h*) (*i*) (*l*) (*m*) (*n*) をそのままにしておこう．新しい記号として次の5つを導入する．他の記号は以前と同一である．

$r=\dfrac{q}{p}$：資本利潤（＝準地代）率

$\left.\begin{array}{l} a_I>0\ （資本財）^{2)} \\ b_I>0\ （労\quad 働） \end{array}\right\}$：資本財の生産係数

$\left.\begin{array}{l} a_c>0\ （資本財） \\ b_c>0\ （労\quad 働） \end{array}\right\}$：消費財の生産係数

従って定義によって

(3-1)　$\dfrac{a_I}{b_I}=k_I,\quad \dfrac{a_c}{b_c}=k_c$

まず次の5つの方程式を列挙しよう．

(3-2)　$K=K_I+K_c$

(3-3)　$L=L_I+L_c$

(3-4)　$P_IY_I=QK_I+WL_I$

(3-5)　$P_cY_c=QK_c+WL_c$

(3-6)　$P_IY_I=s_qQK+s_wWL$

1）　Robinson〔14〕参照．しかし Robinson 夫人の蓄積（率）関数をこの章のタイプのモデルに導入することによって，不均衡動学の領域にまで分析を拡大する努力もまたなされている．（例えば生田〔7〕） こうした方向こそ真の Robinsonian と呼ばれるであろう．

2）　$(a_I,\ b_I,\ a_c,\ b_c)\geqq 0$ としてもよいが，この時には分析上困難が生ずるケースがあるので，ここでは $(a_I,\ b_I,\ a_c,\ b_c)>0$ とする．なお $\geqq 0$ は $\geqq 0,\ \neq 0$ のことである．

(3-2) (3-3) (3-6) は (2-2) (2-3) (2-6) と全く同一である. (3-4) は資本財部門の収支均等を, (3-5)は消費財部門の収支均等を示し, また (3-4) (3-5) は均衡下においては両部門の貨幣利潤率 Q 及び貨幣賃金率 W は等しいことをも意味している. 生産関数はそれぞれ

(3-7) $K_I=a_IY_I,\quad L_I=b_IY_I$

(3-8) $K_c=a_cY_I,\quad L_c=b_cY_c$

によって与えられる. 仮定 (h) によって貨幣的問題を除去し, また資本利潤率の定義をも考えに入れると, $L>0$ ならば, われわれは (3-9)~(3-17) の均衡体系を得る.

(3-9) $k=k_Il_I+k_cl_c$

(3-10) $1=l_I+l_c$

(3-11) $k=a_Iy_I+a_cy_c$

(3-12) $1=b_Iy_I+b_cy_c$

(3-13) $p=a_Iq+b_Iw$

(3-14) $1=a_cq+b_cw$

(3-15) $q=rp$ [1)]

(3-16) $py_I=s_qqk+s_ww$

(3-17) $(k,\ l_j,\ y_j,\ p,\ r,\ q,\ w)\geqq\mathbf{0},\ (j=I,c)$

ここで

(3-18) $1\geqq s_q\geqq s_w\geqq 0,\ s_q>0,\ s_w<1$

を満す s_q, s_w, $(a_I,\ b_I,\ a_c,\ b_c)>\mathbf{0}$ 及び $k>0(L>0,\ K>0)$ をデータとすると, 未知数の数も方程式の数も共に8個で体系 (3-9)~(3-16) は均衡とコンシステントである. この体系は解存在の条件を満しておれば解くことができる. しかも (3-9) (3-10) によって l_j が, また (3-11) (3-12) によって y_j がそれぞれ独立に求められ, 次に (3-13) (3-14) (3-16) から q, w, p が求められるので, 通常は方程式を解くこと自体は非常に易しい. そこでわれわれは (3-9) (3-10), (3-11) (3-12), (3-13) (3-14) (3-16) を次のような3つの連立1次方程式にまとめよう.

(3-19) $\begin{pmatrix} k_I & k_c \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} l_I \\ l_c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$

1) 変数値決定上はこの方程式は大して重要な役割を果さない.

$$(3\text{-}20)\quad \begin{pmatrix} a_I & a_c \\ b_I & b_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_I \\ y_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(3\text{-}21)\quad \begin{pmatrix} a_I & b_I & -1 \\ a_c & b_c & 0 \\ s_q k & s_w & -y_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ w \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

さらに（3-19）（3-20）（3-21）の各連立方程式の係数行列をそれぞれ D, E, H とし，その行列式を ς, ε, η としておこう．すなわち

$$(3\text{-}22)\quad \begin{aligned} &\begin{pmatrix} k_I & k_c \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \equiv D,\ \begin{pmatrix} a_I & a_c \\ b_I & b_c \end{pmatrix} \equiv E,\ \begin{pmatrix} a_I & b_I & -1 \\ a_c & b_c & 0 \\ s_q k & s_w & -y_I \end{pmatrix} \equiv H \\ &\begin{vmatrix} k_I & k_c \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \equiv \varsigma,\ \begin{vmatrix} a_I & a_c \\ b_I & b_c \end{vmatrix} \equiv \varepsilon,\ \begin{vmatrix} a_I & b_I & -1 \\ a_c & b_c & 0 \\ s_q k & s_w & -y_I \end{vmatrix} \equiv \eta \end{aligned}$$

いま $k_I = k_c$ としよう．この時 $\varsigma=0$ となるから，（3-19）が（多数）解をもつためにはデータ k が $k=k_I=k_c$ を満すことが必要かつ十分である．こうした事態は極めてありそうにないことであるが，とにかく $k=k_I=k_c$ が成立すれば，（3-10）を満す任意の $(l_I,\ l_c) \geqq \mathbf{0}$ は（3-17）とコンシステントな（3-19）の解である．

次に $k_I \neq k_c$ なら $\varsigma \neq 0$ であるから（3-19）は一意解をもって，その解は

$$(3\text{-}23)\quad l_I = \frac{k-k_c}{k_I-k_c},\qquad l_c = \frac{k_I-k}{k_I-k_c}$$

である．ところでこの解 $(l_I,\ l_c)$ が（3-17）を満すためには，$k_I > k_c$ なら $k_I \geqq k \geqq k_c$，$k_I < k_c$ なら $k_I \leqq k \leqq k_c$ なる条件を k が満すことが必要かつ十分である．

以上の二つの状況を綜合すれば，均衡体系（3-9）～（3-17）が解をもつためには，データ k は，

$$(3\text{-}24)\quad \begin{aligned} &(1)\quad k_I = k_c \text{ なら，} k = k_I = k_c \\ &(2)\quad k_I \neq k_c \text{ なら，} \min(k_I,\ k_c) \leqq k \leqq \max(k_I,\ k_c) \end{aligned}$$

を満すことが必要である．もし労働及び資本の完全雇用ということばを字義通りに 100 %の雇用という意味に解釈すると，条件（3-24）は極めて厳しいものと言わねばならない．

さて非常に起りにくいケースであるが，$k_I=k_c$ なるときに，データ k が（3-24-1）を満しているとしよう．このとき $\varepsilon=a_Ib_c-a_cb_I=b_Ib_c(k_I-k_c)=0$，$kb_c-a_c=0$，$a_I-kb_I=0$ であるから，連立方程式（3-20）は多数解をもつ．（3-12）を満す任意の $(y_I, y_c)\geqq 0$ は（3-17）とコンシステントな（3-20）の解である．

次に $k_I\neq k_c$ のときにデータ k が（3-24-2）を満しているものとする．このとき $\varepsilon\neq 0$ であるから（3-20）は一意解をもって，

$$(3\text{-}25)\quad y_I=\frac{k-k_c}{b_I(k_I-k_c)},\qquad y_c=\frac{k_I-k}{b_c(k_I-k_c)}$$

となる．解 $(y_I,\ y_c)$ が（3-17）を満すことは明らかである．

残る方程式は（3-21）であるが，ここでは次の手順によって考えていこう．

①（3-24-1）が成立するときに $\eta=0$ となった場合，②（3-24-2）が成立するときに $\eta=0$ となった場合，③（3-24-1）が成立するときに $\eta\neq 0$ となった場合，④（3-24-2）が成立するときに $\eta\neq 0$ となった場合．

$$(3\text{-}26)\quad \eta=s_qb_ck-s_wa_c-y_I\varepsilon$$

において，$\eta=0$ のときに連立方程式（3-21）が（多数）解をもつためには，

$$(3\text{-}27)\quad \begin{vmatrix} 0 & b_I & -1 \\ 1 & b_c & 0 \\ 0 & s_w & -y_I \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_I & 0 & -1 \\ a_c & 1 & 0 \\ s_qk & 0 & -y_I \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_I & b_I & 0 \\ a_c & b_c & 1 \\ s_qk & s_w & 0 \end{vmatrix}=0$$

の成立が必要十分である．従って

$$(3\text{-}28)\quad \begin{array}{ll} (1) & s_qb_ck-s_wa_c-y_I\varepsilon=0 \\ (2) & -s_w+y_Ib_I=0 \\ (3) & s_qk-y_Ia_I=0 \\ (4) & s_qb_Ik-s_wa_I=0 \end{array}$$

が成立するならば，(3-21)は(多数)解をもつ．ところで①の場合には $\eta=a_c(s_q-s_w)=0$ より $1>s_q=s_w>0$ である．ここで $s_q=s_w=s$ とおくと，（3-28-2）あるいは（3-28-3）より，（3-21）が解をもつためには $y_I=\dfrac{s}{b_I}$ が必要．逆に $s_q=s_w=s$，$y_I=\dfrac{s}{b_I}$ なら（3-28）は成立しており[1]，また（3-12）より $y_c=\dfrac{1-s}{b_c}>0$ を得るから，以上を綜合する

1） いま階数 rank を示す記号を ρ，（3-21）の定数項列ベクトルを $\boldsymbol{u}$ で示すと，（3-21）が解をもつための必要十分条件は $\rho(H)=\rho(H,\ \boldsymbol{u})$ であるケース①では $s_q=s_w=s$，＊

と：(3-24-1) 及び $s_q=s_w$ が成立すると体系 (3-9)～(3-17) は（多数）解をもつ.

ところで $k=k_I=k_c$ なる時には (3-9) と (3-10), 及び (3-11) と (3-12) はそれぞれ従属した方程式となり，通常は y_j と $l_j(j=I,c)$ の対応関係を導くことができなくなってしまう. そこで (3-9)～(3-17) がその原モデルたる絶対値体系と矛盾のないようにするためには, (3-7) あるいは (3-8) から適当な方程式を借用してこなければならない. そこで $L_I=b_IY_I$ なる方程式を借用することにすれば, L で割って $l_I=b_Iy_I$ を得る. ケース①では，解をもつならば $y_I=\frac{s}{b_I}$ であったから，結局均衡においては $l_I=s$, さらに (3-10) によって $l_c=1-s$ となっている. 均衡においては p もまた固定されてしまう. なぜなら (3-16) 及び (3-14) を見て,

$$p=\frac{s}{y_I}(qk+w)=\frac{s}{y_Ib_c}(qa_c+wb_c)=\frac{s}{y_Ib_c},\ \text{ゆえに},$$

$$(3\text{-}29)\qquad p=\frac{b_I}{b_c}=\frac{a_I}{a_c}$$

かくて $l_I=s$, $l_c=1-s$, $y_I=\frac{s}{b_I}$, $y_c=\frac{1}{b_c}(1-s)$, $p=\frac{a_I}{a_c}$, (3-14) を満す任意の $(q,\ w)\geqq 0$ 及び $r=\frac{q}{p}$ は (3-9)～(3-17) の解である. 以上が①のケースである.

②の場合には (3-28-2) (3-28-3) より $s_w=b_Iy_I$, $s_q=\frac{a_Iy_I}{k}$ でなければならないが，逆にこれらの s_w, s_q は (3-28) を満足させる. 従って $s_w=b_Iy_I$, $s_q=\frac{a_Iy_I}{k}$ は②のケースにおいて連立方程式 (3-21) が（多数）解をもつに必要十分である. ここで s_w, s_q に (3-25) によって得られる y_I を代入すると

$$(3\text{-}30)\qquad s_w=\frac{k-k_c}{k_I-k_c},\qquad s_q=\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}=\frac{k_I}{k}s_w$$

仮定 (3-18) によって $s_q\geqq s_w$, $s_w<1$ であるから $k_I>k$ でなければならない. 一方 (3-23) より, l_c が (3-17) を満すためには, $k_I\fallingdotseq k_c$, $k<k_I$ を考慮すれば, $k_I>k_c$ でなければならない. 次に l_I が (3-17) を満すためには $k\geqq k_c$ が必要である. ところが仮定によって $s_q>0$ であるから, (3-30) を見て $k>k_c$ が成立しておらねばならない. かくして (3-9)～(3-17) が（多数）解をもつためには，データ k は

* $y_I=\frac{s}{b_I}$ の時 $\rho(H)=\rho(H,\ \boldsymbol{u})=2$ である，階数概念を導入すればわれわれの説明はもっと簡潔なものになるかもしれないが，ここでは未知数の個数も少いし，係数行列は正方であり，とにかく未知数の個数と方程式の個数が一致しているので，階数概念の導入なしに問題を解決することができる.

(3-31)　$k_I > k > k_c$

を満しておらねばならない．逆に (3-30) (3-31) が成立するならば，(3-23) (3-25) によって与えられる l_j，$y_j(j=I,\ c)$，(3-13) (3-14) を満す任意の $(q,\ w,\ p) \geqq \mathbf{0}$，及び $r=\frac{q}{p}$ は (3-9)～(3-17) の解である．以上を綜合すると：(3-30) (3-31) が成立するならば，体系 (3-9)～(3-17) は (多数) 解をもつ．以上が②のケースである.[1]

$\eta \neq 0$ のときには，y_I を所与とすれば，連立方程式 (3-21) は一意解をもち，その解は

$$\text{(3-32)}\quad \begin{aligned} &(1)\quad q=\frac{1}{\eta}(b_I y_I - s_w) \\ &(2)\quad w=\frac{1}{\eta}(s_q k - a_I y_I) \\ &(3)\quad p=\frac{1}{\eta}(s_q b_I k - s_w a_I) \end{aligned}$$

によって与えられる.

さて③の場合には $\varepsilon=0$，$\eta \neq 0$ であるから，(3-26) をみて $\eta=a_c(s_q-s_w)\neq 0$ より $s_q \neq s_w$．一方仮定 (3-18) によって $s_q \geqq s_w$ であったから，いまや $s_q > s_w$ で $\eta > 0$．$k=k_I=k_c$ であることを考慮すれば，結局

$$\text{(3-33)}\quad \begin{aligned} &(1)\quad q=\frac{b_I y_I - s_w}{a_c(s_q-s_w)} \\ &(2)\quad w=\frac{k_I(s_q-b_I y_I)}{a_c(s_q-s_w)} \\ &(3)\quad p=\frac{a_I}{a_c}=\frac{b_I}{b_c} \end{aligned}$$

$p>0$ であるから，q，w が (3-17) を満すためには

(3-34)　$\frac{s_w}{b_I} \leqq y_I \leqq \frac{s_q}{b_I}$，(但し $s_w < s_q$)

が必要である．一方 (3-34) を満す任意の y_I に対して，(3-17) を満す $(q,\ w,\ p)$ は一意的に決定される．かくて (3-34) を満す任意の y_I に対して，$y_c=\frac{1-b_I y_I}{a_c}$，$l_I=b_I y_I$,[2] $l_c=1-l_I$，(3-33) によって与えられる $(q,\ w,\ p)$，及び $r=\frac{q}{p}$ は (3-9)～(3-17) の解である．以上を綜合すると：(3-24-1) 及び $s_q > s_w$ が成立すると体系 (3-9)～(3-17) は (多数) 解をもつ.

最後に，最も起りうると思われる④のケースについて検討しよう．$\varsigma \neq 0$，$\varepsilon \neq 0$，$\eta \neq 0$

1) ケース②では (3-30) が成立するとき $\rho(H)=\rho(H,\ \mathbf{u})=2$ である.
2) 前と同じように (3-7) を借用した.

となるのであるから，連立方程式（3-19)〜(3-21）は一意解をもつ．(3-32)に(3-25）の y_I を代入すると

$$(3\text{-}35)\quad \begin{aligned} &(1)\quad q=\frac{1}{\eta}\left(\frac{k-k_c}{k_I-k_c}-s_w\right)\\ &(2)\quad w=\frac{k}{\eta}\left[s_q-\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}\right]\\ &(3)\quad p=\frac{b_Ik}{\eta}\left(s_q-s_w\frac{k_I}{k}\right)\end{aligned}$$

が（3-21）の解である．但しここでは

$$(3\text{-}36)\quad \eta=b_c[(1-s_w)k_c-(1-s_q)k].$$

次に（3-35）によって与えられる（q, w, p）が（3-17）を満すための条件は，$\eta>0$ すなわち $s_q>\frac{k-(1-s_w)k_c}{k}$ ならば，

$$\frac{k-k_c}{k_I-k_c}\geqq s_w,\quad s_q\geqq max\left[\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)},\ s_w\frac{k_I}{k}\right]=\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)},$$

逆に $\eta<0$ すなわち $s_q<\frac{k-(1-s_w)k_c}{k}$ ならば，

$$\frac{k-k_c}{k_I-k_c}\leqq s_w,\quad s_q\leqq min\left[\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)},\ s_w\frac{k_I}{k}\right]=\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}$$

であるが，この条件を先ず

$$(3\text{-}37)\quad (1)\quad s_q\geqq max\left[\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)},\ \frac{k-(1-s_w)k_c}{k}\right]\left(\text{但し，}s_q\neq\frac{k-(1-s_w)k_c}{k}\right);$$

$$\frac{k-k_c}{k_I-k_c}\geqq s_w$$

$$or\quad (2)\quad s_q\leqq min\left[\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)},\ \frac{k-(1-s_w)k_c}{k}\right]\left(\text{但し，}s_q\neq\frac{k-(1-s_w)k_c}{k}\right);$$

$$\frac{k-k_c}{k_I-k_c}\leqq s_w$$

と書こう．しかしこの条件はさらにすっきりした形で次のように書くことできる．

$$(3\text{-}38)\quad \begin{aligned} &(1)\quad s_q\geqq\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)},\quad s_w\leqq\frac{k-k_c}{k_I-k_c}\\ or\quad &(2)\quad s_q\leqq\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)},\quad s_w\geqq\frac{k-k_c}{k_I-k_c}\end{aligned}\quad\left(\text{但し}\quad s_q\neq\frac{k-(1-s_w)k_c}{k}\right)$$

なぜなら，$s_w\leqq\frac{k-k_c}{k_I-k_c}$ なら $\frac{1}{k}\left\{k-(1-s_w)k_c\right\}\leqq\frac{1}{k}\left(k-k_c+\frac{k-k_c}{k_I-k_c}k_c\right)=\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}$,

逆に $s_w \geqq \frac{k-k_c}{k_I-k_c}$ なら $\frac{1}{k}\left\{k-(1-s_w)k_c\right\} \geqq \frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k)}$. ケース④において (3-38) が満たされるならば, (3-23) (3-25) (3-35) によって与えられる (l_j, y_j, q, w, p) $(j=I, c)$ 及び

$$(3\text{-}39) \qquad r = \frac{\frac{k-k_c}{k_I-k_c}-s_w}{b_I(ks_q-k_Is_w)}$$

は (3-9)~(3-17) の解である.

ところで, 実は (3-38) の下では (2-24-2) が成立する[1]. その理由を以下に示そう. 今(3-38-1) が成立していると, s_q 及び s_w の仮定によって, (1-i) $1 \geqq \frac{k_I(k-k_I)}{k(k_I-k_c)}$, (1-ii) $0 \leqq \frac{k-k_c}{k_I-k_c}$ が満されている. ここで $k_I>k_c$ とすれば, (1-i) より $k \leqq k_I$, (1-ii) より $k_c \leqq k$ を得て, 結局 $k_c \leqq k \leqq k_I$. $k_I<k_c$ とすれば, (1-i) より $k \geqq k_I$, (1-ii) より $k_c \geqq k$ を得て, 結局 $k_c \geqq k \geqq k_I$. かくて (3-24-2) が成立. 次に (3-38-2) が成立していると, (2-i) $0<\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}$, (2-ii) $1>\frac{k-k_c}{k_I-k_c}$ が満されている. あとは上と全く同様にすれば, (3-24-2) が厳密な意味で成立していることが分る.

それゆえ, 以上を綜合してわれわれは次のように言うことができる : (3-38) が成立すれば体系 (3-9)~(3-17) は一意解をもつ.

かくて以上の結果をわれわれは次のようにまとめることができる.

定理 いま (3-18) を満す s_q, s_w, $(a_j, b_j)>0$ $(j=I, c)$ なる6個のパラメターと $(K, L)>0$ 従って $k(>0)$ が与えられている :

3. 1. この時体系 (3-9)~(3-17) が一意解をもつための必要十分条件は, **(1)** $k_I \fallingdotseq k_c$ (但し $k_j=\frac{a_j}{b_j}$, $j=I, c$), **(2)** (3-38) が成立することである.

3. 2. 体系 (3-9)~(3-17) が多数解をもつための必要十分条件は, **(1)** $k=k_I=k_c$, **(2)** (3-30) (3-31), のいずれか一方が成立することである.

ところで多数解存在の条件が満されるのは極めて特殊な状況においてであろうから, **定理 3. 1.** が一層重要と言えよう.

いま $k_I \fallingdotseq k_c$ のときに限定して, s_q, s_w に関する仮定をもう少し特定化してみよう. そこでわれわれは二つのケースに注目する.

1) 明らかに, この逆は成立しない. 従って (3-9)~(3 17) を満す一意解存在の条件は (3-24-2) よりも一層厳しいものである.

((ケースⅠ)) 比例的貯蓄関数[1]：$1>s_q=s_w\equiv s>0$ の場合

このケースでは $\eta=b_c(1-s)(k_c-k)$, $sgn\ \eta=sgn\ (k_c-k)$ である．条件（3-38）は

$$\text{(3-40)}\quad min\left\{\frac{k-k_c}{k_I-k_c},\ \frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}\right\}\leqq s\leqq\ max\left\{\frac{k-k_c}{k_I-k_c},\ \frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}\right\}$$

となり，(3-40）が満されると体系（3-9)～(3-17）は一意解をもつ．このとき解（q, w, p）は

$$\text{(3-41)}\quad q=\frac{1}{\eta}\left(\frac{k-k_c}{k_I-k_c}-s\right),\quad w=\frac{k}{\eta}\left[s-\frac{k_I(k-k_c)}{k(k_I-k_c)}\right],\quad p=\frac{b_Is}{\eta}(k-k_I)$$

によって与えられる．なお，s の仮定から，ここでは $min\ (k_I,\ k_c)<k<max\ (k_I,\ k_c)$ が成立していることも容易に分る．

((ケースⅡ)) 極端な古典的貯蓄関数：$s_q=1$, $s_w=0$ の場合

このケースでは $\eta=a_c>0$ で，解（q, w, p）は

$$\text{(3-42)}\quad q=\frac{k-k_c}{a_c(k_I-k_c)},\quad w=\frac{k_I-k}{b_c(k_I-k_c)},\quad p=\frac{b_Ik}{a_c}$$

となるから，(3-24-2）が満されれば体系（3-9)～(3-17）は一意解をもつ．

3. 3. 均斉成長均衡の存在

3. 3.，3. 4. では 3. 2. で明らかにされた**定理 3. 1.**，**3. 2.** を参照にして，①時を通じての成長均衡が実現しうるための条件；②均斉成長均衡が存在するための条件；③均斉成長均衡が安定であるための条件；という三つの問題を検討する．3. 3. では①②を，3. 4. では③を取り上げる．

ところで問①は非常に易しい問題である．すなわち，**定理 3. 1.** または **3. 2.** の必要十分条件が時を通じて満されることが，取りも直さず，時を通じての成長均衡が実現しうるための必要十分条件である．①についてはこれで終りである．

次の問題に移るために，ここで再び前章の分析で重要な役割を演じた（2-35）を利用しよう，

$$\text{(3-43)}\quad \frac{\dot{k}}{k}=\frac{y_I}{k}-(\lambda+\mu)$$ [2]

ここで（3-43）の左辺を零にする k を k^* とすると，

1） ((ケースⅠ)) ((ケースⅡ)) の用語法は Hahn-Matthews〔4〕に従っている．なお以下の二つの貯蓄関数はとりわけポピュラーである．

2） われわれは $\lambda>0$, $\mu>0$ を仮定している．

(3-44) $k^*=\dfrac{y_I}{\lambda+\mu}$

が**定理 3. 1.** または **3. 2.** の必要十分条件を満すことが，均斉成長均衡解が存在するための必要十分条件である．

さて $k_I=k_c$ なるときには，k が時を通じて $k=k_I=k_c$ を満さなければ，時を通じての均衡は実現しない．従って $k=k^*=k_I=k_c$ なら，そしてその時に限り，時を通じての均衡が実現する．すなわち，初期のデータ $k(=k_I=k_c)$ に対して，パラメター λ，μ が[1]

(3-45) $\lambda+\mu=\dfrac{y_I}{k}$

を満すならば，そしてその時に限り，時を通じての均衡が実現し，それは取りも直さず均斉成長均衡である．

一方 $k_I\neq k_c$ のときには，(3-44) に (3-25) を代入すれば，$1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)\neq 0$ なら

(3-46) $k^*=\dfrac{k_c}{1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)}$

さてここで $\eta\neq 0$ のケースについて，均斉成長均衡存在の条件を，次のように示そう．[2]

定理 3. 3. (3-46) によって与えられる k^* が正で，かつ (3-38) を満すための必要十分条件は

(3-48)

(1) $\lambda+\mu\neq\dfrac{s_q-s_w}{(1-s_w)b_I(k_I-k_c)}$

(2) $min\left(\dfrac{s_q}{a_I},\ \dfrac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}\right)\leq\lambda+\mu\leq max\left(\dfrac{s_q}{a_I},\ \dfrac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}\right)$

である．

〔**証明**〕 **必要性**：(3-38) の条件 $s_q\neq\dfrac{k-(1-s_w)k_c}{k}$ の k に k^* を代入し，$\lambda+\mu$ の条件を求めれば (3-48-1)．次に (3-38-1) が成立するならば，これに (3-46) を代入すると，$s_q\geq a_I(\lambda+\mu)$ であるから，(i) $\dfrac{s_q}{a_I}\geq\lambda+\mu$．$s_w\leq\dfrac{k_cb_I(\lambda+\mu)}{1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)}$．$k^*>0$ より

1) 条件 (3 45) における y_I は，体系 (3 9)～(3－17) の解ベクトルの一つの成分となっている y_I である．

2) この種の厳密な分析は，$k_I=k_c$ や $\eta=0$ となる特殊ケースについても適用することができるが，本小論では省略する．

$1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)>0$ であるから，この式を書き換えて，(ii)$\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}\leqq\lambda+\mu$. それゆえ (i), (ii) を結合すれば，(*)$\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}\leqq\lambda+\mu\leqq\frac{s_q}{a_I}$. (3-38-2) が成立するときも全く同様にして，(**)$\frac{s_q}{a_I}\leqq\lambda+\mu\leqq\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}$ を得る．従って (*), (**) を結合すれば (3-48-2) を得る．

十分性： $\lambda+\mu=\frac{k^*-k_c}{b_Ik^*(k_I-k_c)}>0$ である．ところでいま $k^*>0$ で(*)が成立しているならば，(*)′ $\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}\leqq\frac{k^*-k_c}{b_Ik^*(k_I-k_c)}\leqq\frac{s_q}{a_I}$ が成立している．ここで $s_q\geqq\frac{k_I(k^*-k_c)}{k^*(k_I-k_c)}$ なることは明らかであるから，左の不等式に注目しよう．$k_I>k_c$ のときには $s_w(k_I-k_c)\leqq k^*-k_c$，$k_c>k_I$ のときには $s_w(k_I-k_c)\geqq k^*-k_c$ となるから．(*)′ を満す任意の $k^*>0$ に対して，$s_w\leqq\frac{k^*-k_c}{k_I-k_c}$ が成立．従って(*)が成立するとき(3-38-1)が成立する．$k^*>0$ で(**)が成立しているならば，(**)′ $\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}\geqq\frac{k^*-k_c}{b_Ik^*(k_I-k_c)}\geqq\frac{s_q}{a_I}$ が成立している．やはり $s_q\leqq\frac{k_I(k^*-k_c)}{k^*(k_I-k_c)}$ は明らか．ところで左の不等式に注目する場合，$k_I>k_c$ のケースのみを考慮すればよいが[1]，この時 $s_w(k_I-k_c)\geqq k^*-k_c$ となって，(**)′ を満す任意の $k^*>0$ に対して $s_w\geqq\frac{k^*-k_c}{k_I-k_c}$. 従って(**)が成立するとき (3-38-2) が成立する．次に (3-48-1) が成立すれば，$\frac{k^*-k_c}{b_Ik^*(k_I-k_c)}\neq\frac{s_q-s_w}{(1-s_w)b_I(k_I-k_c)}$ となり，$s_q\neq\frac{k^*-(1-s_w)k_c}{k^*}$ が成立している．最後に $k^*>0$ を示せばよい．ところで，$k_c>k_I$なら $k^*>0$ は明らかである．一方 $k_c<k_I$ の時には，$\lambda+\mu<\frac{1}{b_I(k_I-k_c)}$ なら $k^*>0$ となるが，$\frac{1}{b_I(k_I-k_c)}-\frac{s_q}{a_I}=\frac{k_I(1-s_q)+s_qk_c}{a_I(k_I-k_c)}>0$, $\frac{1}{b_I(k_I-k_c)}-\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}=\frac{k_c}{b_I(k_I-k_c)[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}>0$ より，$\frac{1}{b_I(k_I-k_c)}>max\left(\frac{s_q}{a_c},\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}\right)$ が成立し，従って (3-48) の下では $k^*>0$.（証了）

1) $\frac{s_q}{a_I}-\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}=\frac{s_q(1-s_w)k_c-s_w(1-s_q)k_I}{a_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}$. ここで $k_c>k_I$ なら分子は正であるから $\frac{s_q}{a_I}>\frac{s_w}{b_I[s_wk_I+(1-s_w)k_c]}$ が成立し，(**) は起りえない．

ところで，この定理は次のように言えば，その内容が一層明確になる．すなわち，

定理 3. 3. $k_I \fallingdotseq k_c$ なるときに，一意的均斉成長均衡が存在するための必要十分条件は（3-48）が成立することである．なおこの時均斉資本労働比率は（3-46）によって与えられる．

従って $k_I \fallingdotseq k_c$ なるときに，k が時を通じて（3-38）を満し，さらに λ 及び μ が（3-48）を満すならば，一意的均斉成長均衡が実現しうる．$k_I \fallingdotseq k_c$ のときの例外的ケースは，（3-30），（3-31）が満されて単一期間内均衡が成立するときである．この場合には，パラメター λ 及び μ が $\lambda+\mu=\frac{y_I}{k}=\frac{s_q}{a_I}$ を満すなら[1]，そしてその時に限り多数解をもつ時を通じての成長均衡が実現され，まさしくそれは均斉成長均衡でもある．

3. 4. 均斉成長均衡の安定性

$k_I=k_c$ のときには均衡動学分析はできないので，$k_I \fallingdotseq k_c$ においてパラメター λ 及び μ が（3-48）を満しているというケースに限って，問③すなわち均斉成長均衡径路の安定条件について分析を進めよう．そのためいま（3-43）に（3-25）の y_I を代入して整理すると

（3-49） $b_I(k_I-k_c)\dot{k}-[1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)]k+k_c=0$

なる一階線型非同次常微分方程式を得る．この方程式において（3-46）で与えられる k^* は特解である．また特性根は $x=\frac{1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)}{b_I(k_I-k_c)}$ であるから，A を初期条件によって決る定数とすれば，（3-49）の一般解は $k_{(t)}=Ae^{xt}+k^*$．ここで $t=0$ の時の k を $k_{(0)}$ とすれば，$A=k_{(0)}-k^*$．ゆえに（3-49）の完全解は

（3-50） $k_{(t)}=k^*+(k_{(0)}-k^*)\exp\left\{\frac{1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)}{b_c(k_I-k_c)}\right\}t$ [2]

さて仮定によって（3-48-2）が成立しているから，$1-b_I(\lambda+\mu)(k_I-k_c)>0$．

以上で準備が整ったので，先ず $k_c>k_I$ の場合から考えよう．このケースにおいては，$k_{(0)}-k^*$ の符号に関係なく，$\lim_{t\to\infty} k_{(t)}=k^*$．すなわち k は $k_{(0)} \fallingdotseq k^*$ であっても時と共に k^* に収束する．かくて $k_c>k_I$ なら k^*（均斉資本労働比率）は安定である．そしてもし $k_{(t)}=k^*$ が成立すると，既述のごとく絶対数量 K，K_j，Y_j，$L_j(j=I,\ c)$ は全て

1） この時 $k=k^*$

2） $\exp\ x\equiv e^x$

労働供給の成長率 λ で成長する．すなわち時を通じての成長均衡径路は成長率 λ の径路となる．

一方 $k_c<k_I$ の場合には，$k_{(0)}-k^*>0$ なら $\lim_{t\to\infty} k_{(t)}=\infty$，$k_{(0)}-k^*<0$ なら $\lim_{t\to\infty} k_{(t)}=-\infty$ となる．従って $k_{(0)}\neq k^*$ なら $k_{(t)}$ は時と共にますます k^* から乖離する．それゆえ $k_c<k_I$ なら k^* は不安定である．すなわち，k が一度 k^* から離れると，時と共にその乖離の程度が大きくなり，ついには（3-38）は満されなくなり，その時点においてやむなく不均衡が発生する．絶対数量 K，K_j，Y_j，L_j の成長率が均斉成長率 λ から時と共に絶えず離れていくことも明白である．以上によって次の定理が証明された.[1]

定理 3．4． 均斉成長均衡径路が安定であるための必要十分条件は $k_c>k_I$ である．

最後に，$k_c>k_I$，（3-38）及び（3-48）が時を通じて満される場合において，$(q,\ w,\ p)$ についての時を通じての均衡径路を求めてみよう．

（3-35）の右辺を t で微分すると

$$
(3\text{-}51)\quad
\begin{aligned}
&(1)\quad \dot{q}=\frac{b_c}{\eta^2\varsigma}[(s_q-s_w)k_c-s_w(1-s_q)\varsigma]\dot{k}\\
&(2)\quad \dot{w}=\frac{a_c}{\eta^2\varsigma}[(1-s_w)s_q\varsigma-(s_q-s_w)k_I]\dot{k}\\
&(3)\quad \dot{p}=\frac{b_Ib_c}{\eta^2}[(1-s_w)s_qk_c-(1-s_q)s_wk_I]\dot{k}
\end{aligned}
$$

$\varsigma\equiv k_I-k_c<0$ であることを考慮すると，

$$
(3\text{-}52)\quad
\begin{aligned}
&(1)\quad sgn\ \dot{q}=-sgn\ \dot{k}\ ;\ \dot{k}=0 \text{ なら } \dot{q}=0\\
&(2)\quad sgn\ \dot{w}=\ \ sgn\ \dot{k}\ ;\ \dot{k}=0 \text{ なら } \dot{w}=0\\
&(3)\quad sgn\ \dot{p}=\ \ sgn\ \dot{k}\ ;\ \dot{k}=0 \text{ なら } \dot{p}=0.
\end{aligned}
$$

が成立する．ところで，この結論は前章の最後で得た結論（2-43）と全く符合している．すなわち，時を通じての均衡径路が均斉成長均衡径路に復帰する過程において生ずる．時間に関する価格変化の方向は，前章の新古典派モデルにおいても，この章の固定的生産係数モデルにおいても同一である．

Ⅵ．結　　び

ここではⅡ章及びⅢ章で得た帰結を利用しながら，もう一度全体的眺望を見る．

1） 均斉成長均衡の存在に関する定理３．２．及び安定条件に関する定理３．３．は絶対値体系の下における連立一階線型常微分方程式によっても導出できる．付録参照されたし．

4. 1. 新古典派モデルではデータ k に対して，資本及び労働の完全雇用を維持するように，k_I 及び k_c が決定された．そこでは，任意の正のデータ k に対して，$k_I<k_c$ の成立が，経済的に意味のある一意的単一期間内均衡の存在，均斉成長均衡の存在とその安定性の十分条件であった．一方固定的生産係数モデルは，k_I 及び k_c はパラメターであり，$k_I \fallingdotseq k_c$，及び (3-38) の成立が，経済的に意味のある一意的単一期間内均衡の存在の必要十分条件であり，$k_I \fallingdotseq k_c$ のときには，(3-48) の成立が一意的均斉成長均衡存在の必要十分条件であり，さらに $k_I<k_c$ なることが均斉成長均衡の安定性の必要十分条件であった．従って固定的生産係数モデルにおいては，安定的な均斉成長均衡が実現するためには，$k_I<k_c$ の下で，(3-38) 及び (3-48) の成立が必要である．新古典派モデルの条件は $k_I<k_c$ だけであり，しかもそれは一つの十分条件である[1]．このように考えてみると，固定的生産係数モデルの安定条件は新古典派のそれに比べてはるかに厳しいことが分る．しかし，任意の k に対して $k_I<k_c$ という新古典派モデルの資本集約度条件も，たとえそれが一つの十分条件にすぎないにしても，それほどゆるい条件であるとは思われない．なぜら，任意の k に対して $k_I<k_c$ が成立するということは，われわれの感じでは，それほど確かなことではないし，また仮定 (2-17-3) (2-17-4) についても異論があるだろう．

4. 2. 新古典派モデルにおいては，完全競争市場と連続的要素代替の可能性を仮定することによって，要素分配の最適条件として限界生産力条件が導入され，従って要素分配は常に最適分配になることが保証されていた．これに対し固定的生産係数モデルでは要素の最適分配の決定機構の問題は体系内では明らかにされておらない．そこでは，要素の時を通じての完全雇用及び経常生産物市場の時を通じての均衡が成立するためは，q（または r）や w がどのような値をとるべきか，また時と共にどのように変化していくべきかを記述するが，そうした q（または r）や w の値がはたして資本や労働にとっての最適分配と一致しているかどうかは分らない．つまり q（または r）や w のあるべき数値が機械的に決定されるだけで，要素の側の最適化行動には触れていない．この点は両モデルにお

1) $\lim_{k\to\infty} f_j''(k_j)<0$ が容認されえない場合には，ω がある制約条件を満すことを前提にしなければ，$k_I<k_c$ の十分性を主張しえない．従って条件は多少厳しくなる．

いて非常な相違点となっている．

4. 3. Findlay〔3〕はⅢ章のモデルと同一タイプの固定的生産係数モデルを作った．そこで彼は実質賃金率の時間的変化は資本蓄積率と労働供給の成長率の差の関数であると仮定したのであるが，この仮定をわれわれは

(4-1)

$$(1)\quad \dot{w}=\Gamma\left(\frac{y_I}{k}-\mu-\lambda\right)\equiv\Gamma\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)$$

$$(2)\quad \frac{\dot{k}}{k}\gtreqless 0 \text{ に応じて } \dot{w}\gtreqless 0$$

と書くことができる.[1] k を正と考えれば，(4-1) を次のように書いてもかまわないであろう．

(4-2)

$$(1)\quad \dot{w}=\Gamma\left(\frac{\dot{k}}{k}\right);\ \Gamma(0)=0$$

$$(2)\quad sgn\ \dot{w}=sgn\ \dot{k}$$

ところで Findlay は $s_q>0$, $s_w=0$ を仮定しているので,[2] われわれの (3-51-2) は

$$(4\text{-}3)\qquad \dot{w}=\frac{-s_q a_c k_c}{\eta^2(k_I-k_c)}\dot{k}$$

となる．従って $k_c>k_I$ なら確かに (4-2-2) は成立するから，(4-2-2) を仮定として採用してもよい．しかし $k_I>k_c$ なら，(4-3) によれば $sgn\ \dot{w}=-sgn\ \dot{k}$ となるので，Findlay の仮定は彼のモデルとインコンシステントである．Findlay は (4-1) を仮定することよって暗黙の内に $k_I>k_c$ なるケースすなわち不安定になるケースを無視し，均斉成長均衡径路は常に安定であるという．われわれは不安定体系になるケースすなわち $k_I>k_c$ なるケースを簡単に無視しえないから，均斉成長均衡径路は常に安定であると結論することはできない．とにかく，経済的に意味のある（一意的）単一期間内均衡が存在する限り，時を通じての均衡が実現されることを仮定することと,[3] (4-1) を仮定することは必ずしもコンシステントであるとは言えない．Findlay は均斉成長均衡の安定性を証明

1） Findlay〔3〕p. 6. の方程式 (10) は次のように書かれている．
$\frac{dw}{dt}=f(m-n)$；$m\gtreqless 0$ に応じて $\frac{dw}{dt}\gtreqless 0$. 但しここで m は資本蓄積率，n は労働供給の成長率を表わしている．

2） Findlay〔3〕p. 3.

3） これは均衡動学の仮定である．

したのではなく，むしろ仮定したのである.[1]

4. 4.　Shinkai〔16〕の方程式 (1) (3) は，われわれの記号で書くと

(4-4)　$K = k_I L_I + k_c L_c$

(4-5)　$L = L_I + L_c$

となる．これらを L で割れば.

(4-6)　$k = k_I l_I + k_c l_c$

(4-7)　$1 = l_I + l_c$

となるが，これは (3-9) (3-10) と同一である．従って Shinkai モデルにおいても，経済的に意味のある解を得るためには，条件 (3-24) が必要である．同じことが Findlay〔8〕, Hicks〔6〕のモデルについてもあてはまる．しかし Shinkai は $s_q=1$, $s_w=0$ 及び $k_I \fallingdotseq k_c$ を仮定したので，彼のモデルでは，(3-24-2) が経済的に意味のある一意的単一期間内均衡存在の必要十分条件となる.[2]

4. 5.　条件 (3-38) が厳しいことはたびたび指摘してきたところである．そこでここではこの条件をゆるめることに努めてみよう．第1に，生産要素の完全雇用を厳密な意味でとらえるのではなく，完全雇用をゾーンとして解釈すればよい．こうすることによって，初期データ $k_{(0)}$ に若干の幅をもたせることができよう．第2に，完全雇用成長という代りに，一定雇用率成長という用語に置き換えることである．そうすれば，初期データ $k_{(0)}$ が (3-38) を満すような一定雇用率を設定すれば，少なくとも議論の出発点においては，(3-38) は常に満されている．しかし，このような考え方は，必然的に当初の仮定 (g) をドロップし，不完全雇用均衡を設定していることになる．その意味において，このような型の固定的生産係数モデルと新古典派モデルの類似性は極めて乏しいと言えるであろう．第3には，第2の方法よりもさらに進んで仮定 (e) をドロップして Malthus 流の仮定

1)　われわれの理解では，Findlay の分析は均衡動学の分析であって，不均衡動学の分析ではない．不均衡状態における調整方程式として，例えば Sato〔15〕p. 55. のように，実質賃金率は労働に対する超過需要の増加関数であると仮定しても，そのような仮定設定は不自然ではない.

2)　Shinkai〔16〕に対するコメント〔12〕において Neisser が用いたオーバーオールな貯蓄性向概念は，われわれの記号では，$s=\dfrac{Y_I-\mu K}{(Y_I-\mu K)+Y_c}$ であったが，$(Y_I-\mu K)$ と Y_c を加えることは不可能であって，オーバーオールな貯蓄性向は $s=\dfrac{p(Y_I-\mu K)}{p(Y_I-\mu K)+Y_c}$ によって定義されるべきである.

を採用する方法がある[1]. すなわち，労働の供給は生存賃金を超えるある所与の実質賃金率の下で完全に弾力的であると仮定する方法がそれである[2]. 第2の方法と第3の方法は一見類似しているが，やはり区別すべきである. 前者にあっては労働供給の成長率は外生的に与えられているから，やはり労働供給の成長率が均斉成長率を決定するのに対し，後者にあっては労働供給の成長率は全く考察の対象外におかれ，労働に関しては需要面のみが考慮される. 従って第3の方法では，労働供給量をデータにすることはできない. その結果は，未知数の数が方程式の数より一つ多くなり，過少決定ないしは自由度1の不完全雇用均衡体系となろう. しかしここではこの種のモデルについての立ち入った検討はやらないことにする.

4. 6. われわれはⅡ章とⅢ章において二つの極端なケースを考察してきた. すなわち，一方では等生産量の産出に対し代替的な生産技術が無限であるのに対し，もう一方では選択可能な技術は1つだけであった. 二つの中間にある最もありそうなケース，つまり等生産量の産出に対して選択可能な技術が2つ以上有限個有るというケース，については何らの注意をも向けなかった. この場合には，たとえ両産業部門の選択可能な技術の個数が同数であっても，安定分析が極めて困難になるように思われる. なぜなら，このような場合には，時を通じての均衡が実現されていくその過程に於て生ずる，w や q（または r）の数値の変化によって，選択される技術が不規則かつ不連続に変化するから，分析を首尾一貫させることが非常に難しい. 2つ以上有限個の技術が選択可能なケースでも，単一期間内均衡の存在条件，比較動学法による解の特性さらには均斉成長均衡の存在条件等の研究についてはⅢ章のモデルを拡大することによって分析を進めることが可能であろう. 残された，そして最も重要な問題は，等生産量の産出に対して2つ以上有限個の選択可能な技術が存在する場合における安定条件の研究である.

4. 7. 最後に，われわれは技術進歩の問題，土地の問題，規模に関する収穫逓増逓減の問題，貨幣的要因及び利子率の問題，外国貿易の問題，政府活動の問題，資本財の質の問題，予想の問題及びその他の多くの重要問題について，何らの考察をも払ってこなかったことを断っておく.

1） Findlay〔3〕p. 5., Hicks〔6〕p. 138., Hahtn-Matthews〔4〕p. 785. pp. 801～804. 等参照.

2） この仮定についてもいろいろ解釈できようが，とにかくここでは，非自発的失業が存在しているものとしよう.

付　　　録

ここでは，固定的生産係数モデルにおける均斉成長均衡の存在とその安定性の問題について，本文とは異った方法を用いて検討してみよう．

(A-1)　$K=a_I Y_I+a_c Y_c$

(A-2)　$\dot{K}=a_I \dot{Y}_I+a_c \dot{Y}_c$

(A-3)　$\dot{K}=Y_I-\mu K$

(A-4)　$L=b_I Y_I+b_c Y_c$

(A-5)　$\dot{L}=b_I \dot{Y}_I+b_c \dot{Y}_c$

(A-6)　$\dot{L}=\lambda L$

であるから(A-1)〜(A-3) 及び (A-4)〜(A-6) より連立1階線型常微分方程式をえて，

(A-7)　$$\begin{cases} a_I \dot{Y}_I+a_c \dot{Y}_c-(1-\mu a_I)Y_I+\mu a_c Y_c=0 \\ b_I \dot{Y}_I+b_c \dot{Y}_c \qquad -\lambda b_I Y_I-\lambda b_c Y_c=0. \end{cases}$$

$Y_I=m_I e^{xt}$, $Y_c=m_c e^{xt}$ とおくと (A-7) は

(A-8)　$$\begin{cases} (a_I x+\mu a_I-1)m_I+(x+\mu)a_c m_c=0 \\ \qquad (x-\lambda)b_I m_I+(x-\lambda)b_c m_c=0. \end{cases}$$

m_I, m_c が非自明解をもつためには

(A-9)　$$\begin{vmatrix} a_I x+\mu a_I-1 & (x+\mu)a_c \\ (x-\lambda)b_I & (x-\lambda)b_c \end{vmatrix}=0$$

が必要十分である．これを解いて

(A-10)　$$\begin{cases} x=\lambda\equiv x_1 \\ or \quad x=\dfrac{1}{\varepsilon}(b_c-\varepsilon\mu)\equiv x_2 \end{cases}$$

但しわれわれは一意的単一期間内均衡が実現されているものとして

(A-11)　$\varepsilon\equiv a_I b_c-a_c b_I\neq 0$ [1)]

を仮定している．(A-10) を (A-8) に代入すると，$\lambda+\mu\neq\dfrac{1}{a_I}$ なら

(A-12)　$$\begin{cases} x=x_1\text{の時} \quad m_I=\dfrac{(\lambda+\mu)a_c}{1-(\lambda+\mu)a_I}m_c \\ x=x_2\text{の時} \quad m_I=-\dfrac{b_c}{b_I}m_c \end{cases}$$

1) 既述のごとく $\varepsilon=0$ なら均衡動学分析はできない．

となるから，(A-7) の一般解は，$x_1 \neq x_2$ ならば，B_1，B_2 を初期条件によって決る定数として

$$
\text{(A-13)}\quad \begin{cases} Y_{I(t)} = \dfrac{(\lambda+\mu)a_c}{1-(\lambda+\mu)a_I} h_1 e^{\lambda t} - \dfrac{b_c}{b_I} h_2 e^{\frac{1}{\varepsilon}(b_c-\varepsilon\mu)t} \\ Y_{c(t)} = h_1 e^{\lambda t} + h_2 e^{\frac{1}{\varepsilon}(b_c-\varepsilon\mu)t} \end{cases} \quad \left(\text{但し}\quad \begin{matrix} h_1 = B_1 m_c \\ h_2 = B_2 m_c \end{matrix}\right)
$$

B_1，B_2 を特定化するために $t=0$ の時のデータ K 及び L を $K_{(0)}>0$，$L_{(0)}>0$ とし，また未知数 Y_I，Y_c を $Y_{I(0)}$，$Y_{c(0)}$ とすれば，(A-1) (A-4) より

$$
\text{(A-14)}\quad Y_{I(0)} = \frac{1}{\varepsilon}[b_c K_{(0)} - a_c L_{(0)}],\quad Y_{c(0)} = \frac{1}{\varepsilon}[a_I L_{(0)} - b_I K_{(0)}]
$$

であることを考慮して，$\lambda+\mu \neq \dfrac{b_c}{\varepsilon}$ なら

$$
\text{(A-15)}\quad h_1 = \frac{\{a_I(\lambda+\mu)-1\}L_{(0)}}{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c},\quad h_2 = -\frac{a_c b_I L_{(0)} + \{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}b_I K_{(0)}}{\varepsilon\{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}}
$$

となる．これを (A-13) に代入して

(A-16)

$$
\begin{cases} Y_{I(t)} = \dfrac{-a_c(\lambda+\mu)L_{(0)}}{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c} \cdot e^{\lambda t} + \dfrac{a_c b_c L_{(0)} + \{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}b_c K_{(0)}}{\varepsilon\{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}} \cdot e^{\frac{1}{\varepsilon}(b_c-\varepsilon\mu)t} \\ Y_{c(t)} = \dfrac{\{a_I(\lambda+\mu)-1\}L_{(0)}}{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c} \cdot e^{\lambda t} - \dfrac{a_c b_I L_{(0)} + \{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}b_I K_{(0)}}{\varepsilon\{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}} \cdot e^{\frac{1}{\varepsilon}(b_c-\varepsilon\mu)t} \end{cases}
$$

なる Y_I，Y_c に関する完全解を得る．

いま初期データ $K_{(0)}$ 及び $L_{(0)}$ が $h_2=0$ を成立させる数値を取ったとする.[1] このとき $Y^*_{I(0)} = \dfrac{-a_c(\lambda+\mu)L_{(0)}}{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c}$ となるが，$Y^*_{I(0)}$ が経済的に意味をもつためには，$L_{(0)}>0$ であるから，$Y^*_{I(0)}>0$ でなければならない．そのためには $\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c<0$ が必要である．

また $Y^*_{c(0)}$ が経済的に意味をもつためには，$Y^*_{c(0)} \geqq 0$ でなければならないが，仮定によって $\lambda+\mu \neq \dfrac{1}{a_I}$ であったから，$a_I(\lambda+\mu)-1<0$ が必要である．ところが条件 $\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c<0$ は，$1-b_I(k_I-k_c)(\lambda+\mu)>0$ という条件に他ならないので，$a_I(\lambda+\mu)-1<0$

1) $h_2=0$ に対応する変数値には全て $*$ を付する．

なら常に成立する.[1] かくて，均斉成長均衡が存在するためには，

(A-17) $\lambda+\mu<\dfrac{1}{a_I}$

の成立が必要である.

次に $h_2\neq 0$ の場合を検討するために，先ず x_1 と x_2 の大小関係を見ておこう.

(A-18) $x_1-x_2=\dfrac{1}{\varepsilon}\{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}$

であるから，(A-17) を考慮して

(A-19) (1) $\varepsilon>0$ すなわち $k_I>k_c$ なら $x_2>x_1$,
(2) $\varepsilon<0$ すなわち $k_c>k_I$ なら $x_1>x_2$

となる．従って，(A-17) が成立している下においては，$\varepsilon<0$ すなわち $k_c>k_I$ であれば，$Y_j(j=I,\ c)$ は時と共に (A-16) の右辺第1項の値に収束していく.[2] かくて均斉成長率 λ は Y_j に関して安定である．次に $\varepsilon>0$ すなわち $k_I>k_c$ なら $x_2=\dfrac{1}{\varepsilon}(b_c-\varepsilon\mu)$ が支配根となるので，成長率 λ は不安定である．このとき，(A-13) において，時間経過と共に右辺第2項，すなわち $Y_{I(t)}$ に関しては $-\dfrac{b_c}{b_I}h_2e^{x_2t}$ の項，$Y_{c(t)}$ に関しては $h_2e^{x_2t}$ の項がますます支配的になり，その結果十分大きな t に対してはどちらか一方の $Y_{j(t)}$ の計算値が負になるので，$k_I>k_c$ の下では時を通じて均衡を維持することは不可能である.

次に (A-1) (A-16) より

(A-20) $K_{(t)}=\dfrac{-a_cL_{(0)}}{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c}e^{\lambda t}+\dfrac{a_cL_{(0)}+\{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c\}K_{(0)}}{\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c}e^{\frac{1}{\varepsilon}(b_c-\varepsilon\mu)t}$

従って $k_c>k_I$ なら λ は $K_{(t)}$ に関して安定，逆に $k_I>k_c$ なら不安定となる.

さらに次の連立一次方程式を考える，

(A-21)[3] (1) $p=a_Iq+b_Iw$
(2) $1=a_cq+b_cw$

---

1) $\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c=(a_Ib_c-a_cb_I)(\lambda+\mu)-b_c=b_Ib_c(k_c-k_c)(\lambda+\mu)-b_c$
故に $\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c<0$ と $1-b_I(k_I-k_c)(\lambda+\mu)>0$ は同値.
次に，$k_c>k_I$ なら $1-b_I(k_I-k_c)(\lambda+\mu)>0$ は明らかであるが，$k_I>k_I$ のときにも，$1-b_I(k_I-k_c)(\lambda+\mu)>1-\dfrac{b_I}{a_I}(k_I-k_c)=\dfrac{k_I}{k_I}>0$.

2) $\varepsilon<0$ なら $\varepsilon\mu-b_c<0$ は明らかであるが，(A-17) が成立している下では，$\varepsilon>0$ であっても $\varepsilon\mu-b_c<\varepsilon(\lambda+\mu)-b_c<0$ であるから，結局任意の $\varepsilon(\neq 0)$ に対して $b_c-\varepsilon\mu<0$.

3) $q,\ w,\ p$ はそれぞれ $\dfrac{Q}{P_c}$, $\dfrac{W}{P_c}$, $\dfrac{P_I}{P_c}$ である．ここではわれわれは $P_c>0$ すなわち $Y_c>0$ を仮定していることになる.

(3)　$pY_I = s_q qK + s_w wL$

但し，ここでパラメター s_q，s_w については

(A-22)　$1 \geqq s_q \geqq s_w \geqq 0$，$s_q > 0$，$s_w < 1$

が成立しているものとする．

(A-23)　$\theta \equiv \eta L \equiv s_q b_c K - s_w a_c L - \varepsilon Y_I \neq 0$

ならば，(A-21) を解いて

$$\text{(A-24)}\quad \begin{aligned} &(1)\quad q = \frac{1}{\theta}(b_I Y_I - s_w L) \\ &(2)\quad w = \frac{1}{\theta}(s_q K - a_I Y_I) \\ &(3)\quad p = \frac{1}{\theta}(s_q b_I K - s_w a_I L) \end{aligned}$$

を得る．ここで $k_c > k_I$ なら，(q, w, p) は時と共にある一定値，すなわち，

$$\text{(A-25)}\quad \begin{aligned} &(1)\quad q^* = -\frac{s_w[\varepsilon(\lambda+\mu) - b_c] + a_c b_I(\lambda+\mu)}{a_c[\varepsilon(\lambda+\mu)(1-s_w) - (s_q - s_w)b_c]} \\ &(2)\quad w^* = \frac{a_I(\lambda+\mu) - s_q}{\varepsilon(\lambda+\mu)(1-s_w) - (s_q - s_w)b_c} \\ &(3)\quad p^* = -\frac{s_q a_c b_I + s_w a_I[\varepsilon(\lambda+\mu) - b_c]}{a_c[\varepsilon(\lambda+\mu)(1-s_w) - (s_q - s_w)b_c]} \end{aligned}$$

に収束する[1)]．ところで，経済的観点より $(q^*, w^*, p^*) \geqq 0$ でなければならない．仮定によって $\varepsilon < 0$ であるから，(A-25) の分母は負である．従って，少なくとも

$$\text{(A-26)}^{2)}\quad \begin{aligned} &(1)\quad \lambda+\mu \geqq \frac{s_w b_c}{s_w a_I b_c + (1-s_w)a_c b_I} = \frac{s_w}{b_I[s_w k_I + (1-s_w)k_c]} \\ &(2)\quad \lambda+\mu \leqq \frac{s_q}{a_I} \\ &(3)\quad \lambda+\mu \leqq -\frac{s_q a_c b_I - s_w a_I b_c}{s_w \varepsilon a_I} = -\frac{s_q k_c - s_w k_I}{s_w a_I(k_I - k_c)} \end{aligned}$$

が必要であるが，この条件は次のように書くことができる．

1）　体系が均斉成長径路に復帰する過程において，q, w, p が負になるということはないことを仮定しておく．

2）　$s_w = 0$ なら $q^* > 0$，$p^* > 0$ となるから，$\lambda+\mu$ の条件 (A-26) は (A-26-2) のみでよい．いまは $s_w > 0$ の場合を考えることしよう．

(A-27)[1] $\dfrac{s_w}{b_I[s_w k_I+(1-s_w)k_c]} \leqq \lambda+\mu \leqq \dfrac{s_q}{a_I}$

この条件は(A-17)に比してかなり厳しくなっている.

以　上

〔参考文献〕

〔1〕 Drandakis, E. M., "Factor Substitution in the Two-Sector Growth Model", *Review of Economic Studies*, Vol. 30, Oct., 1963, pp. 217—228.

〔2〕 藤井栄一, "均衡成長モデルにおける所得循環", 山田他編, 経済成長と産業構造, 春秋社, 1965, pp. 118—148.

〔3〕 Findlay, R., "The Robinsonian Model of Accumulation", *Economica*, Vol. 30, Feb., 1963, pp. 1—12.

〔4〕 Hahn, F. H. and Matthews, R. C. O., "The Theory of Economic Growth : A Suvey", *Economic Journol*, Vol. 74, Dec., 1964, pp. 779—902.

〔5〕 Harrod. R. F., "An Essay in Dynamic Theory", *Economic Jnurnal*, Vol. 49, March, 1939. *reprinted in his Economic Essays*, 1952, pp. 245—277.

〔6〕 Hicks. J. R., *Capital and Growth* (Oxford : Clarendon P.), 1965.

〔7〕 生田種雄, "ロビンソン・モデルにおける動学的均衡とその安定性", 経済学論究, Vol. 20, July, 1966, pp. 81—94.

〔8〕 Inada, K., "On a Two-Sector Model of Economic Growth : Comments and a Generalization", *Review of Economic Studies*, Vol. 30, June, 1963, pp. 119—129.

〔9〕 Inada, K., "On the Stability of Growth Equilibria in Two-Sectnr Mokls", *Review of economic Studies*, Vol. 31, April, 1964, pp. 127—142.

〔10〕 川又邦雄, "二部門経済モデルにおける均衡成長について", 三田学会雑誌, Vol. 57, Jan., 1964, pp. 21—42.

〔11〕 Meade, J. E., *A Neo-Classical Theory of Economic Growth* (London : Allen and Unwin), 2nd ed., 1962.

〔12〕 Neisser, H., "On Equilibrium Growth of Capital and Labor", *International Economic Review*, Vol. 3, Jan., 1962, pp. 136—137.

〔13〕 Robinson, J., *Essays in the Theory of Economic Growth* (London : Macmillan), 1962. (山田克己訳, 経済成長論, 東洋経済),

1) $\dfrac{s_q}{a_I}+\dfrac{s_q k_c-s_w k_I}{s_w a_I(k_I-k_c)}=\dfrac{1}{s_w a_I(k_I-k_c)}[s_q(1-s_w)k_c-s_w(1-s_q)k_I]<0$

なお条件 (A-27) は本文の (3-48-2) を $k_c>k_I$ に適用したものと同一である.

〔14〕 Robinson, J., "Findlays Robinsonian Model of Accumulation", *Economica*, Vol. 30, Nov., 1963. pp. 408—411.

〔15〕 Sato, K., "Neo-Classical Economic Growth and Savings : An Extension of Uzawa's Two-Sector Model (Ⅰ)", and "(Ⅱ)", 季刊理論経済学, Vol. 14, Feb., 1964, pp. 51—67, and June, 1964, pp. 69—75.

〔16〕 Shinkai, Y., "On the Equilibrium Growth of Capital and Labor", *International Economic Review*, Vol. 1, May, 1960, pp. 107—111.

〔17〕 白井孝昌, "新古典派的経済成長理論にかんする一研究——宇沢モデルをめぐって——", 大阪大学経済学, Vol. 12, Sept., 1962, pp. 1—42.

〔18〕 Solow, R. M., "Note on Uzawa's Two-Sector Model of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, Vol. 29, Oct., 1961, pp. 48—50.

〔19〕 Takayama, A., "On a Two-Sector Model of Economic Growth : A Comparative Statics Analysis", *Review of Economic Studies*, Vol. 30, June, 1963, pp. 95—104.

〔20〕 Uzawa, H., "On a Two-Sector Model of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, Vol. 29, Oct., 1961, pp. 40—47.

〔21〕 Uzawa, H., "On a Two-Sector Model of Economic Growth : Ⅱ", *Review of Economic Studies*, Vol, 30, June, 1963, pp. 105—118.