

マーケット・リスクとクレジット・リスクの統合的VaR

ジョン ホング

I はじめに

マーケット・リスク (Market Risk ; MR) とクレジット・リスク (Credit Risk ; CR) を統合した VaR (Value at Risk) を計算手法から特徴付けるものは、それが高度に発達したリスクマネジメントの実践であるということである。これで次のような性能を果たすためプロセスとして考えることは、まず金融資産のパフォーマンス価値が、ある確率水準の限度を超えるときに VaR が計算される。パフォーマンスの現時点での値は、それに関連する MTM の変動とオペレーションの変化とにしたがうモデルの分布函数をはじめ、推定値にまで不確実性を含んでいるのである。ところで、潜在的な感応度の期待値に本質的なダイナミック分析を与えられて、金融システム・スキームの活用、MR のモデルの構成、CR のデフォルトの計測などで VaR を確立する¹⁾。

VaR モデルの構成に際しては、はじめにファクターの選択 (過去データと可能シナリオの設定し、それらの分散・共分散に関する相関値が考えられる)、関連するヒストリカル情報の取扱い、統計有意水準の採取などをポリシー部分としてまとめた。次にリスクとリターン及び効率値がバリエーションにしたがっているとして、金利裁定、収益圧縮、最適流量、ダイナミック

1) 実務では、非流動性資産のモデルの適応について様々な制約がかけられているので、分析する場合には注意が必要である。

ヘッジ策、乃至戦略的資産配分策等を選好一致性のことがわかる。最後に、リターンの期待値 ($E(R)$) と分散・共分散 ($V(R)$) を多くの段階で計算し、すべてにおいて確立された方法論で MR と CR の統合的 VaR をさがしだす。ところで、このリスクモデルと考えられているのはデルタ (Δ) 分析法で評価するのが中心となっている²⁾。特に金融システムで考えられるのが格付モデル (rating system) ポジションの移動、デフォルトのリスクモデル (default rate) の推移、金利と流動リスクにかかわる CF (cash flow) の流量などを入力パラメータとして、リスク変数がマトリックス正規分布 (あるいは Γ 分布) にしたがうと仮定して解析する³⁾。

II VaRファクターの有効性を構築

金融機関のパフォーマンス戦略では、まずリスクとリターン (R&R) のトレードオフのコンセプトを勘案している。HRHR (higher-return higher-risk) と LRLR (lower-return lower-risk) を明示的に織り込んで、目標とするR&Rの関係となるように考慮すべきである⁴⁾。さらに複数のポートフォリオ・セレクションを利用する場合は、収益無差別の仮説の上に、Max-min 理論を混合戦略 (mixed strategy) から期待値を求めることは極めて有益である⁵⁾。

ファイナンスでは収益の確率 (あるいは期待値) 的な性質は、分布函数 $F(r)=\alpha$ という概念で取扱う。それらの確率変動 (Δr) がしたがう密度分布函数 $f(r)$ が与えられたならば、 $f(h_r)=\alpha$ の計算をすることができる。

2) 他の評価法は、例えば乱数を使って計測するリスク量でモンテカルロ・シミュレーション、ヒストリカル・シミュレーションなどがある。

3) VaRの活用について、MRとCRのリスク評価以外に業績評価や資本資産配分の効率性のチェックと同時に、リスク規制枠の判断において管理会計の実務で幅広く使用できるといわれている。

4) 例えば1993年頃、アメリカのコミュニティーバンクの実態は証券投資戦略がHRHRで、融資業務はLRLRとして補完的に営業を行っていた。

5) 洪 (1987) 『作業研究』 pp293-pp310を参照

6) このとき $E(R)$ 分析の基本条件は、十分な市場情報 (MM理論) を把握すること、さらにある程度の安全係数を持つことを前提としている。

すなわち

$$p_r(\Delta r \leq h_r) = \int_{-\infty}^{h_r} f(r) \cdot dr = \alpha \quad \dots\dots(1)$$

より正規分布、 t -分布、 x^2 -分布、 Γ -分布などで統計量を推測する。したがって、ボラティリティ（変動）の期待値 $E(R_j)$ 、分散・共分散 $V(R_j)$ 、 Z_r (α 有意水準) などにより決定して VaR を推定することがある。

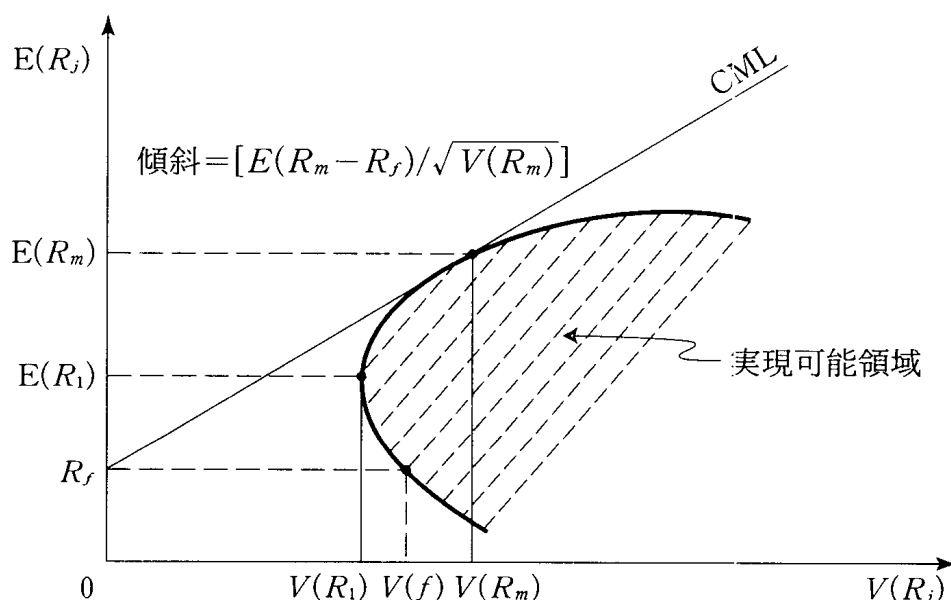
(i) $E(R)$ の構成

MR と CR を組み込むことによって、CML (Capital Market Line) と有効実現可能領域 (the efficient set) はトレードオフを示す曲線が上方へ移動すると同時に、 $E(R)$ もリスクの高い方向へ動く⁶⁾。したがって CML 上の資産収益率 (R_j) の期待値 $E(R_j)$ は

$$E(R_j) = R_f + [E(R_m - R_f) / \sqrt{V(R_m)}] \cdot \sqrt{V(R_j)} \quad \dots\dots(2)$$

で算出される。なお式(2)と図(1)で、 R_f = 無リスク資産利率と R_m = CML 上の最適均衡値 (すなわち収益資産の資本係数の期待値) と表現している⁷⁾。

図1 CMLと価格リスクの均衡



- (注) (i) R_1 = 最小分散(リスク)のポートフォリオ
(ii) R_f = ゼロベースのポートフォリオ
(iii) R_m = 最適市場均衡値(傾斜値)

収益資産の $E(R_j)$ と $V(R_j)$ は複数資産を保有するためマトリックスとなっており、次に β (ベータ) モデルを構築する。ここで従来の収益率が高くなれば、リスク次元量は次のような式で表される。

$$E(R_j) = R_f + \sum_i \sum_j \beta_{ij} [E(F_i - R_f)] \quad \dots\dots(3)$$

ただし、 β_{ij} はリスクファクター i に対する資産 j の感応度^{#8}、さらに $[E(R_i - R_f)]$ をファクター i のリスクプレミアムと設定すれば式(3)を式(4)に置換できる。

$$R_{jt} - R_{ft} = \alpha_j + \sum_i \sum_j \beta_{ij} [F_{it} - R_{ft}] + \varepsilon_{jt} \quad \dots\dots(4)$$

したがって、式(4)において t 時点における R_{jt} から R_{ft} を差引いた収益率である。ただし、 α_j は資産 j の固有収益率 (定数)、 F_{it} はリスクファクター i のリスクプレミアム、 ε_{jt} は資産収益率の残差項である。そこで式(4)を、 α_j はゼロと仮定した上で、マトリックスとベクトルを用いて表せば、 t 時点の収益は式(5)で表される。

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \dots\dots(5)$$

ここで、 \mathbf{R}_t : 各資産の収益率が無リスク資産利率を超過した部分のベクトル、 \mathbf{B} : 各リスクファクターのマトリックス、 \mathbf{f}_t : リスクプレミアムのベクトル (無リスク資産利率を超過する部分⁹⁾)、 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$: 各資産の収益率の残差項ベクトルと定義する。

(ii) $V(R)$ の性質

式(6)において、分散・共分散値を対象とする

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}^T \mathbf{F} \mathbf{B} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad \dots\dots(6)$$

ただし、 \mathbf{V} : 資産の収益率 R_t の分散・共分散マトリックス、 \mathbf{F} : リスクプレ

7) Alexander (1999) pp41~pp45を参照

8) 単項資産の $\beta_{ij} = Cov(R_j, R_m) / V(R_m)$ は分散・共分散から計算できる。

9) リスクプレミアムの意義は、リスク回避できるように信頼度の高いところで実施されている。いわゆるVaR臨界値以外の資本コストである。

ミアム f_t の分散・共分散マトリックス、 ϵ ：資産の収益率の残差項マトリックスと定義している¹⁰⁾。

上述の $E(R)$ と $V(R)$ を設定する場合には、 $V(R)$ の最小値となるような解を求めることになる。ところでCAPM（資本資産価格モデル）から、効率函数と資産価格の確率には制約条件があるので、応用する際には補足するように複雑なものになる。ほかに、APT（裁定価格理論）はこうした仮説を設けていないので広く用いられている。 $E(R)$ と $V(R)$ のマトリックスで運用するとき、考慮すべき要項について次のような特徴を検討する。

まず第一に、**B** (Beta) は各収益資産の感応度からくる要素で、すなわち過去のボラティリティ（パフォーマンスの変動値）、市場資本の構成、収益資産の流動性、価格の収益率、金利感応度、収益成長の安定性、配当率、相場、レバレッジ率、労働力の感応度、経済と産業等々¹¹⁾に関し統計の有意水準を決定する。またそれらのリスクプレミアムの幅も選ぶ。通常、もし**B**と市場ポートフォリオの期待収益率を知ることができれば、 $E(R)$ と $V(R)$ を確実に求めることができる。ただ、グローバルポジションの把握は実行が困難なので、**B**の要素は指数で代用されている場合が多い¹²⁾。

F 値は、時系列時間 f_t のリスクプレミアムの分散共分散予測値で、特に資産構造の特徴が変化する場合に適用されている。例えば、配当率、レバレッジ（金利感応度）などが変動するとき、それに関するリスクを直接表している。そして、経済効果の予測はDCFからの分析に関して注意する必要がある。なお、**F** 値は対角行列（diagonal）なので、残差のマトリックスに相関要素が存在していれば補足して説明する。

V と **F** とのマトリックスモデルの信頼区間については、目的函数と時間構成を考えて現時点でのVaRを分析し、基準の役割を見守る必要がある。

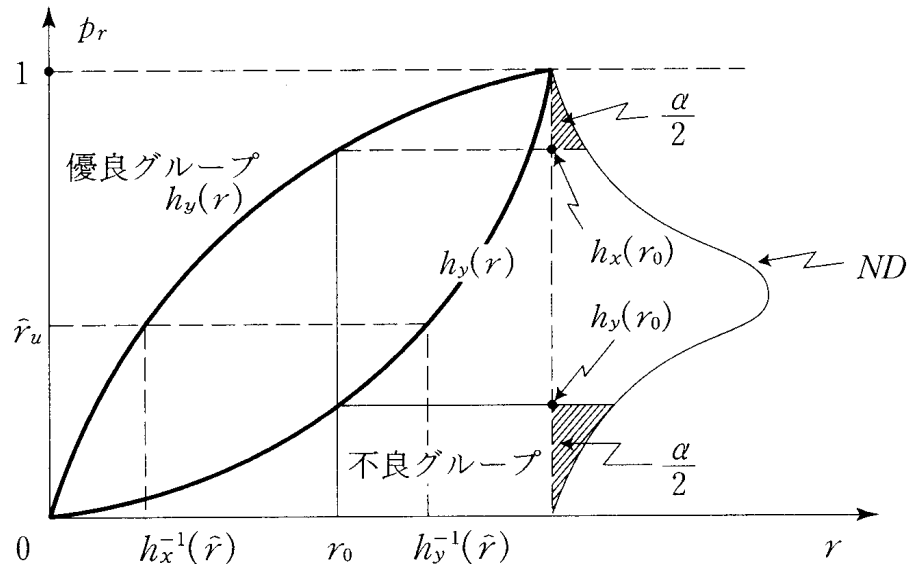
10) ここでは信用補完のための担保、保証人の設定などの措置が考えられる。さらに時価評価のため、CF価値変動と変動過程モデルを検討する。回収ファクター（担保の回収率（定数）無担保の回収率（ゼロ））で対処することも考えられる。

11) 小田信之（2001/2） pp8～pp9を参照

12) **B**の推定について、回帰分析あるいはCAPMの資本コストで応用している。

ここで次のような整理が受け入れられる。①V 共分散が正負ポジションを表せば、j 資産ベクトル \mathbf{P}_j が $(\mathbf{P}^T \mathbf{V} \mathbf{P})^{\frac{1}{2}}$ を換算して、信頼区間に充当することができる。②固有リスクとオペレーションリスクの構成について、長期と短期のデータ（例えば日次、週次、月次、年次）、資本比率の傾向、B 値、 R^2 （相関）などをモデルに含んでいる。③リスクの定義と規制には様々な基準（例えばBIS、FRS、EEC）がある。④相場市場の貨幣リスクとデリバティブの変化傾向の有意水準を検定する。

図2 α 有意水準の領域



(iii) Zr信頼区間係数

単一感応ファクターの信頼区間に応じて係数（例えばNDの片側場合、 $\alpha=1\%$ は $Zr=2.33$ 、 $\alpha=5\%$ は $Zr=1.65$ ）は函数の形状がモデル構成の問題となる。各リスクファクター（例えば、デリバティブ取引、デフォルト率の計測）に対し、関連する時間函数は様々な結論を与える。すると、有意水準 α の決定はVaRの有効性に影響を及ぼす考えられる。

ここで、CRの格付結果の確率変数 (r_n) から最適不偏推定値 (\hat{r}_n) を考えて、 α の限界値を説明する。まず企業CRのファクター事象について、優良格付グループ ($h_x(r)$) と不良格付グループ ($h_y(r)$) の統計量 \hat{r}_x と \hat{r}_y とそれぞれ

確率変数は、

$$p_r[\hat{r}_n < h_y(r)] = \int_{-\infty}^{h_y(r)} f(\hat{r}_n; r) \cdot d\hat{r}_n = \frac{\alpha}{2} \quad \dots\dots(7)$$

$$p_r[\hat{r}_n > h_x(r)] = \int_{h_x(r)}^{+\infty} f(\hat{r}_n; r) \cdot d\hat{r}_n = \frac{\alpha}{2} \quad \dots\dots(8)$$

と表される。すると、

$$P_r[h_y(r) < \hat{r}_n < h_x(r)] = 1 - \alpha = P \quad \dots\dots(9)$$

が絶対値水準 $100(1-\alpha)\%$ の確率 (P) となることが示される。ただ片側の不良グループを求めるときは、

$$P_r[h_y(r) < \hat{r}_n < (y_1 \dots\dots y_n)] = 1 - \alpha = P' \quad \dots\dots(10)$$

と計算される。図(2)の概念では、二つのグループ関数 \hat{r}_x と \hat{r}_y が単調増加関数 (あるいは単調減少関数) と考えれば、

$$h_y^{-1}[\hat{r}_n(y_1 \dots\dots y_n)] < r < h_x^{-1}[\hat{r}_n(x_1 \dots\dots x_n)] \quad \dots\dots(11)$$

ところで、 α 有意水準から \hat{r}_u (優良グループ) と \hat{r}_L (不良グループ) の母数の不偏推定値であることを示している。

III VaRの計量枠組

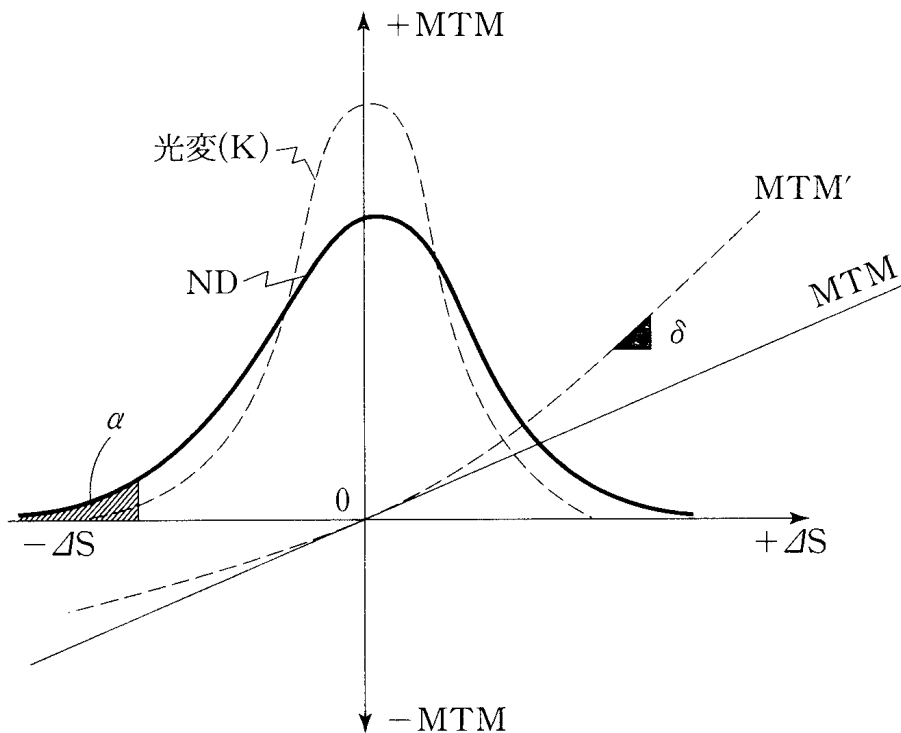
VaRに関するビジネスリスクは、その性質を考慮すると以下のようなことを考えることができる。(i)ポジションとポートフォリオのリスクを調査している。(ii)適切な資本を再構築するためのコストを考慮して決定する。(iii)パフォーマンス計測とリスク調整ベースの戦略を運用する。VaRとは広義では、CaR (Capital at Risk)、DEaR (Daily Earning at Risk)、DaR (Dollars at Risk)、MaR (Money at Risk) などのCR評価のモデルが金融機関の実践で運用されている。また最近、信用ポートフォリオはRAROCのアプローチでリスクを理解し、ポートフォリオの売却、クレジットデリバティブや収益資産の証券化などを統括するのにVaRを活用するのが一般的となっている。

(1) MRのVaR技法

既述のように、**B**（ポートフォリオのベータ）からMTMとNDの曲線（図(3)）の概念が利用されている¹³⁾。ここでは、ポートフォリオの市場価値の感応ファクターによって、MTM（直線あるいは曲線）とNDを組合せて、いま収益資産の変動を $\Delta R \sim N[R_t = E(R), V = \sigma^2(R), E(R) = 0]$ 、資産保有期間 Δt （年換算）でVaRの計算式¹⁴⁾は、

$$\text{VaR} = Z_r \cdot \sigma(R) \sqrt{\Delta t} \quad \dots\dots(12)$$

図3 MTMとND



で与えられる。なお複数の収益資産に対応して、VaRと同じ発想（ $\Delta R \sim N(R_t, M)$ ）で、 $R = W^T \cdot E(R) = 0$ 、 $V = [\sigma(R)]^2 = W^T M W$ も使われることもある。ただし、 M ¹⁵⁾は資産の市場収益率の分散・共分散マトリックス、 W

13) 線形リスク分析について、先験的ファクターに対する対数正規分布を求めることが可能である。

14) 標準正規過程（ブラウン運動）は、ボラティリティ（ σ_0 ）を時間（ Δt ）当たりのボラティリティ式 $\sigma_0 \cdot \sqrt{\Delta t}$ によって与えられる。ブラウン運動は木島（1999）pp12を参照されたい。

はポートフォリオの加重比率（寄与率）である。Wは δ ポートフォリオ($m \times 1$)ベクトル感応度を置換して、 $W(R) = \delta^T M \delta$ からVaRへ計測することも可能である。ここではデルターガンマ（Delta-Gamma； $\Delta-\Gamma$ ）と呼ばれる概念が利用されている。

$\Delta-\Gamma$ 技法について、ポートフォリオのなかでオプション、コール、新株予約権付社債、MBS、CMOなどが非線形（特に凸状）に変化する場合¹⁶⁾、それら $\Delta S \sim N(E(R), M \cdot \Delta t)$ でVaRを計算する¹⁷⁾。このリスク基準は、ポートフォリオのデルタ、ガンマ、ベガなど¹⁸⁾の感応度を時差別のリスクで理解するのに、特別な数理技法が必要とされている。

$$\Delta P(S) \sim \theta \cdot \Delta t + \delta^T \Delta S + \Delta S^T \gamma \Delta S / 2^{19)} \quad \dots\dots(13)$$

ただし、 θ はポートフォリオセータ（ $\partial P(S)/\partial t$ ：時間に対する感応度）、 δ （デルタ感応度のベクトル）、 γ （ガンママトリックスの対称値、あるいはHessian式）。したがって、それらの信頼区間のLP（Linear Programming）値を計算して最適解を出す。

$$\left. \begin{array}{l} VaR = \max(S) \\ S, T. \end{array} \right\} \begin{array}{l} - \Delta P(S) = \sum [P_i(S) - P_i(S_0)] \\ F(S) \leq \alpha \end{array} \quad \dots\dots(14)$$

ここで、 $\Delta P(S)$ はポートフォリオ価値の変化に対する各々の市場収益率（ $P_i(S)$, $i=1, 2, \dots, n$ ）の機能変動の価値、 S_0 は現時点の市場収益率、 S は市場収益率のベクトル、 $F(S)$ は事象発生の確率（あるいは負の変化値）

$$15) \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1m}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2m}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1}^2 & \sigma_{m2}^2 & \dots & \sigma_{mm}^2 \end{pmatrix} \quad \text{但し } \sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \sigma_j$$

16) 2次以上の高次リスクを適用する。

17) この場合のポートフォリオの性質は正規分布と過程する。

18) デルタ（Delta； Δ ）：デリバティブのオプション価格（C）の原資産価格（P）に対する感応度（ $\partial C/\partial P$ ）である。

ガンマ（Gamma； Γ ）：デルタ感応度の2次的感応度（ $\partial^2 C/\partial^2 P$ ）である。

ベガ（Vega； v ）：オプション価格（C）のボラティリティ（V）に対する感応度（ $\partial C/\partial \sigma$ ）である。

19) $\Delta-\Gamma$ モデルについては、Alexander pp85～pp92を参照

と定義される。

(2) CRのデフォルト率とVaRの構成

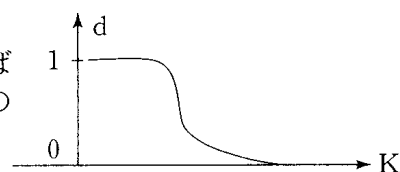
CRとは、取引先が債務を履行不能（融資の返却、債券の元本償還の不能）となるリスクであり、デフォルト（default）ではエクスポージャー間の相関や、潜在的リスクファクターの存在がいつでもありうるので、デフォルト時点の相関も考える必要がある。そのため、決済する前に相手企業の内部要因である経営指標と外部要因である経済と産業環境などを離散性変数で分析し、かつ定量・定性的モデルで運用し、政策的寛容度以外のデフォルト率の予測ができるような判断をすることに用いる。

金融機関に対する相手企業のCRに関する具体的事項については、①融資に対するプライシングのファクターとして金利裁定（リスク調整後の市場利子率；無リスクである国債、LIBOR率、コールなど）とリスクプレミアム（R&Rの決定値）、ハンディコストと管理費用、デフォルト率の期待値などがあげられる。②CRを制御するためリテール市場（MTG、クレジットカード）とプロジェクトファイナンス（シンジケートローン）との分散策を考える。③経済変化（金利の傾向値、インフレーション、GDP）の情報は予測しうる最適なものを選び、合成して計測する。

CRモデル分析の特徴として、MRと同様にリスクファクターを明確に意識する、統計技法を実践する、さらに時間価値を評価する過程をモデル化する、などを通して予測することが必要である。ファクターの選別について言えば、信用格付（rating）の構成と時間的推移のモデル²⁰⁾における価値変動は、有意水準の検定、ロジティック（logit）²¹⁾も配合して時系列、相関、変異分析などを認識して適当な選択可能性が示唆されることになる。

20) ホング（2002/6）pp43－pp48を参照

21) ロジティックモデルは様々な関係式の例であり、例えば資本の適応性（K）とデフォルト率（d）の関係を次の図に示す。



近年、デリバティブ発達の結果としてCRモデルの分析ではマルコフ過程と連鎖に基づいて、評価モデルからデフォルト率の予測、格付システムからVaRの分析が特に顕著な傾向であると考えられる。

(i) 評価モデル

ここではMertonの式から市場価格 $F(\gamma)$ をリスク評価で説明する²²⁾。

$$F(\gamma) = Be^{-ir}[(1/d)N(h_1) + N(h_2)] \quad \dots\dots(15)$$

ただし、

γ : 融資の満期までの時間 ($\gamma = T - t$, T は満期日、 t は現時点)

d : 企業のレバレッジ率 (leverage ratio = Be^{-ir}/A , ここで負債の市場価値は無リスク資産利率 (i) を使って評価する。

$N(h)$: 標準正規分布から、標準偏差 (σ) が計算で与えられる。

$$h_1 = -[1/2 \cdot \sigma^2 \cdot r - \ln(d)] / \sqrt{r}$$

$$h_2 = -[1/2 \cdot \sigma^2 \cdot r - \ln(d)] / \sqrt{r}$$

計算例をあげてみると、債券 (B) ¥100,000 を購入し、期間 (γ) 1 年、年利 (i) = 5%、この企業のレバレッジ率 (d) = 90%、標準偏差 (σ) = 12% として計算すると、 $h_1 = -0.938$ 、 $h_2 = +0.818$ 、 $N(h_1) = 0.174120$ 、 $N(h_2) = 0.793323$ となり、債券の現時点での市場価値は ¥93,866 と若干低くなっている。さらに、リスクの利回り²³⁾は 1.33% が得られる。

$$K(r) - i = -(1/r) \ln[N(h_2) + N(h_1)] \quad \dots\dots(16)$$

(ii) クレジット・メートルのVaR

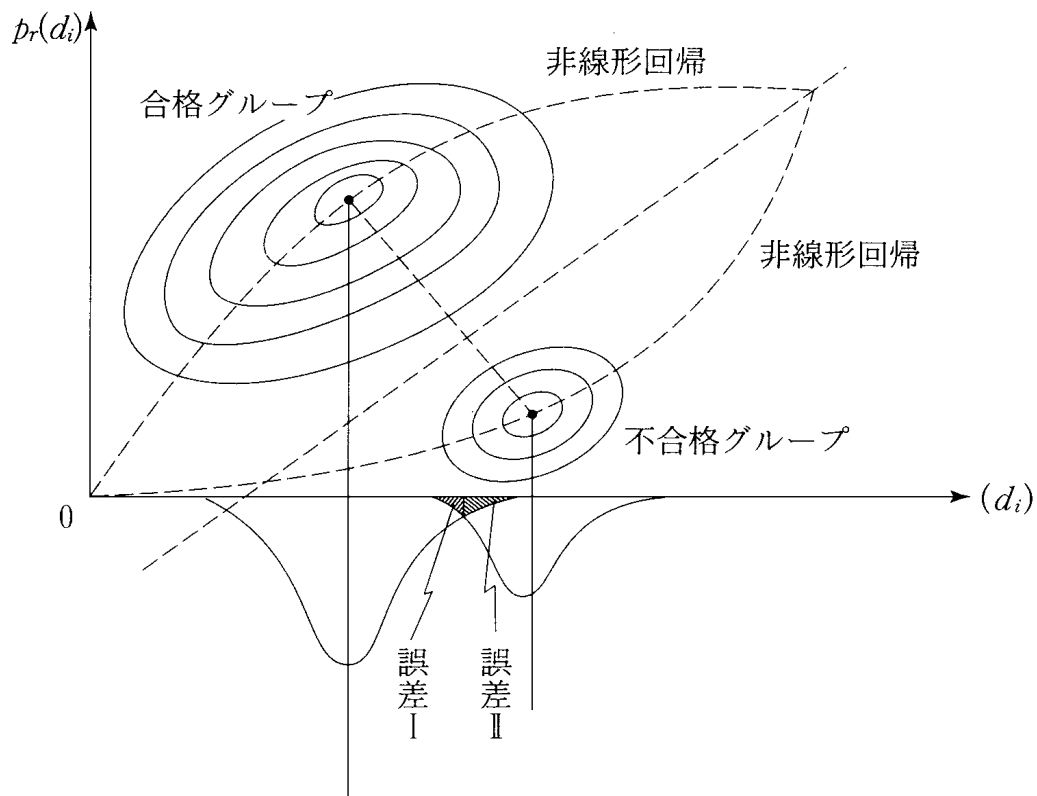
次に、CRに関連する格付システムの信用メートル (Credit Metric) 分析技法のVaRを説明する。信用リスクの評価では、企業の市場債信及び金融機関の金融資産、それらの返済に関するデフォルト率の変動とリカバー率の実績の反映されたものを示すようになる。

22) Saunders (2001) pp34を参照

23) このリスクスプレッドはプレミアムと同義である。

信用評価の結果²⁴⁾において、ラングの優良グループと不良グループを判別関数で分析し、最適拒絶点のR&R理論値を決定する。図(4)は、このモデルの情報とウェットは相関との交差属性値があるので、もし非線形回帰網路を分析すれば、それらの統計的誤差値 (Error I と Error II) を低減できる。

図4 判別関数の誤差値



各金融資産をエクスポージャーした、現時点の市場価値 ($E(R)$) とボラティティ ($V(R)$) において、将来市場変化の VaR を計測することは、個別ケースあるいは全体のパフォーマンスを算出する際に一般的に用いられる。もし、リカバー率²⁵⁾と融資市場のスプレッド ($E(R)$ と $V(R)$ から予測することは不可能である) を含んだ場合、モデルが実践的になることが知られている。

格付の変化確率²⁶⁾をマトリックスの形にまとめたものは、VaR の予測の

24) ホング (2002/6) pp48~pp53を参照

25) 正確なりカバー率の算出と予測は困難であるが、モデルの構成としてはこれを考えなくてはない。

26) 確率のファクターは、時間分布、ハザード率、経済・産業の変化などを含んでいる。

27) ホング pp70~pp71を参照

最後の把握である。例えば、B評点（高い）格付からC評点（低い）方向へ変動する可能性のある範囲かどうかの変化確率を計算できる。そして、格付システム、評価、MTMモデル、デフォルトモデルなどの技法を用いて、さらにMPT理論からリターン($E(R)$)、リスク $V(R)$ 、相関(ρ)などを用いてポートフォリオのVaRで計算する。図(5)と表(1)に示すように、BからCへの変化確率15%のVaRは25.70% ($\alpha=5\%$) となり、1ランクの変動であることがわかる²⁷⁾。ところで、資産ポートフォリオリスクとデフォルトの相関および分散について考えれば、なるべく資産ポートフォリオの分散効果のもとに運用し、それらの相関値が平均的に縮小へ向かう効果が出るようにすることが、VaRを計測する時の最初に検討するステップである。

図5 CRの分布とポラティリティ

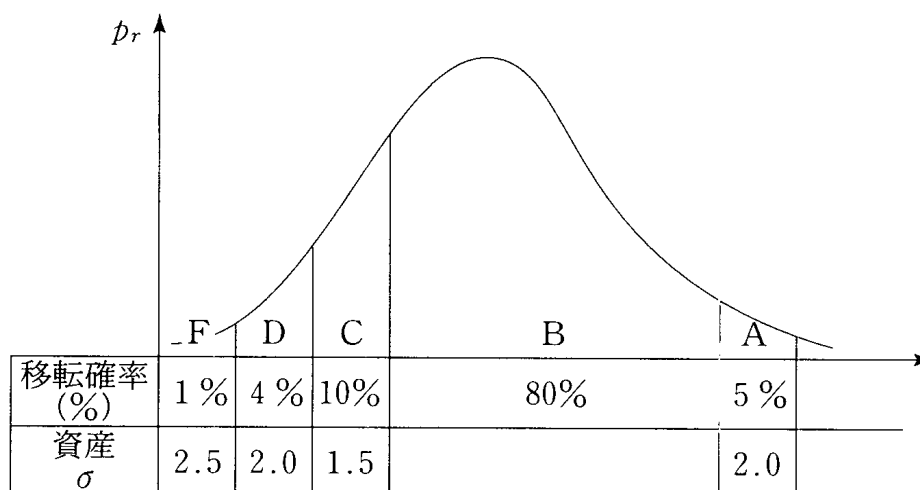
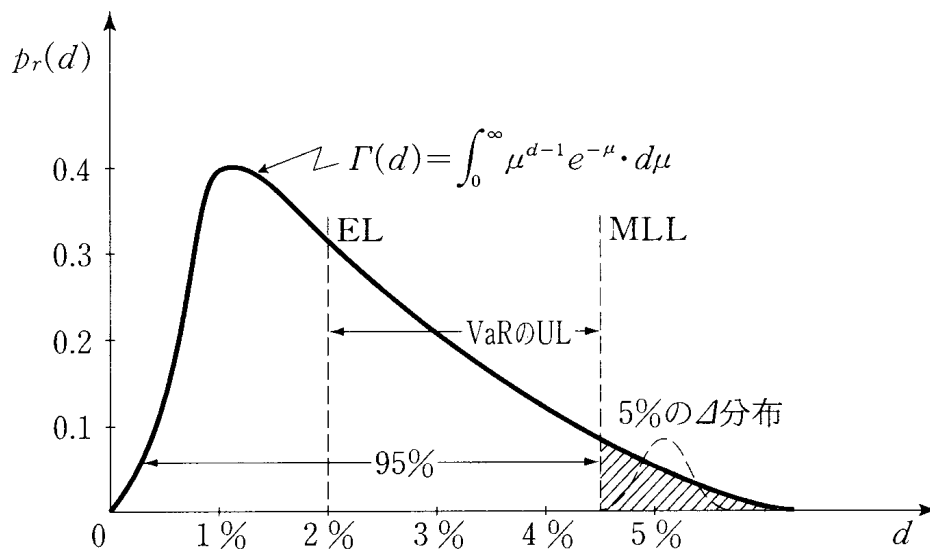


表1 B評点からC評点へVaR計算値

| 評点 | 移転確率(p_r) | 貸付のNPV(V) | $p_r \cdot V$ | 平均値(D) | $p_r \cdot D^2$ |
|----|---------------|---------------|---------------|---------|-----------------|
| A | 5% | 108.65 | 5.43 | 3.42 | 0.58 |
| B | 80% | 107.40 | 85.92 | 2.17 | 3.77 |
| C | 10% | 100.35 | 10.04 | <4.88> | 2.38 |
| D | 4% | 83.60 | 3.34 | <21.63> | 18.71 |
| E | 1% | 50.12 | 0.50 | <55.11> | 30.37 |
| 合計 | 100% | | $E(L)=105.23$ | | $V(L)=55.81$ |

(iii) MRとCRの統合的VaR

金融機関は、B/Sのポートフォリオのダイナミックな変化の中で、特にMTMのマーケット変動に伴う企業の信用リスクを統合的に管理することと推断する。はじめに、CRに対するポリシーを根拠として、信用リスクのデータと標準、リスクに対し相関のある非流動的なファクターなどを構成し、次いでCRのマトリックス、クレジットデリバティブ、資産の証券化、シンジケートローンなどに応用するために、統合リスクに対する有効性はでき上がっている²⁸⁾。一方、統合的VaRに関するデフォルト率の算出、あるいは格付ランクの移動を計量化することから期待損失 (expected loss ; EL) と非期待損失 (unexpected loss ; UL) を計測する必要がある。ところがELは統計的損失確率で (一定の確率で発生が予測されるリスク事象)、ULはCRのVaRからシステマティック・リスク (ELの変化) とアンシステマティック・リスク (完全に偶発的に発生するリスク事象) に分けられる。図(6)は $\alpha=5\%$ の有意水準において、経済資本リスク (すなわちMTM価値と信用品質) から考慮すべきであると同時に、信用サービス水準を設置されたものを示す。

図6 MRとCRの $\Gamma(d)$ 分布概念

- (注) 1) d は貸出額に対する損失率である。
 2) EL：期待損失値（ところ、CRの $\mu=2\%$, $\sigma=1\%$)
 3) UL：非期待損失率値(95%の信頼区間)
 4) MLL：UL 最大限の臨界損失値
 5) Δ 分布：リカバー率も含んで貸出の属性
 (相関係数 $\rho(0-1)$ を推定する)
 6) 洪：「数理統計学導引」 pp88～89 を参照。

ここではMRとCRのVaRとの統計事象上の分析を目的としている。そのために次のような具体的な理解が必要である。①市場スケッチの実態とCR意義の認識が同一になるリスクマネジメントシステムを引き付ける。②信用品質に対するデフォルト率と格付の移動について、時系列(T)と相関(ρ)²⁹⁾との動向を分析する。③感応の同値性にさらすことは(価値が潜在的に損失してしまうもの)、現時点の損失予測値と残りの時期の予測値を共に見守る。例えば、CR資産(社債、CP、MTGなど)がMTMの変化に伴って、ポジションの移転があればすぐに再評価しなければならない³⁰⁾。特にB評点以下の資産が低下するとき、スプレッドの経済的損失と同時に流通市場での取引リスクも生じる³¹⁾。

VaRの計測技法は多数のモデルが開発された。表(2) (Alexander-1999) VaRの実用面では、金融機関が創ったプログラムで高い評価を目指す。

IV 結論—VaRの実践

VaRの発展と市場のグローバル化に対して、金融市場の傾向について、(i)Eーバンキング、Eーファイナンスの発達のため金融工学が目覚しく進歩

28) MRとCRとを同時に計測する場合には負の相関となることが一般的なので、モデルを構築するときに注意すべきである。

29) 時系列の自己相関性、信用ファクターの同値性などに注意すべきである。

30) ここでB/Sから多変数の分析について、ほとんどの場合は標準正規分布と仮定する。例えば、PROBITモデルの実証の例があげられる。

31) 小田信之(2001) pp76～pp94を参照

表2 VaR モデルの実例(Alexander—1999)

| 事象 | Credit Metries (JPM 97) | KMV (Kealhofer 95) | Credit Portfolio View (MeKinsey 98) | Credit Riskt (CSFP 37) |
|--------------------|----------------------------|-----------------------|---|---------------------------|
| デフォルト期待値 (自己裁量) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| 相関分析 | | | | |
| (i)独立素数 | — | — | — | ✓ |
| (ii)エクティ・ベース | ✓ | ✓ | ✓ | — |
| (iii)パフォーマンス | — | — | ✓ | — |
| 信用の循環変数 | — | — | ✓ | — |
| 数値の損失 | | | | |
| (i)MTM | ✓ | ✓ | ✓ | — |
| (ii)デフォルト(二項) | — | ✓ | ✓ | ✓ |
| (iii)デフォルト(複数) | — | — | ✓ | — |
| (iv)個別ポートフォリオ | — | — | ✓ | — |

しつつある。(ii)マーケット（地域分散）と、金融商品の価格条件の高度化と瞬時における反映が盛んに行われている。(iii)金融と企業が国際間のM&Aを促進している。(iv)少子高齢化の結果、福祉政策の変化から年金に対する意識の台頭と投資信託に対する関心が高まっている。(v)新たな競争者が金融サービス業に参入するおり、市場パラドックスへの挑戦とリスク回避の技法としてVaRを現実的なものとして考慮すべきである。VaRの計測がP&L（損益）とB/Sに直接影響するので、それらの特徴の認識とその分析方法は、経営

者の視点から見て有効であることが必要である。いわゆるVaRの特性について言えば、(i)即時計測値がポリシー決定の基準となる。(ii)現時点のポートフォリオが将来時点の期待損失値を計算するのに必要である。(iii)時間限界によって選択して当てにする。(iv)統計確率水準の選択に結果が影響される³²⁾。

VaRによってパーセント値で評価し、リスク量をコントロールする。いわゆるマーケットの価格、金利、デリバティブなどの要素の感応度が1bpから10bpまでの表示されているベシスリスクを分析する以外に、非期待的な感応度についてもシナリオ分析とストレステストをすべきである。また競争上の比較優位に基づいてVaRの枠を設定し、R&Rに応じて収益を最適化する。モデル構成のうち、統計母数アプローチ (parametric approach) は確率過程から正規分布を基本とし、離散的ポアソン過程と Γ 連続的分布とで補正して、損失確率分布の分散・共分散を支援し、パラメトリックス確率を算出する。しかし、非母数アプローチが市場指数のヒストリカルデータをシミュレートする方法を使って、MicrosoftTMMinitabで実際に応用されていた。

VaRモデル構築について、記述の技法のほかにEVT (Extreme Value Theory)、CVaR (Conditional VaR)、ExVaR (Extentional VaR)、また業種別破綻率、担保価格、リカバー率などの利用も実用性が高い。なおB/Sから質的選択の多変数回帰分析のシスティック破綻率の計測は米のIRS (税務署) もVaR値を求めて、CFのリスクを税務リスクの管理に運用された。

現在の日本では、将来に向けた金融資産運用やリスクマネジメントが盛んだが、質の高い金融分析の専門家と投資家を養成する必要がある。それには短期訓練のみの教育ではなく、複雑、多様化する金融商品や取引の工学的モデルの機能と投資家の自己責任 (特に401Kの執行) の度合いを一段と高める必要がある。またその両者に関連して、より本格的にVaRを運用しなけ

32) 信頼区間は、米でCITIBANK (95.4%)、BOA (95%)、BANKERS TRUST (99%) などが使用されていた。

ればならない。

(筆者は関西学院大学商学部教授)

参考文献

1. Carol Alexander (1998) "Risk Management and Analysis" (Wiley)
2. Joël Bessis (1998) "Risk Management in Banking" (Wiley)
3. James Gleason (1999) "Risk" (Bloomberg)
4. Michel Grouhy, Dan Galai, Robert Mark (2001) "Risk Management" (McGrand)
5. Styajit Das (1998) "Risk Management and Financial Derivatives" (McGrand)
6. Christopher Marshall (2001) "Operational Risk in financial institutions" (Wily)
7. Robert Gunther (2000) "Managing Emerging Technologies" (Wily)
8. Christopher Culp (2001) "The Risk Management Process" (Wily)
9. Jack King (2001) "Operational Risk" (Wily)
10. 小田信之 (2001) 『金融リスクの計量分析』 (朝倉書店)
11. 木島正明 (1999) 『バリュー・アット・リスク』 (金融財政事情研究会)
12. 津野義道 (2000) 『ファイナンスの確率積分』 (共立出版)
13. 豊田透樹 (1998) 『共分散構造分析』 (朝倉書店)
14. ジョンホング (2002) 『ファイナンシャル・リスク・マネジメントの理論と実証』
(晃洋書房)
15. 洪澄洋 (1988) 『作業研究』 (文笠書局)
16. 洪澄洋 (1989) 『数理統計学導引』 (五南図書)