マーケット・シェア・モデルの一拡張[1)]

井　上　哲　浩

I　はじめに—マーケット・シェア

マーケティング戦略を構築する際に、マーケット・シェアをその戦略課題とすることも少なくない。マーケット・シェアは、マーケティング・マネジメントの意思決定測度の重要なものの一つである。本論は、このマーケット・シェアのモデリング（*e.g.,* 中西 1992、Cooper 1993）に関するものであり、ベイズ統計に基づきある拡張を試みた研究である。

ある市場を想定しよう。その市場におけるブランド i のマーケット・シェア s_i は、そのブランド i の売上を Q_i、その市場での総売上を Q（$Q=\sum_{j=1}^{m} Q_j$、ここで m は競合ブランド数）とすると、

$$s_i=\frac{Q_i}{Q} \tag{1}$$

となる。この式により確かにマーケット・シェアは算出されるが、「結果的に」算定される点に注意が必要である。つまり、なぜブランド i の売上は Q_i となったのか？　なぜ Q_i 以上あるいは以下にならなかったのか？　なぜブランド i のマーケット・シェア s_i に留まったのか？　なぜ総市場規模 Q は拡大、縮小あるいは同じだったのか？　という、市場創造や市場管理の視点

1）本論の執筆に当たっては、2004年4月4・5両日に京都ガーデンパレスで開催された中西正雄博士を囲んでの研究会における筆者の報告に対する議論がベースとなっている。中西正雄博士そして参加者全員に謝意を表したい。

を重視するマーケティングの性質には、必ずしも完全に適合するものではない。

まず次節で、マーケティングの分野におけるマーケット・シェアの概念を理論的にそして数学的に考察する。そこでは、マーケット・シェアの基本定理をまず紹介し、次に数式的に同質的な導出を諸側面から試み、最後に「市場」そのものの問題に触れる。そしてマーケット・シェアのモデリングの基本である魅力度の定式化を、論理整合性、そして同質的効果・異質的効果をともなったマーケット・シェア・モデルを紹介し、新たな試みとして階層ベイズ・モデリングを論ずる。そして最後に総括を行う。

II マーケット・シェア・モデルに関する理論的背景と同質的定式化

本節では、マーケット・シェアの基本定理、Bell, Keeney, and Little の公理系、非確率的 Luce の個人選択公理、そして確率的効用モデルという諸側面から、後述される $s_i = \dfrac{A_i}{\sum_{j=1}^{m} A_j}$ という定式化の数式的に同質な導出を紹介し、根本的問題である「何が市場か」というブランド $j=\{1, 2, \cdots, m\}$ の m をどう定義するか、という問題に関して触れる。

1. マーケット・シェアの概念とマーケット・シェアの基本定理

自社ブランドの売上を市場での総売上で割って得る、式(1)で示されるマーケット・シェアの概念を、マーケティングの視点から批判した。つまりマーケット・シェアは、マーケティング努力の関数として考えるべきである。例えば、P_i をブランド i の価格、C_i をブランド i の広告支出、D_i をブランド i を取り扱っている店舗の割合といった流通努力とすると、マーケット・シェアは、これらマーケティング努力 M_i の関数として、$M_i=f(P_i, C_i, D_i)$ のように考え、最終的にマーケット・シェア s_i は、マーケティング努力 M_i に比

例すると考え、比例定数kとM_iの関数として、

$$s_i = k \cdot M_i \tag{2}$$

と定式化される（Kotler 1984)。単純な式(2)の含意は、第一にあるブランドのマーケット・シェアはそのマーケティング努力の関数であり、第二にそのマーケティング努力が大きければ大きいほどそのブランドのマーケット・シェアは大きいという点である。

式(2)の関数fをどのように特定化するかの前に考えねばならない側面がある。それは、市場に含まれる全ブランドのマーケット・シェアの合計は1にならなければならない、すなわち$\sum_{i=1}^{m} s_i = 1$という点である。この式に式(2)を代入すると、$\sum_{i=1}^{m} k \cdot M_i = 1$となる。したがって、$\sum_{i=1}^{m} M_i = \frac{1}{k}$となり、$k = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} M_i}$を得る。これを式(2)に代入すると、

$$s_i = \frac{M_i}{\sum_{j=1}^{m} M_j} \tag{3}$$

を得る。この式(3)の含意は、ブランドiのマーケット・シェアは全体のマーケティング努力に占めるそのブランドの割合であるという点である。これがKotler（1984）による、マーケット・シェアの基本定理（fundamental theorem）である。

2．Bell, Keeney, and Little（1975）の公理系

Bell, Keeney, and Little は、魅力度という概念を導入し、非常に興味深い公理系を展開している。Bell らは、あるブランドを購入する際に消費者はその市場で入手可能な代替ブランドから一つのブランドを選択しなければならず、そのブランド選択を決定するものが魅力度である、と想定している。ブランドiの魅力度をA_iとすると、下記の公理系を想定する。

公理 1. すべての i に対して $A_i \geqq 0$ であり $\sum_{i=1}^{m} A_i > 0$ である。

公理 2. $A_i = 0 \Rightarrow s_i = 0$ である。

公理 3. $A_i = A_j \Rightarrow s_i = s_j (i \neq j)$ である。

公理 4. A_j が $\varDelta$ だけ変化した時、相応する $s_i (i \neq j)$ の変化は j とは独立である。

そして、これら4つの公理系から、Bell らは魅力度とマーケット・シェア間に以下のような関係が導出されえることを示している：

$$s_i = \frac{A_i}{\sum_{j=1}^{m} A_j} \tag{4}$$

式(4)の留意点は、ブランド i のマーケティング努力 M_i によってブランド i の魅力度を A_i が規定されると考えると、式(3)と(4)が同値になる点である。

3. 個人レベルの選択モデルとマーケット・シェア

式(3)や(4)を導出するのに、ブランド i のマーケット・シェア s_i としてとらえ集計レベルの確率モデルとして特定化しても、s_i をブランド i を選択する確率 p_i としてとらえ個人レベルの確率モデルとして特定化しても、同様に同定化することができる。まず個人レベルの非確率モデルを、次に個人レベルの確率モデルを整理する。

まず、コンジョイント測定法（*e.g.*, Green and Srinivasan 1990）の基礎をなす非確率的な Luce（1959）の個人選択公理を紹介しよう。Luce は、ブランド集合 C からブランド i が選択される確率は、C の部分集合である S からブランド i が選択される確率と同じであるとして、

$$P(i|C) = P(i|S)P(S|C)$$

と仮定する。すると任意のブランドあるいは部分集合 k に対するブランド i の効用 u_i を

$$u_i=\frac{P(i|C)}{P(k|C)}$$

と定義すれば、

$$\frac{u_i}{u_j}=\frac{P(i|C)}{P(j|C)}$$

となる。したがって、$P(j|C)=P(i|C)\dfrac{u_j}{u_i}$ となるので、両辺を $j\in C$ に関して和をとると、

$$\sum_{j\in C}P(j|C)=P(i|C)\sum_{j\in C}\frac{u_j}{u_i}=1$$

となるので、$C=\{1,\cdots,m\}$ とすれば、

$$P(i|C)=\frac{u_j}{\sum\limits_{j\in C}u_j}=\frac{u_i}{\sum\limits_{j=1}^{m}u_j} \tag{5}$$

を得る。Luce においては、非確率的に導出されていることからも、ブランド i の効用 u_i を定数効用（constant utility）や確定的効用と呼ぶ。なお、式(5)と式(3)と(4)が、ブランド i のマーケティング努力 M_i、ブランド i の魅力度を A_i、ブランド i の非確率的効用 u_i に関して同値であることは一目瞭然である。

次に確率的効用モデルとも呼ばれる、個人レベルの確率的選択モデルを紹介しよう。ブランド i の確率的効用 U_i は、確定的効用 u_i と誤差項 e_i の和として

$$U_i=u_i+e_i$$

として定義する。そしてブランド集合 C からブランド i が選択される確率は、ブランド i の確率的効用 U_i が C に包含される他のブランドの確率的効用より大きいか等しい確率である、すなわち、

$$P(i|C)=P(U_i\geq U_j\ \forall j\in C)$$

として定義する。そして McFadden（1974）は、誤差項 e_i が極値分布 Type I に従えば、

$$P(i|C)=\frac{\exp(u_i)}{\sum_{j=1}^{m}\exp(u_j)} \tag{6}$$

となることを示している。そして誤差項e_i極値分布 Type II を仮定すれば、Johnson and Kotz（1970）に基づき中西（1983）が導出したように、

$$P(i|C)=\frac{u_i}{\sum_{j=1}^{m}u_j} \tag{7}$$

となる。式(7)はそのまま、式(6)においては定数効用を指数変換したものを考慮すれば、式(3)、(4)、(5)と同値となる。

4．小売引力法則とマーケット・シェア・モデル

式(3)、(4)、(5)、(6)、(7)に表わされるマーケット・シェア・モデルを論ずる際に、小売引力法則をレビューすることは、その密接な関連性から意義深い。中西（1998）に依拠して、簡潔に小売引力法則の理論的展開をふりかえる。小売引力法則の端緒は、Reily（1930）に求めることができる。Reily は「もしあるコミュニティに住む消費者がどの都市に買い物に行くかを選べるならば、都市jに行く消費者の買物出向比率B_j、は都市jの人口P_j、に比例し、そのコミュニティから都市jまでの距離の自乗D_j^2、に反比例する」と仮定し、$B_j \propto P_j/D_j^2=P_j \cdot D_j^{-2}$という定式化を行った。この定式化に基づき、都市$j$のと都市$h$の買物出向比率の比を定式化すると$\dfrac{B_j}{B_h}=\dfrac{P_j \cdot D_j^{-2}}{P_h \cdot D_h^{-2}}$を得る。この式から、Reily のモデルは、ニュートンの引力法則の直接的な類推で、都市の「質量」が人口と置き換えられただけであることは明らかである。

Reily のモデルを拡張したのが、Huff（1962）である。Huff は、起点iにいる消費者が目的地jを買物場所として選ぶ確率π_{ij}は、売場面積である目的地jの規模S_j、起点iから目的地jへの旅行時間T_{ij}、そして抵抗度パラメータλの関数として、$\pi_{ij} \propto S_j \cdot T_{ij}^{-\lambda}$と定式化した。先と同様に目的地$j$のと

目的地 h の確率の比を定式化すると $\dfrac{\pi_{ij}}{\pi_{ih}}=\dfrac{S_j\cdot T_{ij}^{-\lambda}}{S_h\cdot T_{ih}^{-\lambda}}$ を得る。そして $S_h\cdot T_{ih}^{-\lambda}=S_j\cdot T_{ij}^{-\lambda}\dfrac{\pi_{ih}}{\pi_{ij}}$ と変換し両辺を h に関して合計すると1になることから、

$$\sum_{h=1}^{m} S_h\cdot T_{ih}^{-\lambda}=S_j\cdot T_{ij}^{-\lambda}\sum_{k=1}^{m}\frac{\pi_{ih}}{\pi_{ij}}=S_j\cdot T_{ij}^{-\lambda}\frac{\sum_{k=1}^{m}\pi_{ih}}{\pi_{ij}}=1$$

$$\sum_{h=1}^{m} S_h\cdot T_{ih}^{-\lambda}=\frac{S_j\cdot T_{ij}^{-\lambda}}{\pi_{ij}}=1$$

となり

$$\pi_{ij}=\frac{S_j\cdot T_{ij}^{-\lambda}}{\sum_{h=1}^{m} S_h\cdot T_{ih}^{-\lambda}} \tag{8}$$

を得る。Reily のモデルの場合には、

$$\pi_{ij}=\frac{P_j\cdot D_{ij}^{-2}}{\sum_{h=1}^{m} P_h\cdot D_{ih}^{-2}} \tag{9}$$

となることは明らかである。

Reily のモデルと Huff のモデルの差は、変数の特定化と距離抵抗のパラメータ化にある。変数の特定化に関して、引力法則の直接的類推に基づく Reily に対して、Huff は目的地が抱えている商品の品揃えの幅である売場面積の大きさが選択確率を規定すると積極的に仮定している。また距離抵抗のパラメータに関しても、往復旅行時間は消費者の時間に関する機会費用の代理変数であると考え、製品カテゴリーによって抵抗度は異なると積極的に仮定している。

5．市場の定義

次項でブランド i の魅力度 A_i をどのように特定化するかという問題を議論する前に、根本的問題である、何が市場か、つまり式(5)の C や一連の定式化において用いられてきたブランド $j=\{1, 2, \cdots, m\}$ の m をどう定義す

るか、という問題に関して、井上（2003）に依拠しながら簡潔に触れたい。市場の定義は、競争市場構造分析とも呼ばれている。自動車産業、家電産業のような産業政策上一般的に受け入れられてきた産業分類（ＳＩＣ）があるが、マーケティング意思決定、特に製品やブランドに関する意思決定が直面する多様な局面においてはこれら産業分類は実務的ではない。マーケティング競争を考慮すれば、自動車産業ではなく、ファミリー・カー市場、ＲＶ市場というようなより詳細なくくりの方が、有用である。しかしながら、ＲＶ市場を例にとれば、排気量3000ＣＣ以上の大型ＲＶもあれば2000ＣＣ未満の小型ＲＶも上市されており、ダート対応のＲＶもあれば都市型ＲＶもある。したがって、単にＲＶ市場というレベルでくくるべきなのか、それとも大型ＲＶ市場、中型ＲＶ市場などと排気量でさらにくくった方がよいのか、代わりに都市型ＲＶ市場、本格派ＲＶ市場などと使用方法でさらにくくった方がよいのか、詳細なくくりの明確な規準が存在しない。これが競争市場構造分析で取り扱われる市場に関する問題であり、市場の定義に関する規準を提示することが目的である。

競争市場構造分析には様々な方法があるが、交差弾力性に代表される代替性に基づく手法、時系列的選択に代表されるスイッチングに基づく手法、製品マップに代表される競争空間に基づく手法、という3類型を考えることができる。

経済学にその基礎をおく弾力性は、マーケティングの分野においても古くから代替性の尺度として活用されてきた。競合するブランドiのマーケット・シェアs_iに関する交差弾力性$e_{s_i, x_{pj}}$は、$e_{s_i, x_{pj}} = \frac{\partial s_i}{\partial X_{pj}} \cdot \frac{X_{pj}}{s_i}$で与えられ、ブランド$j$の価格変化率に対する競合ブランド$i$のシェア変化率の比として解釈される。この交差弾力性の関係から、市場の定義を行おうとする競争市場構造分析手法群がある（*e.g.*, Russell and Bolton 1988）。そしてこの交差弾力性の推定において頻繁に用いられるのが、本論で論じているマーケット・シェア・モデルである。

第2の手法群は、選択データをブランドに注目しつつ期間にわたって同一のパネルを集計し、例えばブランド i からブランド j にスイッチしたパネル数を計上することで、構築されるスイッチング行列に基づくものである。このスイッチング行列に基づく競争市場構造分析モデルの多くは、潜在クラス分析を応用したもの（*e.g.,* 井上、中西 1990）や対数線形モデルを応用したもの（*e.g.,* Novak 1993）が多い。基本的想定は、競合の程度が高いほど、スイッチングの程度も高く、スイッチングの程度が高いブランド群を検討することで、市場の定義を行うことができる、というものである。Bucklin, Russell, and Srinivasan（1998）は、スイッチングと弾力性の関係を理論的に導出しており、消費者 h がブランド i を選択する確率を π_{ih} とすると、$r_{ij}=\dfrac{\sum_h \pi_{ih}\pi_{ih}/N}{\sum_h \pi_{ih}/N}=\dfrac{\sum_h \pi_{ih}\pi_{ih}}{\sum_h \pi_{ih}}$ を定義すると、ある条件下でブランド j の価格 X_{pj} にスイッチング r_{ij} を代替することで交差弾力性と同値になることを示している。

最後の手法群は、競争空間に基づく競争市場構造分析モデルである。このグループに属する手法は、ユークリッド空間的なものと非ユークリッド空間（超空間）的なものに大別される。前者の古典的なものには、主成分分析、因子分析、判別分析といった属性アプローチによるブランド・マップ、あるいは多次元尺度構成法といった類似度アプローチによるブランド・マップがある。後者の古典的なものには、クラスター分析に基づく階層的な競争空間モデルがある。注意すべき点は、これらの古典的なものをベースにしつつ、過去20年間にマーケティング独自のものが多く開発されてきている点である（*e.g.,* Cooper and Inoue 1996)。基本的想定は、競合の程度が高いほど競争空間上で類似のポジションに布置しており、その空間的相対関係に基づき市場の定義を行うことができる、というものである。

III マーケット・シェア・モデルに魅力度の定式化

1．魅力度の特定化1：論理整合性と同質的マーケティング効果

マーケット・シェアの基本定理、Bell, Keeney, and Little の公理系、非確率的 Luce の個人選択公理、そして確率的効用モデルから式(3)、(4)、(5)、(6)、(7)に表わされる $s_i=\frac{A_i}{\sum_{j=1}^{m} A_j}$ という定式化の数式的に同質な導出を紹介し、ブランド $i=\{1, 2, \cdots, m\}$ の m をどう定義するかという競争市場構造分析の課題に付いても触れた。次の問題は、ブランド i の魅力度 A_i をどのように特定化するかである。Kotler が上述のマーケット・シェアの基本定理において $f(P_i, C_i, D_i)$ として考えたように、様々なマーケティング努力の関数、一般化して K 個のマーケティング変数の関数 $f(X_1, X_2, \cdots, X_K)$ として考えるのが妥当であろう。この点に関して、Cooper and Nakanishi（1988）が簡潔な議論を展開している。

Cooper and Nakanishi は、ブランド i の魅力度 A_i を想定しない、つまり $s_i=f(X_1, X_2,\cdots, X_K)$ として特定化するモデルとして、線形モデル、積乗モデル、指数モデルを、魅力度を想定する、つまり $s_i=\frac{A_i}{\sum_{j=1}^{m} A_j}$ において $A_i=f(P_i, C_i, D_i)$ として特定化するモデルとして、ＭＣＩモデルとＭＮＬモデルを整理している。

線形モデル：$s_i=\alpha_i+\sum_{k=1}^{K}\beta_k\cdot X_{ki}+\varepsilon_i$ (10)

積乗モデル：$s_i=\exp(\alpha_i)\cdot\prod_{k=1}^{K}X_{ki}^{\beta_k}\cdot\varepsilon_i$ (11)

指数モデル：$s_i=\exp\left(\alpha_i+\sum_{k=1}^{K}\beta_k\cdot X_{ki}+\varepsilon_i\right)$ (12)

ＭＣＩモデル：$A_i=\exp(\alpha_i)\cdot\prod_{k=1}^{K}X_{ki}^{\beta_k}\cdot\varepsilon_i$ (13)

$$\text{ＭＮＬモデル}：A_i=\exp\left(\alpha_i+\sum_{k=1}^{K}\beta_k\cdot X_{ki}+\varepsilon_i\right) \tag{14}$$

ここで、α_i はブランド i の独自効果、ε_i は誤差項である。

式(10)～(14)の代替特定化において、Naert and Bultez（1973）による「マーケット・シェア推定値は非負でなければならない、マーケット・シェア推定値の合計は非負であり１以下でなければならない」という論理整合性の指摘から、式(10)～(12)の魅力度を想定しない線形モデル、積乗モデル、指数モデルより、式(13)のＭＣＩおよび式(14)のＭＮＬモデルの方が優れていることがわかる。

２．魅力度の特定化２：効果差モデルと交差競合モデル

しかしながら式(13)のＭＣＩモデルと式(14)のＭＮＬモデルにおいて、k 番目のマーケティング努力の効果 β_k は、k という添え字しか伴わないことから、ブランド $i=\{1, 2, \cdots, m\}$ で共通であることを明示している。その含意は、どのブランドに関してもあるマーケティング努力の効果は同じである、ということである。ところが、ある企業のあるブランドの広告は、クリエイティブの側面において他社ブランドの広告より優れているため、同じＧＲＰ出稿量でも効果が高い、といったことや、ある企業のあるブランドは普段全く値引きしないため、いつも値引きして販売している他社ブランドのプロモーションより、同じ値引き幅でもプロモーション効果は高い、といったことは知られている。この問題に対応したのが、効果差ＭＣＩモデルとＭＮＬモデルである。

$$\text{効果差ＭＣＩモデル}：A_i=\exp(\alpha_i)\cdot\prod_{k=1}^{K}X_{ki}^{\beta_{ki}}\cdot\varepsilon_i \tag{15}$$

$$\text{効果差ＭＮＬモデル}：A_i=\exp\left(\alpha_i+\sum_{k=1}^{K}\beta_{ki}\cdot X_{ki}+\varepsilon_i\right) \tag{16}$$

Cooper and Nakanishi は、式(15)の効果差ＭＣＩモデルと式(16)の効果差ＭＮＬモデルを更に拡張させている。効果差モデルにおいては、ブランド i の魅力度 A_i は、ブランド i のマーケティング努力によってのみ規定されるが、

競合のマーケティング活動の影響を受けることは十分に考えられる。例えば、クリエイティブの側面において優れている自社ブランドの広告に対応して、ターゲット・セグメントに対して非常に有効なリーチを持つメディアやビークルに競合が広告を出稿するなどといったことである。効果差モデルのこの制約を緩和したのが、交差競合ＭＣＩモデルとＭＮＬモデルである。

$$交差競合ＭＣＩモデル：A_i=\exp(\alpha_i)\cdot\prod_{k=1}^{K}\prod_{j=1}^{m}X_{kj}^{\beta_{kij}}\cdot\varepsilon_i \tag{17}$$

$$交差競合ＭＮＬモデル：A_i=\exp\left(\alpha_i+\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{m}\beta_{kij}\cdot X_{kj}+\varepsilon_i\right) \tag{18}$$

3．魅力度の特定化３：階層ベイズ・モデリング

式(13)と(14)に対して効果差を考慮し発展させた式(15)と(16)、そして式(15)と(16)に対して効果差を考慮し発展させた式(17)と(18)、いずれもマーケティング効果$\beta_{\cdot}$に関する展開である。なぜブランド毎にあるマーケティング変数の効果が異なるのか、なぜ競合ブランドのマーケティング活動が自社ブランドのあるマーケティング変数の効果に影響を与えるか、という問に本項では、「マーケティング効果を規定する上位のパラメータが存在するからである」という想定からベイズ統計に基づき展開してみたい。

ベイズ理論は、ある事前の分布とある尤度関数を仮定しそれらから導かれる事後分布に基づき、統計的議論を行うアプローチである。マーケティング・サイエンスの分野でも積極的に用いられてきており、代表的なものがいくつかある。第１に Poisson 分布パラメータが Gamma 分布に従う負の二項分布モデル（*e.g.*, Schmittlein, Cooper, and Morrison 1993）、第２に Binomial 分布パラメータが Beta 分布に従う Beta-Binomial モデル（*e.g.*, Morrison and Kalwani 1993）、第３に指数分布パラメータあるいは Weibull 分布パラメータが Gamma 分布に従う Gamma-Exponential モデルあるいは Gamma-Weibull モデル（*e.g.*, Gupta 1991）、第４に多項分布パラメータが Dirichlet 分布に従う Dirichlet-Multinomial モデル（*e.g.*, Siddarth, Bucklin, and Morrison 1995）

などがある。

例えば、Morrison and Kalwani における Beta-Binomial モデルを用いたベイジアン・アプローチでは、密度を $f(p;\alpha,\beta)=\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}P^{\alpha-1}(1-P)^{\beta-1}$ 持つ Beta-Binomial モデルにおいて、まず期待値 $E[P]=\bar{P}=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$ と分散 $Var\,[P]=\dfrac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)^2}=\phi\bar{P}(1-\bar{P})$ を考える。ここで鍵となるのが、極化指標（polarization index）と呼ばれる $\phi=\dfrac{1}{\alpha+\beta+1}$ である。これが極化指標と呼ばれる理由は、事前分布であり消費者異質性を代表すると仮定する Beta 分布の形状がこの指標の値により表現されるからである。例えば、「α も β も 0 に非常に近い値であり $\phi=1$」の場合二項確率は 0 か 1 という両極端であり極化指標は最大値 1 をとる。対し、「α も β も無限大に近い非常に大きな値であり $\phi=0$」の場合、二項確率はその期待値に収束し確率の差はなく極化指標は最小値 0 をとる。つまり極化指標は、二項確率の極端さあるいは異質性を表わしており、Morrison and Kalwani は意思決定の際に注意すべき点を例示している。

しかしながら上述のベイズ・アプローチは、ハイパーパラメータに Gamma 分布や Beta 分布などの共役可能な事前分布を指定している見地から、言わば古典的なアプローチであり、MCMC と呼ばれる Markov-Chain-Mote-Carlo 法（*e.g.*, Congdon 2003）以降、ハイパーパラメータにより一般的な確率分布を設定する、階層ベイズがより広く活用されるようになってきた。一般的にモンテ・カルロ法は、$E[h(\theta)]=\int h(\theta)P(\theta|y)d\theta$ として $P(\theta|y)$ において M 個の独立多数サンプルに基づく $\dfrac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}h(\theta_i)$ から $E[h(\theta)]$ を得ようとするが、「独立性」を保持することが非常に困難であり、そこから MCMC 法が展開された。MCMC 法には、Gibbs サンプリング法と Metropolis-Hastings 法があるが、いずれも基本的には、$P(\theta_k|y,\theta_1,\cdots,\theta_{k-1},\theta_{k+1},\cdots,\theta_p)$

として、データと他のパラメータを所与とした条件分布をあるパラメータに関して考えあるサンプルを発生させることを、全パラメータに関して、収束するまである一定数繰り返すアルゴリズムである。そして完全条件付分布が得られる場合が Gibbs サンプリング法、得られない場合が Metropolis-Hastings 法となる。大西（2003）は、この種の階層ベイズの特徴を簡潔にまとめている。

本項では、ブランド i の魅力度 A_i を式(14)のMNLモデルに従い以下のように定式化する：

$$A_i = \exp(\alpha_i + \beta_{i1} X_{i1} + \beta_{i2} X_{i2}) \tag{19}$$

ここで、X_{ij} $(j=1, 2)$ はブランド i の j 番目のマーケティング努力である。そして階層ベイズ・モデルとして式(19)の各パラメータが下記の多変量正規分布に従うと仮定し、

$$\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_{i1} \\ \beta_{i2} \end{pmatrix} \sim MVN_3 \left[\begin{pmatrix} \mu_i \\ \mu_{i1} \\ \mu_{i2} \end{pmatrix}, \Sigma \right] \tag{20}$$

ここで、

$$\Sigma \sim \text{prior } Inv-Wishart(I, 3)$$

そして式(20)の多変量正規分布の平均パラメータを下記のように、ブランド i の j 番目のマーケティング努力に関する c 番目の側面に関する特性 Δ_{ijc} $(j=1, 2; c=1, 2, 3)$ とその効果を示す γ_{jc} $(j=1, 2; c=1, 2, 3)$ としてハイパーパラメタライゼーションする：

$$\mu_{ij} = \gamma_{j1} \Delta_{ij1} + \gamma_{j2} \Delta_{ij2} + \gamma_{j3} \Delta_{ij3} \tag{21}$$

ここで、

$$\begin{pmatrix} \gamma_{j1} \\ \gamma_{j2} \\ \gamma_{j3} \end{pmatrix} \sim \text{prior i.i.d. } N(0, 0.1)$$

例えば、ブランド i の広告のクリエイティブの素晴らしさや、ブランド i の

価格における参照点などが Δ_{ijc} である。

つまりブランド毎に広告効果が異なるのは、あるブランド i の広告におけるクリエイティブという側面が競合のものと比較して優れている（$\Delta_{i,\text{広告},\text{クリエイティブ}}$）ので、ブランド i の広告効果は高い（$\beta_{i,\text{広告}}$）という「マーケティング効果を規定する上位のハイパーパラメータが存在する」という考えに基づき階層ベイズ・モデリングを行っている点が、式(15)～式(18)と異なる点である。

式(19)および(20)のような特定化により、ランダム効果モデルを想起される読者も少なくないだろう。Gönül and Srinivasan（1993）は、マーケティングの領域における数少ないランダム効果モデルを用いた研究である。通常のロジットあるいはプロビット・モデルといった離散選択モデルにおいて、消費者 i のブランド j に対する効用 U_{ij} は決定的要素と確率的要素に分割され特定化される。Gönül and Srinivasan は、決定的要素もある分布に従うと仮定し、以下のように効用を特定化している。

$$U_{ij}=(\alpha_j+V_{ij})+(\beta_3+V_{i3})PR_j+(\beta_4+V_{i4})CU_j+\varepsilon_{ij}$$

本論で採用した階層ベイズ・モデルとの大きな相違点は、各パラメータ（$\alpha_j, \beta_3, \beta_4$）が分散（$V_{ij}, V_{i3}, V_{i4}$）を伴い確率的に変動するのではなく、マーケティング含意を伴ったハイパーパラメータにより構造的に確率的に規定される点である。したがって階層ベイズ・モデルは、ランダム効果モデルより多くのマーケティング戦略への示唆を与えることができるのである。

上述のモデリングに対する MCMC 法は、完全条件付分布が得られるので、Gibbs サンプリング法によりベイズ推定を行った。なお合計で210,000回の Gibbs サンプリングを行い、初期の10,000サンプルを棄却し残りの200,000サンプルを用いることにする。なお分析に用いたデータの性質から、$s_i=\dfrac{A_i}{\sum_{j=1}^{m}A_j}$ ではなく、$s_i=\dfrac{A_i}{1+A_i}$ という二項型で特定化を行った。また機密上の問題からデータに関しては、一切明らかにできない点をご理解賜りたい。

表 1　Gibbs サンプリングを用いたベイズ推定の結果

	平　均	MCMC 誤差	中央値	MCMC 比
α_1	-0.062	0.000	-0.062	-352.016
α_2	-20.990	3.142	-15.960	-6.680
α_3	-6.349	2.955	1.487	-2.149
β_{11}	3.724	0.000	3.721	8737.682
β_{12}	-20.710	3.130	-16.010	-6.617
β_{13}	-6.289	2.961	0.955	-2.124
β_{21}	4.239	0.004	4.163	1017.279
β_{22}	-19.920	3.055	-15.340	-6.520
β_{23}	-6.216	2.912	1.227	-2.135
γ_{21}	0.546	0.141	0.581	3.881
γ_{22}	-0.284	0.137	-0.059	-2.069
γ_{23}	0.235	0.155	0.215	1.524
γ_{31}	-1.034	0.129	-1.099	-8.009
γ_{32}	-1.892	0.177	-1.854	-10.677
γ_{33}	0.038	0.139	-0.225	0.276

Gibbs サンプリングを用いたベイズ推定の結果を示したのが、表 1 である。なお、切片項 $\alpha.$ に関するハイパーパラメータに関する推定結果は割愛する。

ハイパーパラメータ $\gamma_{jc}(j=2, 3; c=1, 2, 3)$ の収束を示したのが図 1 、そして Gibbs サンプリング事後経験分布を示したのが図 2 である。なお式(19)のパラメータに関しては、非常に首尾よく収束および分布したので紙面の都合上、割愛する。図 1 からわかるように、ハイパーパラメータに関しても総じて首尾よく収束していることがわかる。また図 2 からも、正規分布に近い経験分布を各ハイパーパラメータに関して得ることができており、合わせて Gibbs サンプリングが首尾よいことを含意している。

表 1 の含意を考察することにする。$\alpha.$ の推定値からブランド 1 が相対的に強いブランドであり、逆にブランド 2 が弱いブランドであることがわかる。

図 1　ハイパーパラメータ $\gamma_{jc}(j=2, 3; c=1, 2, 3)$ の収束

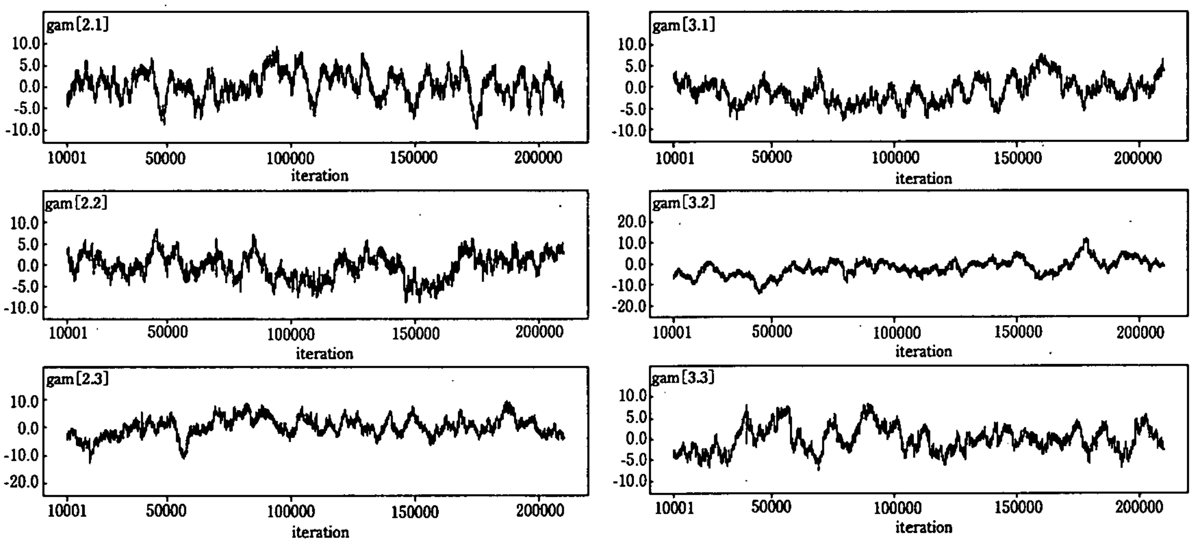
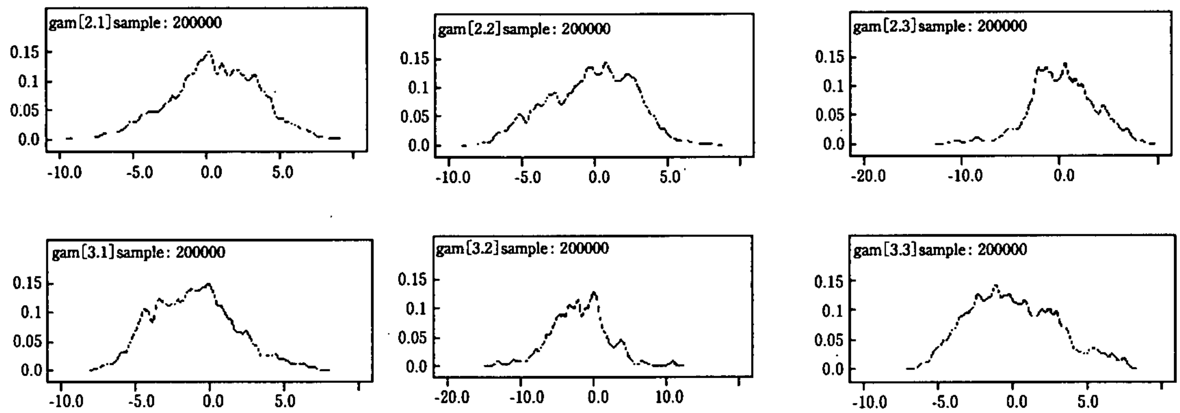


図 2　ハイパーパラメータ $\gamma_{jc}(j=2, 3; c=1, 2, 3)$ の Gibbs サンプリング事後経験分布



またマーケティング努力 1 および 2 に関しても、ブランド 2 は非常に感度が高く、マーケティング努力を多く必要としていることが、他方ブランド 1 はマーケティング努力の影響をそれほど受けることなく安定した魅力度を構築していることが示唆される。ブランド 2 のマーケターは、どうすればいいのか？　この問いに回答を与えるのが、階層ベイズ・モデリングの長所のひと

つである。ブランド2のマーケターの課題は、高すぎるマーケティング努力の反応を縮減することである。ならばマーケティング努力1に関しては2番目の側面の特性が-0.284と負の値であることから、この特性に関するマーケティング戦略を構築することが有用であることがわかる。さらに2番目のマーケティング努力に関してもこの2番目の側面の特性が-1.892と負であることから、このマーケティング戦略をさらに指示することになる。

IV 総括

本論では、中西（1992；1998）および Cooper and Nakanishi（1988）に主として基づき、マーケット・シェア・モデルに関するレビューを行った。まずマーケット・シェアの基本定理を紹介し、Bell, Keeney, and Little の公理系、非確率的 Luce の個人選択公理、そして確率的効用モデルという諸側面から $s_i=\dfrac{A_i}{\sum_{j=1}^{m} A_j}$ という定式化の数式的に同質な導出を紹介し、最後に「市場」そのものの問題に触れた。そしてマーケット・シェアのモデリングの基本である魅力度の定式化を、論理整合性の見地から、ＭＣＩそしてＭＮＬモデルを選考し、そして同質的効果・異質的効果をともなったマーケット・シェア・モデルを紹介した。そして新たな試みとして階層ベイズ・モデリングを行った。

今回行った階層ベイズ・モデリングは、同質的効果を想定したＭＮＬモデルをハイパーパラメタライゼーションしたものである。当然のことながら、式(17)の交差競合ＭＣＩモデルや式(18)の交差競合ＭＮＬモデル的な拡張も考えられる。すなわち、ブランド i の効果パラメータが競合するブランド j のあるマーケティング努力に関するある側面の影響を受けるような、交差競合的な階層ベイズ・モデリングも非常に興味深いところである。中西（1992；1998）および Cooper and Nakanishi（1988）が基礎を生成したともいえるこの分野で、更なる貢献を試みることを留意し論を閉ず。

（筆者は関西学院大学商学部助教授）

［謝辞］ 筆者が、マーケティング、特にマーケティング・サイエンスの分野の研究者として存在できるのは、他ならぬ中西正雄博士のおかげである。学部のゼミ以来、関西学院大学院、そしてUCLA Ph.D. プログラム、一貫して厚きご指導を賜ってきた。さらに1995年に関西学院大学商学部専任講師として奉職させて頂いてからも一層のご指導を頂戴してきた。書ききれない感謝の意で一杯である。

参考文献

Bell, D.A., R. L. Keeney, and J. D. C. Little (1975), "A Market Share Theorem," *Journal of Marketing Research*, 12 (May), 136-41.

Bucklin, R. E., G. J. Russell, and V. Srinivasan (1998), "A Relationship between Market Share Elasticities and Brand Switching Probabilities," *Journal of Marketing Research*, 35 (February), 99-113.

Congdon, P. (2003), *Applied Bayesian Modeling*. NY: Wiley.

Cooper, L. G. and M. Nakanishi (1988), *Market-Share Analysis*. MA: Kluwer.

Cooper, L. G., (1993), "Market-Share Models" in J. Eliashberg and G. L. Lilien (eds.), *Handbooks in Operations Research and Management Science, volume 5, Marketing*. North-Holland: Elsevier Science Publishers.

Cooper, L. G., and A. Inoue (1996), "Building Market Structures from Consumer Preferences," *Journal of Marketing Research*, 33 (August), 293-306.

Green P. E., and V. Srinivasan (1990), "Conjoint Analysis in Marketing: New Developments with Implications for Research and Practice," *Journal of Marketing*, 54, 3-19.

Gönül, F., and K. Srinivasan (1993), "Modeling Multiple Sources of heterogeneity in Multinomial Logit Models: Methodological and Managerial Issues," *Marketing Science*, 12, 3 (Summer), 213-29.

Gupta, S. (1991), "Stochastic Models of Interpurchase Time With Time-Dependent Covariates," *Journal of Marketing Research*, 38 (February), 1-15.

Huff, D. L. (1962), Determination of Intra-Urban Retail Trade Areas. *Publication of Real Estate Research Program*, Graduate School of Business Administration, Division of Research, UCLA.

井上哲浩、中西正雄 (1990)、「異質性を組み入れた競争市場構造分析」、『マーケティング・サイエンス』、35、9-17.

井上哲浩 (2003)、「競争市場構造分析モデルの現状」、『オペレーションズ・リサーチ』、48巻5号、373-9。

Johnson, N. L., and S. Kotz (1970), *Distributions in Statistics: Continuous Univariate Distribu-*

tions, volumes 1 and 2. NY: Wiley.

Kotler, P. (1984), *Marketing Management: Analysis, Planning, and Control*, 5th edition. NJ: Prentice-Hall.

Luce, R. D. (1959), *Individual Choice Behavior: A Theoretical Analysis*. NY: Wiley.

McFadden, D. (1974), "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior," in P. Zarembka (eds.), *Frontiers in Econometrics*. NY: Academic Press.

Morrison, D. G., and M. Kalwani (1993), "NFL Field Goal Kickers: Are They Lucky or Good?" *Chance*, 6, 3 (August), 30-8.

Naert, P.A., and A. Bultez (1973), "Logically Consistent Market Share Models," *Journal of Marketing Research*, 10 (August), 334-40.

中西正雄（1983）『小売吸引力の理論と測定』、千倉書房。

中西正雄（1992）「マーケット・シェア分析」、大澤・一寸木・津田・土屋・二村・諸井編集『マーケティングと消費者行動』、有斐閣。

中西正雄（1998）「小売引力法則の現状とその潜在性」、中西正雄編著『消費者選択行動のニュー・ディレクションズ』、関西学院大学出版会。

大西浩志（2003）「交通広告における「シチュエーション・マーケティング」の可能性」、『マーケティング・ジャーナル』90号、30-41。

Novak, T. P. (1993), "Log-Linear Trees: Models of Market Structure in Brand Switching Data," *Journal of Marketing Research*, 30 (August), 267-87.

Reily, William J. (1930). *The Law of Retail Gravitation*. NY: W. J. Reily.

Russell, G. J. and R. N. Bolton (1988), "Implications of Market Structure for Elasticity Structure," *Journal of Marketing Research*, 25 (August), 229-41.

Schmittlein, D. C., L. G. Cooper, and D. G. Morrison (1993), "Truth in Concentration in the Land of (80/20) Laws," *Marketing Science*, 12 (Spring), 167-83.

Siddarth, S., R. E. Bucklin, and D. G. Morrison (1995), "Making the Cut: Modeling and Analyzing Choice Set Restriction in Scanner Panel Data," *Journal of Marketing Research*, 32 (August), 255-66.