ヘンリー・ジョージ定理と国際貿易

Optimal Departure from Henry George Policy

河　野　正　道

The Henry George Theorem asserts that the optimal amount of the public goods should be exactly equal to the total amount of land rent. This implies that the optimal tax rate on the land rent is 100%. This theorem was originally developed in the framework of the static model. We will examine the theorem in a dynamic framework of the overlapping-generations model, and also under the international capital movement. We derive that this theory holds true in the overlapping-generations model regardless of the preference of the individuals. However, the Henry George theorem does not hold when the saved income of the home country is invested to the land of the foreign country in which the tax on land rent is less than 100%, assuming that the home country is sufficiently small. We derive that when the international interest rate is sufficiently higher than (or close to) zero, the optimal tax rate on the interest is smaller (or bigger) than 100%.

Masamichi Kawano

JEL：R51, F11

キーワード：キーワード：ヘンリー・ジョージ定理、世代重複モデル、国際貿易

Key words：Henry George Theorem, Capital Movement,Overlapping Generations Model

I　はじめに

ヘンリー・ジョージ定理は一国における各地域への最適な人口配分を示す定理である。この定理が示すものは、公共財の最適な供給量は地代の総額に等しい、ということである。従って、地代に 100%課税して公共財の供給に充てるときに、各地域の最適な人口が得られるとの解釈が成立する[1)]。

1)　このヘンリー・ジョージの定理を簡潔に説明したものとして Arnott-Stiglitz[1]、Flatters[3] がある。

我々の目的は、この定理を動学モデルである世代重複モデル、および 2 国モデルに拡張して検討することである。つまり、2 国が存在し、一方はヘンリー・ジョージ定理の政策を採用し、地代に 100%課税するが、他方はこれとは異なり、正の地代を地主は獲得できるとしよう。すると、ヘンリー・ジョージ定理にどのような修正が加えられるべきであろうか。

ヘンリー・ジョージ定理は、生産サイドの効率性に関する定理であり、需要サイドの選好がどのようなものであっても成立し、この動学の世代重複モデルにおいても成立することを示す。また、国際貿易が存在する場合、相手国が大国であり、この大国の利子率で世界利子率が決定されるのであれば、自国において、ヘンリー・ジョージ定理は成立しない。つまり、自国では貯蓄を大国の土地に投資し、その土地からの地代が貯蓄の利子となるのであるが、その利子に対して 100%課税することが最適ではないことを示す。自国の最適な税引き後の利子率は、大国の利子率が大きければ大きいほど、大きくなる。また、大国の利子率が 0 に近ければ、自国の利子率はマイナスにもなり得る。つまり、我々のモデルでは富の貯蔵手段として土地に対する投資しかないのであるから、現在の消費を将来に繰り延べるための手段として土地に投資するのであり、負の利子率も可能となるのである。

II　モデル

一国には一定の人口が存在し、各地域に人口が等しく配分されている。各地域は同質的であり、同質的な個人が住む。各個人は 2 期生きる。第 1 期に働き、賃金 w を得る。その一部を消費 C_1 し、残りを貯蓄する。この貯蓄は土地の所有権の形で保有する。つまり、第 2 期には地主となるのである。そして第 2 期には働かず、その土地からの収益である地代と期末には土地を売って、その代金の合計を第 2 期の消費 C_2 に充てる。なお、人口成長はないものとする。世代は重複しており、したがって、各期に若い労働者と、同じ数の老人の地主がいる。その消費の合計は $(C_1N + C_2N)$ である。ここで N を各世代の人口とする。一方、政府は G の量の公共財を供給する。その費用は、この経済の生産物をニュメレールとして測って G である。つまり、G の量の公共財

を供給する財源として、住民から税金として生産物を G だけ徴収するのである。このように簡単化のために公共財の単位を基準化する。この公共財は消費財であり、蓄積されない。この国での生産活動は、労働と土地を生産要素としている。若者が労働を提供する。また、各地方の土地の量 Z は一定であるとする。すると生産関数 $f(N,Z)$ となり、これは一次同次である。なお、土地の存在量を固定し、簡単化のために $Z=1$ とする。すると生産関数は

$$f(N)=N^a,\quad 0<a<1 \tag{1}$$

と表現できる。この生産物は、消費と公共財に充てられる。すると、市場均衡条件は

$$f(N)=(C_1+C_2)\,N+G \tag{2}$$

となる。

II-1　社会的最適化

社会的最適化は、(2) の市場均衡条件を制約条件として、社会的厚生関数を最大化することによって求められる。この社会的厚生関数は代表的個人の効用関数と同じであり、CES 型であるとして、

$$u=\left(C_1^r+C_2^r+G^r\right)^{\frac{1}{r}} \tag{3}$$

を最大化するものとする[2)]。なお、社会的厚生関数をより簡単なコブ・ダグラス型としないのは、内点で均衡解が存在しなくなるからである[3)]。市場制約条

2)　なお、C_1, C_2, G の間の代替の弾力性 σ は、$\sigma=\frac{1}{r-1}<0$ である。たとえば、C_1, G の間の代替の弾力性 $\sigma_{1G}=\frac{d\ln\frac{C_1}{G}}{d\ln\frac{u_{C_1}}{u_G}}$ であり、その値は $\frac{1}{r-1}$ である。限界代替率逓減より、この値は負でなければならないので、$r<1$ である。

3)　一般的な静学モデルでこれを説明することとする。消費を C とすると市場均衡条件は

$$N^a=CN+G \tag{f1}$$

となる。効用関数は

$$u=C^rG^{1-r} \tag{f2}$$

であるとする。G のそれぞれの値に対して一人当たりの消費 C を最大にするように N が調整されたとき、G と C の関係は本文中の (5) で示される。これより、$N=\left(\frac{G}{1-a}\right)^{\frac{1}{a}}$ となり、これを生産関数 (f1) に代入して

件は (2) である。効用関数に影響を与えるのは $C_1,\ C_2$ および G である。よって、生産面の効率性のために、一定の G のもとで C_1+C_2 を最大化することを考える。

$$\frac{\partial\left(C_1+C_2\right)}{\partial N}=\frac{G-(f(N)-f'(N)N)}{N^2}=0 \tag{4}$$

より、(1) を考慮すると

$$G=(1-a)N^a \tag{5}$$

となる。(5) の右辺は土地からの生産量 N^a から限界生産力に基づく労働に対する支払い総額 aN^a を差し引いた残りであるので、地代総額である。よって、(5) は、地代総額がすべて公共財の供給に充てられることを示している。これがヘンリー・ジョージ定理であり、これが生産面の効率性から導出される。これを (2) に代入して

$$G=A\left(C_1+C_2\right)^{\frac{a}{a-1}},A=(1-a)a^{\frac{a}{1-a}} \tag{6}$$

となる。これを図示すると、図 1 のようになり、原点に対して凸である。これが社会的厚生関数を最大化するときの制約条件であり、社会的厚生関数から導出される無差別曲面も同様に原点に対して凸である。

この曲面に社会的厚生関数の無差別曲線が接するところが厚生最大点である。よって、そこでは効用関数がどのような形状であってもヘンリー・ジョージ定理は関係なく成立する。

$$C=a(1-a)^{\frac{1-a}{a}}G^{\frac{-1+a}{a}}=AG^{\frac{-1+a}{a}} \tag{f3}$$

が成立する。ここで $A=a(1-a)^{\frac{1-a}{a}}$ である。一方、効用関数 (f2) より、無差別曲線は

$$C=u^{\frac{1}{r}}G^{\frac{-1+r}{r}} \tag{f4}$$

となる。(f3),(f4) は接することはない。もし、接するとすると、

$$AG^{\frac{-1+a}{a}}=u^{\frac{1}{r}}G^{\frac{-1+r}{r}} \tag{f5}$$

が成立しなければならず、かつ、傾きも等しいので、

$$A\frac{-1+a}{a}G^{\frac{-1+a}{a}-1}=u^{\frac{1}{r}}\frac{-1+r}{r}G^{\frac{-1+r}{r}-1} \tag{f6}$$

となる。(f5) より、$G=\left(\frac{A}{u}\right)^{\frac{ar}{r-a}}$, (f6) より $G=\left(\frac{A}{u}\frac{(1-a)}{(1-r)}\right)^{\frac{ar}{r-a}}$ となる。これは一般的には $a\neq r$ であるから両立せず、よって、(f3),(f4) は接しない。

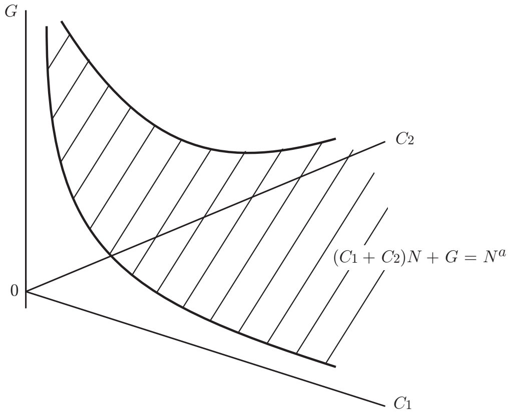

図 1　市場均衡面（N に関しての包絡面）

定理 1

市場均衡条件を示す曲面を原点から最も外側に押しやる N を選ぶとき、その必要条件として、地代のすべてを公共財に投入することを示すヘンリー・ジョージ定理が成立する。

つまり、ヘンリー・ジョージ定理は最適のための必要条件であり、単に、制約条件式を最も外側に押しやるだけの定理である。この最外縁の Frontier 上のどこを選択するかは次の問題であり、効用関数で決まる。

次に現実に最大化問題を解いてみよう。最大化の結果、解は

$$C_1 = \frac{N^{a-\frac{1}{1-r}}}{1+2N^{\frac{-r}{1-r}}} \tag{7}$$

$$C_2 = \frac{N^{a-\frac{1}{1-r}}}{1+2N^{\frac{-r}{1-r}}} \tag{8}$$

$$G = \frac{N^a}{1+2N^{\frac{-r}{1-r}}} \tag{9}$$

となる。次に、これを厚生関数 (3) に代入すると社会的厚生は

$$u = N^a \left[1+2N^{\frac{-r}{1-r}}\right]^{\frac{1-r}{r}} \tag{10}$$

となり、これを N で最大化し社会的最適化をもたらす人口 N を求める。N で (10) を微分して

$$\frac{\partial u}{\partial N} = -2(1-a)\left(1+2N^{\frac{-r}{1-r}}\right)^{\frac{1}{r}-2} N^{\frac{a(1-r)+r-1}{1-r}} \left(N^{\frac{-r}{1-r}} - \frac{a}{2(1-a)}\right) \tag{11}$$

となる。よって、最適解は

$$N^{\frac{-r}{1-r}} = \frac{a}{2(1-a)} \quad \text{or} \quad N = \left(\frac{2(1-a)}{a}\right)^{\frac{1-r}{r}} \tag{12}$$

となる。このとき、2 階の条件を満たしていなければならないので、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial N^2} = \frac{2(1-a)r}{1-r}\left(1+2N^{\frac{-r}{1-r}}\right)^{\frac{1}{r}-2} N^{\frac{a(1-r)+r-2}{1-r}} < 0 \tag{13}$$

となるから、$r < 0$ が必要であり、我々はこれを仮定する。

命題 1

生産関数がコブ・ダグラス型であるとき、社会的厚生関数が CES 型であり、$r < 0$ なら最適解が内点で存在する。

II-2　住民の最適化行動

次に、別の枠組みにおいて最適解を求めてみる。つまり、個々の住民の最大化行動から均衡値を求め、このときの均衡効用を政策変数で最大化することによって、先に求めた政府の最適解がこの場合にも導出されることを確認してみる。つまり、先の節では、政府が完全なコントロール能力を持っており、市場均衡条件を制約条件として住民の効用を最大化したのである。ここでは、政府は利子に課税し、その徴収した税額をすべて公共財の供給に充てるとする。個々の住民は税引き後の利子を所与として行動し、それぞれの期の消費 C_1、C_2 の均衡値を決めるとする。つまり、政府の政策手段は利子課税に限られるとしよう。この政策手段の下でも、先に導出した社会的最適解が導出されることを示す。

住民の行動は次の通りである。労働者は若い時に賃金支払いを受けて、それを現在の消費 C_1 と将来の消費 C_2 に分割する。w を賃金率とし、彼が直面す

る税引き後の 1+利子率を R として、第 1 期の予算制約式は、

$$w = C_1 + S \tag{14}$$

である。なお、S は貯蓄である。賃金率は労働の限界生産力に等しいので、

$$w = aN^{a-1} \tag{15}$$

より、この貯蓄 S から得られる元利合計を第 2 期に消費に充てる。よって、第 2 期の予算制約式は

$$RS = C_2 \tag{16}$$

である。なおここで、貯蓄は土地に対する投資となるので、貯蓄に対して期末に支払う利子は地代総額に等しい。よって、

$$(1-a)\,N^a = (R_A - 1)\,SN \tag{17}$$

となる。なお、R_A は税引き前の 1+利子率である。左辺は地代総額、右辺は利子総額である。これより、(14) および (15) を用いて

$$\begin{aligned} R_A SN &= (1-a)\,N^a + SN \\ &= (1-a)\,N^a + (w - C_1)N \\ &= N^a - C_1 N \end{aligned} \tag{18}$$

税収が公共財の供給量に等しいので、

$$(R_A - R)SN = G \tag{19}$$

となる。(16), (18), (19) より、

$$N^{a-1} = C_1 + C_2 + \frac{G}{N} \tag{20}$$

となる。これは先に (2) で示した市場均衡条件と同じである。つまり、最適に地域の人口 N を調整したときには、個人の予算制約式は市場均衡式と一致する。よって、(4) で求めたように、所与の G の下で $C_1 + C_2$ を最大化して効率性を求めると、(5) で示したように、ヘンリー・ジョージ定理が導出される。従って、次の定理が成立する。

定理 2

個人の予算制約面を最も外側に最大限拡大するように N を政府が選択するとき、ヘンリー・ジョージ定理が成立する。

先に定理 1 で中央集権的経済において市場均衡条件を制約条件として社会的厚生関数を最大化する問題を考えたのであるが、まず、生産面での効率性を求めるために、市場均衡条件が示す制約面の図形を最も外側に拡張するときに、ヘンリー・ジョージ定理が成立した。今回は、個人が分権的に自らの予算制約の下で効用を最大化する問題を考えたのであるが、そのとき、まず、予算制約を最大限拡張しようとするときに、ヘンリー・ジョージ定理が成立することが導出された。

III　2 国間の取引

次に 2 国が存在するときの経済を考えよう。これまで論じてきた国を HG 国とし、この他に外国 O 国が存在するとしよう。この外国は大国であり、HG 国は小国であるとする。資本財は国境を越えて取引される。すると、利子率は HG 国、O 国共通となり、大国である O 国の利子率で決定される。つまり、HG 国は O 国の利子率を所与として行動するのである。

HG 国では利子に課税される。海外で投資し、その収益に対しても課税される。τ を税率とし、R_O を大国である O 国の 1+利子率、つまり、これが 2 国間貿易のときの税引き前の 1+利子率とすると、$R = R_O - (R_O - 1)\tau = 1 + (1-\tau)(R_O - 1)$ が税引き後の収益率である。その税収はすべて公共財の追加的支出 G に充てられるものとする。予算制約式は

$$w_H = C_{1H} + \frac{C_{2H}}{R} \tag{21}$$

となる。ここで下付き添え字の H は HG 国を示す。個人が最大化するべき効用関数は先に示した (3) と同様であり

$$u = (C_{1H}^r + C_{2H}^r + G_H)^{\frac{1}{r}} \tag{22}$$

であるとする。ここで G_H は個々の住民にとっては所与である。その結果、需

要関数は

$$C_{1H} = w_H \Phi_{1H}, \tag{23}$$

$$C_{2H} = w_H \Phi_{2H}, \tag{24}$$

ただし、

$$\Phi_{1H} = \frac{1}{1 + R^{\frac{r}{1-r}}}, \tag{25}$$

$$\Phi_{2H} = \frac{R^{\frac{1}{1-r}}}{1 + R^{\frac{r}{1-r}}} \tag{26}$$

となる。よって、貯蓄は

$$S_H = w_H - C_{1H} = (1 - \Phi_{1H}) w_H \tag{27}$$

となる。このとき税収すなわち公共財の供給は

$$G_H = S_H N_H \tau (R_O - 1) = S_H N_H (R_O - R) \tag{28}$$

である。(27) を用いて書き換えると

$$G_H = a \left(1 - \Phi_{1H}\right) N_H^a (R_O - R) \tag{29}$$

となる。効用 (22) は

$$u_H = w_H \left[\Phi_{1H}^r + \Phi_{2H}^r + \left\{\left(R_O - R\right)\left(1 - \Phi_{1H}\right)\right\}^r N_H^r\right]^{\frac{1}{r}} \tag{30}$$

となる。これを政策変数である N で最大化するのであるが、N と一対一の関係にある w_H で最大化することとする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_H}{\partial w_H} &= \left[\Phi_{1H}^r + \Phi_{2H}^r + \left\{\left(R_O - R\right)\left(1 - \Phi_{1H}\right)\right\}^r N_H^r\right]^{\frac{1}{r}-1} \\ &\times \left[\Phi_{1H}^r + \Phi_{2H}^r + \left\{\left(R_O - R\right)\left(1 - \Phi_{1H}\right)\right\}^r N_H^r \left(1 + \frac{dN_H}{dw_H}\frac{w_H}{N_H}\right)\right] = 0 \end{aligned} \tag{31}$$

より、

$$N_H^r = \frac{1-a}{a} \frac{\Phi_{1H}^r + \Phi_{2H}^r}{\left(R_O - R\right)^r \left(1 - \Phi_{1H}\right)^r} \tag{32}$$

となり、これより

$$w_H = a \left(\frac{1-a}{a}\right)^{\frac{a-1}{r}} \left(\frac{\Phi_{1H}^r + \Phi_{2H}^r}{\left(R_O - R\right)^r \Phi_{3H}^r}\right)^{\frac{a-1}{r}} \tag{33}$$

であり、これを用いて

$$
\begin{aligned}
u_H &= A_H \left[\Phi_{1H}^r + \Phi_{2H}^r\right]^{\frac{a}{r}} \left[(R_O - R)\,\Phi_{3H}\right]^{1-a} \\
&= A_H \left(1 + R^{\frac{r}{1-r}}\right)^{\frac{a(1-r)}{r}} \left[(R_O - R)\,\frac{R^{\frac{r}{1-r}}}{1 + R^{\frac{r}{1-r}}}\right]^{1-a} \qquad (34)
\end{aligned}
$$

となる。ただし

$$A_H = a^{\frac{a-r}{r}}\,(1-a)^{\frac{a-r}{r}} \qquad (35)$$

である。(34) をもう 1 つの政策変数である R について最大化すると、

$$\frac{\partial u_H}{\partial R} = \frac{a-r}{1-r}\left(1 + R^{\frac{r}{1-r}}\right)^{\frac{a-r}{r}} (R_O - R)^{1-a} R^{\frac{r(1-a)}{1-r}-1} F(R, R_O) \qquad (36)$$

となる。ただし、

$$F(R, R_O) = \frac{-1}{R^{\frac{r}{1-r}} + 1} + \frac{a(1-r)}{a-r} - \frac{(1-a)(1-r)R}{(a-r)\,(R_O - R)} \qquad (37)$$

であり、$F(R, R^0) = 0$ のときに (35) は 0 となる。$R = 0$ のとき (37) は

$$F(0, R_O) = \frac{a(1-r)}{a-r} > 0 \qquad (38)$$

となり、$r < 0$ より正である。また、

$$\frac{\partial F(R, R_O)}{\partial R} = \frac{\dfrac{r}{1-r} R^{\frac{r}{1-r}-1}}{\left(R^{\frac{r}{1-r}} + 1\right)^2} - \frac{(1-a)(1-r)R_O}{(a-r)\,(R_O - R)^2} < 0 \qquad (39)$$

であるから、R に関して単調減少関数である。R が R_0 に下から近づくにつれて (37) の右辺第 3 項は $-\infty$ に発散する。よって、0 と R_0 の間に 1 つのある R^* が存在し、$F(R^*, R_O) = 0$ が成立する。この均衡は明らかに一意的である。また、制約条件より、$R \leq R_O$ であり、かつ、上で示したように R が十分に R_O に近いときには、$F\,(R, R_O) < 0$ となるので、均衡においては $R < R_O$ である。より正確に $F(R^*, R_O) = 0$ を満たす R^*, R_O の関係を求める。$F(R, R_O)$ を変形すると

$$\frac{R_O}{R} = \frac{1}{a} + \frac{(1-a)(a-r)}{a^2(1-r)} \cdot \frac{1}{x + \frac{r(1-a)}{a(1-r)}} \qquad (40)$$

ただし、$x = R^{\frac{r}{1-r}}$ である。よって、$\frac{R_O}{R}$ は

$$\frac{R_O}{R} = R_O x^{\frac{1-r}{-r}} \qquad (41)$$

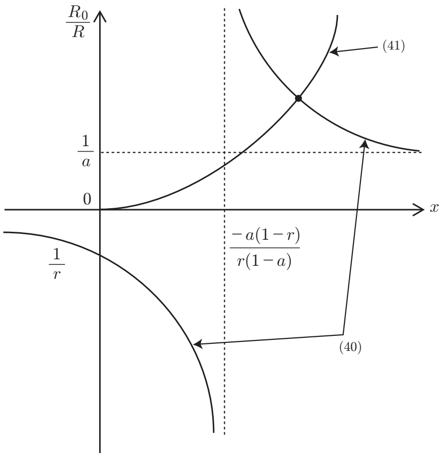

図 2　$F(R, R_0) = 0$ の解法

となる。よって、求める関係は (40) と (41) の交点で示される。これを図示すると

図 2 のようになり、明らかに交点では $\frac{R_O}{R} > \frac{1}{a} > 1$ となる。つまり、

$$R_O > \frac{R}{a} > R \tag{42}$$

となっている。

定理 3

1) HG 国の最適な税引き後利子率は一意的である。

2) O 国の利子率が 0 に近づくと HG 国の最適利子率はマイナスとなる。

国際間の資本の移動があるときはヘンリー・ジョージ定理は成立せず、大国の利子率が大きく正であるときは、自国の税引き後の利子率は正となり、(利子に対して 100%以下の課税となり)、大国の利子率が十分に小さければ、税引き後の利子率は負（100%以上の課税）となる。

IV　最後に

ヘンリー・ジョージ定理を世代重複モデルで検討した。その結果、若者、老人の異質な個人が並存する経済でも、地代収入に 100%課税することによって個人の効用が最大化されることが確認された。また、国際的な資本貸借が可能なモデルに拡張するとこの結果は修正される。我々が検討した問題は、この国、HG 国と大国である O 国の資本貸借が存在するとき、ヘンリー・ジョージ定理が成立するか否かである。大国 O 国ではヘンリー・ジョージ政策が採られていないとする。従って、税引き後の利子率は正である。すると、HG 国から O 国へと資金は流れ、HG 国に還流したときに課税されるのであるが、その結果、HG 国の最適課税政策においては、税引き後の利子率はプラスにもマイナスにも成りうる。つまり、大国の利子率が十分に大きいときには HG 国も税引き後が正となり、大国の利子率が十分に小さいときには、HG 国の税引き後の利子率はマイナスとなる。つまり、100%以上の課税が最適課税として導出されるのである。

HG 国から土地投資が許される状況下においては、地代がこの大国から HG 国へ流出する。大国の土地の量は一定であるから、HG 国からの資本の流入によって、土地の価格が上昇し、その結果として、土地からの収益率が低下する。この大国にとっては、HG 国からの資本流入にはメリットもない。しかし、産業が農業のみならず、資本を用いて生産物を生産する工業部門が存在すれば、HG 国からの資本の流入はプラスの影響を与えるであろう。

参考文献

[1] Arnott, R. J. and Stiglitz, J. E. , “Aggregate Land Rents, Expenditures on Public Goods, and Optimal City Size,” *Quarterly Journal of Economics*, vol. 93, 1979.

[2] Corns, R., *Duality and Modern Economics*, Cambridge University Press,1992.

[3] Flatters, F., Henderson, V. and Mieszkowski,P., “Public Goods, Efficiency and Regional Fiscal Equalization,” *Journal of Public Economics*, vol.3. 1974.

[4] Fujita, M., *Urban Economic Theory*, Cambridge University Press, 1989,.

[5] 金本良嗣、『地方公共財の理論』, 岡野・根岸編「公共経済学の展開」, pp.29-48, 東洋経済新報社, 1983.

[6] 丸茂新、『ヘンリージョージ定理について—特に交通経済学の視点においてー』, 関西学院大学, 商学論究 45(2), pp.1-17, 1997, 12.

[7] Mills, E.M., “Transportation and Patterns of Urban Development; An Aggregate Model of Resource Allocation in a Metropolitan Area,” *American Economic Review*, vol.57, 1967.

[8] Stiglitz, J.E., “The Theory of Local Public Goods,” in *the Economics of Public Service*, ed. by M. S. Feldstein and R. P. Inman, 1977.

[9] Wildasin, D., “Theoretical Analysis of Local Public Economics,” in *Handbook of Regional Science and Urban Economics*, vol.2, ed. E. Mills, pp.1131-78, 1987